

## ЗАДАЧА ГЕРЦА ДЛЯ КОНТАКТА ТЕЛ В УСЛОВИЯХ АДГЕЗИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В. Н. КАЩЕВ, В. И. МАКСАК, В. А. ХОХЛОВ

(Томск)

Одним из важных процессов, происходящих при контактировании тел, является образование зон сцепления при сближении участков поверхностей под действием внешних сил на величину порядка атомных радиусов. Вследствие образования адгезионных связей возникают силы сопротивления при нарушении контакта в условиях упругого восстановления сжатых тел. Эти дополнительные силы не учитываются в общепринятой постановке задачи Герца о контакте выпуклых тел. В то же время, они оказывают весьма существенное влияние на распределение нормальных напряжений; размеры контактных зон и сближение поверхностей. В работе получено решение задачи Герца в условиях действия сил сцепления при упругом восстановлении сферических тел.

Рассмотрим контакт двух идеально гладких сферических тел. Считаем, что при образовании физического контакта происходит сцепление соприкасающихся участков. Так как влияние касательных напряжений мало, будем иметь в виду только нормальные осевые напряжения.

В результате сжатия образуется площадка контакта, представляющая собой круг радиуса  $a$ . При условии малости  $a$  по сравнению с наименьшим из радиусов контактирующих сфер  $R_1$  или  $R_2$  радиус  $a$  круговой площадки контакта и сближение  $\delta$  точек разных тел на оси симметрии, удаленных от плоскости контакта, определены Герцем. [1]:

$$a = [0.75(K_1 + K_2)RP_1]^{1/2}, \quad \delta = [0.75(K_1 + K_2)]^{2/3} P_1^{2/3} / R^{1/2} \quad (1)$$

$$R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2), \quad K_{1,2} = (1 - \mu_{1,2}) / E_{1,2}$$

где  $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2$  — модули упругости и коэффициенты Пуассона первого и второго тел,  $P_1$  — внешняя сжимающая сила.

Сжимающее напряжение на расстоянии  $r$  от центра площадки контакта равно

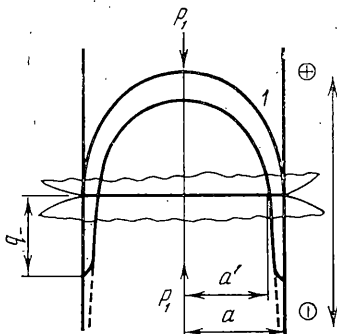
$$q_+ = 1.5 \frac{P_1}{\pi a^2} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{1/2} \quad (2)$$

что соответствует максимальным напряжениям в центре контакта и нулевым на периферии. Распределение их на поверхности контакта показано на фиг. 1 кривой 1 (знак плюс соответствует сжатию, а знак минус — растяжению).

При увеличении сжимающей нагрузки изменение  $a$  и  $\delta$  соответствует уравнениям (1) независимо от адгезионного взаимодействия между телами. Однако, когда нагрузка уменьшается, соответствующего ей уменьшения размера контактной области и сближения не наблюдается. Происходит некоторое отставание этих параметров от действующей силы.

В [2] установлено, что действительную силу  $P$  между контактирующими телами в процессе их разгрузки можно считать состоящей из внешней нагрузки  $P_1$  и усилия  $P_2$ , вызванного сцеплением тел при их упругом восстановлении, т. е.  $P = P_1 + P_2$ . При этом распределение действительных напряжений  $q$  на контакте со сцеплением определяется уравнением (кривая 2, фиг. 1).

$$q = \frac{3}{2} \frac{P_1 + P_2}{\pi a_c^2} \left( 1 - \frac{r^2}{a_c^2} \right)^{1/2} - \frac{P_2}{2\pi a_c^2} \left( 1 - \frac{r^2}{a_c^2} \right)^{-1/2} \quad (3)$$



Фиг. 1

Таким образом, в контакте со сцеплением при любом значении нагрузки  $P_1$  существует центральная область со сжимающими напряжениями и периферийная — с растягивающими, теоретически бесконечно возрастающими на краях площадки.

