

О ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ СО СТАРЕНИЕМ

Р. А. АРУТЮНЯН, А. А. ВАКУЛЕНКО, С. Э. УМАНСКИЙ

(Ленинград, Киев)

Многочисленные опыты показывают, что параметры упрочнения типа параметра Одквиста и другие, используемые в известных теориях пластичности, в общем случае недостаточны для описания упрочнения реальных металлов и сплавов. Особенно характерны в этом отношении опыты с циклическим нагружением, в которых циклы чередуются с выдержками различной продолжительности.

Допустим сначала, что выдержки фактически нет, т. е. циклы следуют непрерывно один за другим. Каждый цикл представляет собой квазистатический процесс при постоянной температуре, замкнутый по напряжениям (мягкий цикл) или по деформациям (жесткий цикл). При таком непрерывном следовании один за другим циклов в случае испытания образцов из Ст. 3 и аналогичных сталей после пятидесяти циклов нагружения петля пластического гистерезиса стабилизируется и при дальнейших циклах остается практически неизменной. Упрочнение при этом описывается с помощью параметра Одквиста.

Иначе обстоит дело, когда образцы между циклами выдерживаются в наименее благоприятных условиях, т. е. подвергаются естественному (выдержка при комнатной температуре) или искусственному (выдержка при повышенных температурах) старению в течение достаточно длительного времени. При этом в случае мягких циклов петля пластического гистерезиса не устанавливается а непрерывно суживается и ее ширина стремится к нулю [1]. Не стабилизируется петля и при чередовании жестких циклов и старения [2]. Здесь наблюдается рост амплитуды напряжений от цикла к циклу, причем рост, существенно превышающий упрочнение при циклическом нагружении без выдержки между циклами. Этот рост при выдержках настолько превышает обычный, что можно считать, что основную долю упрочнения материал приобретает при выдержках. Очевидно, что эта доля упрочнения связана с нестабильностью состава материала [3].

Очевидно также, поскольку при указанных выдержках все механические параметры остаются неизменными, что для описания этого, связанного с нестабильностью материала упрочнения параметры типа параметра Одквиста (и вообще инварианты тензоров напряжения и деформации, включая любые совместные инварианты) не пригодны. Необходим параметр, изменяющийся при неизменном тензоре напряжения и тензоре деформации и связанный поэтому с изменением состава материала.

В данной работе рассматривается подобный параметр упрочнения. Показано, что введение этого параметра в уравнения теории пластичности с трансляционным и изотропным упрочнением [4-6] приводит к правильному теоретическому описанию циклических нагружений стареющей пластической среды. С этой целью дается численное решение полученных уравнений для случая знакопеременного кручения тонкостенной трубки в режимах мягкого и жесткого циклов нагружения с учетом старения. Наблюдается качественное и количественное согласие с результатами опытов.

1. Ограничимся рассмотрением одного структурного параметра ω и запишем условие текучести в следующем виде:

$$f(s_{ij} - \rho_{ij}, \lambda_0, \omega) = 0, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} \quad (1.1)$$

$$d\lambda_0 = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{\alpha\beta}^p d\varepsilon_{\alpha\beta}^p}, \quad d\rho_{ij} = A(J_2^s, \omega) d\varepsilon_{ij}^p, \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\beta}$$

где s_{ij} — девиатор напряжения, ρ_{ij} — девиатор остаточных микронапряжений, λ_0 — параметр Одквиста, J_2^s — второй инвариант девиатора напряжения, $d\varepsilon_{ij}^p$ — девиатор приращения пластической деформации.

Условие текучести (1.1) без учета параметра ω есть условие для среды неизменного состава и структуры. Однако известно, что пластическая деформация существенным образом изменяет структуру среды, внося в материал большое количество дефектов типа дислокаций, пор, трещин и т. д. В дальнейшем при старении материала эти несовершенства являются центрами стока примесных атомов или центрами выделения новой фазы.

При теоретическом описании поведения среды и для удобства выполнения численных расчетов целесообразно разделить процессы, протекающие в материале при активном пластическом деформировании и при старении материала. Соответственно вместо обобщенного параметра Одквиста, введенного ранее в [7], рассмотрим некоторый промежуточный параметр ω_1 и будем считать $\omega = \omega(\omega_1)$. Параметр ω_1 является мерой, характеризующей количество несовершенств (дислокации, поры, трещины и т. д.), внесенное в материал в процессе активной пластической деформации. Тогда, согласно [8], можно записать следующее соотношение, связывающее изменения ω_1 с изменением меры пластической деформации, т. е. с изменением параметра Одквиста λ_0 :

$$d\omega_1 = g_1(\omega_1, \lambda_0) d\lambda_0 \quad (1.2)$$

В общем случае [8] в качестве дополнительных параметров состояния