Контактный радиус  $a_c$ , соответствующий равновесному состоянию контакта при разгрузке, будет определяться уравнением

$$a_c = [0.75(K_1 + K_2)R]^{1/3}(P_1 + P_2)^{1/3} \quad (4)$$

Бесконечно большие растягивающие напряжения на границе контактной области в действительности не достигаются. Когда материал на кромке контактной области испытывает напряжения, равные прочности сцепления, происходит разрыв адгезионных связей. Следовательно, действительные напряжения не могут превышать определенного значения  $q_-$  (фиг. 1), присущего данной паре материалов и зависящего от их упругих свойств, геометрии поверхностей и прочности адгезионных связей.

Величина сближения, создаваемая силами сцепления, определяется для упругого полупространства зависимостью [2]:  $\delta_{1,2} = 0.5K_{1,2}P_2\pi/a_c$ . Для двух деформируемых поверхностей сближение равно

$$\delta' = 0.5(K_1 + K_2)\pi P_2/a_c \quad (5)$$

Исключаем  $a_c$  при помощи уравнения (4) и приведем формулу (5) к структуре, сходной с (1)

$$\delta' = \frac{[0.75(K_1 + K_2)]^{2/3}}{R^{1/3}} \left[ 0.66 \frac{P_2}{(P_1 + P_2)^{1/3}} \right]$$

Из уравнения следует, что действие силы сцепления на сближение равнозначно увеличению внешней силы на величину  $P_1' = [0.66P_2/(P_1 + P_2)^{1/3}]^{3/2}$  в процессе разгрузки. Отсюда действительная сила и сближение в условиях сцепления будут равны

$$P = P_1 + \left[ 0.66 \frac{P_2}{(P_1 + P_2)^{1/3}} \right]^{3/2},$$

$$\delta_c = \frac{[0.75(K_1 + K_2)]^{2/3}}{R^{1/3}} \left\{ P_1 + \left[ 0.66 \frac{P_2}{(P_1 + P_2)^{1/3}} \right]^{3/2} \right\}^{2/3} \quad (6)$$

Уравнения (4) и второе в (6) описывают процесс изменения  $a_c$  и  $\delta_c$  в случае, когда напряжения сцепления у границы контактной области имеют максимальное значение. В начальный же момент разгрузки эти напряжения возрастают от нуля до  $q_-$ . Соответственно от нуля до  $P_2$  возрастает и сила сцепления  $P_2'$ . В этой стадии контактный радиус остается неизменным и равным  $a_c$ , так как снижение нагрузки  $P_1$  компенсируется возрастанием  $P_2$ , т. е.  $P = P_1 + P_2' = P_a$ , где  $P_a$  и  $a_c$  — наибольшее значение внешней силы, после которой нагрузка снижается, и соответствующий ей контактный радиус.

Связь между сближением и  $a_c$  в этот период разгрузки определяется, исходя из (4), уравнением

$$\delta_c = [0.75(K_1 + K_2)/R^2]^{1/3} a_c P_1^{1/3} \quad (7)$$

или с учетом приведенного выше равенства для  $P_a$ :

$$\delta_c = \{ [0.75(K_1 + K_2)]^2 P_a / R \}^{1/3} P_1^{1/3} \quad (8)$$

В случае, когда внешняя нагрузка достигла нуля, поверхности в исходное положение не возвращаются: существуют остаточные значения сближения  $\delta_c$  и площади контакта  $a_{c0}$  (фиг. 2), определяемые из уравнений (4) и (6), в которых необходимо положить  $P_1 = 0$  и  $P_2 = P_2^0$  ( $P_2^0$  — сила сцепления, соответствующая нулевой внешней нагрузке).

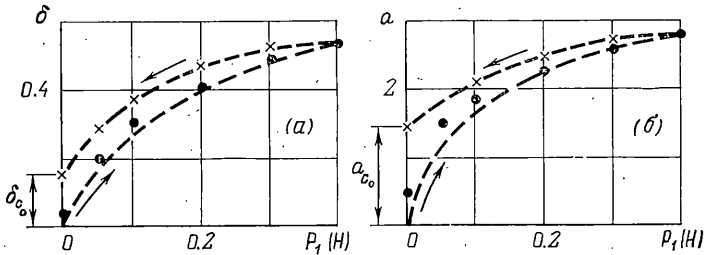
Если сцепление отсутствует ( $q_- = 0$ ), уравнение (4), второе уравнение в (6) и соотношение (8) принимают вид (1).

Таким образом, при последовательном снятии нагрузки  $P_1$  действительные значения сближения  $\delta_c$  и радиуса пятна контакта  $a_c$  оказываются большими, чем вызванные только силой  $P_1$ . Следовательно, возникновение сил сцепления обуславливает несовпадение нагрузочных и разгрузочных зависимостей «деформация — нагрузка» и «контактный радиус — нагрузка» (фиг. 2).

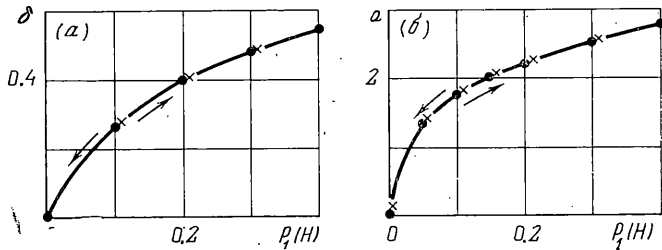
Это положение было подтверждено экспериментально на гладких каучуковых сферических поверхностях. Выбор этого материала объясняется его низким модулем упругости и значительными силами сцепления, что позволило усилить эффект влияния сцепления на процесс контактирования и получить более наглядное подтверждение рассмотренной теории. Опыты выполнялись по методике, приведенной в [3].

На фиг. 2 показаны зависимости сближения  $\delta$  (мм) и контактного радиуса  $a$  (мм) от нагрузки, рассчитанные по уравнениям (1), (4), (6), (8) (пунктирные линии). На фиг. 2 также нанесены экспериментальные точки при контакте двух каучуковых сферических поверхностей с  $E_{1,2}=2.1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $R_{1,2}=18$  мм. Значения  $P_2$  рассчитывались по полученным ранее уравнениям<sup>1</sup>.

При достаточно близком сведении сфер они взаимно притягиваются за счет внеконтактных адгезионных сил притяжения, создавая некоторый контактный радиус и сближение, когда сила сжатия еще не прикладывалась (на фиг. 2 точки выходят не из начала координат). По мере увеличения силы  $P_1$  влияние сил притяжения



Фиг. 2



Фиг. 3

уменьшается, и экспериментальные значения  $\delta$  и  $a$  приближаются к теоретическим. Следует отметить, что приведенные выше уравнения не учитывают эти силы.

На фиг. 3 приведены экспериментальные зависимости  $a$  (мм) и  $\delta$  (мм) от  $P_1$  для тех же сферических поверхностей, но с пыльной пленкой, ограничивающей сцепление до практически неизмеримых значений ( $q_-=0$ ). При этом упругие свойства тел не изменялись. Как видно из фигур, в отсутствие сцепления процессы нагружения и разгрузки равнозначны.

Подобные эффекты влияния сцепления происходят и на материалах с большими модулями упругости, в частности металлах. Так, по данным [4] наблюдается двойная зависимость деформация — нагрузка, полученная на тщательно очищенных и притертых шероховатых поверхностях. В этом случае процессы, происходящие на единичной микронеровности, аналогичны описанным выше.

Поступила 28 I 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К., Макушин В. М., Малинин Н. Н., Феодосьев В. И. Расчеты на прочность в машиностроении, т. 1. М., Машгиз, 1956.
2. Johnson K. L. A note on the adhesion of elastic solids. Brit. J. Appl. Phys., 1958, vol. 9, No. 5.
3. Хохлов В. А., Кащеев В. Н., Максак В. И. Контактное взаимодействие поверхностей в условиях сжатия. Изв. вузов. Физика, 1976, № 9.
4. Максак В. И., Тригунко А. Н., Хохлов В. А., Советченко Б. Ф. О диссипации энергии в механическом контакте. Докл. V научно-техн. конф. «Технический прогресс в машиностроении». Томск, 1974.

<sup>1</sup> См. Кащеев В. Н., Максак В. И., Хохлов В. А. Силы сцепления на адгезионном контакте. Тезисы докл. Всес. научн. конф. «Теория трения, износа и смазки». Ташкент, 1975.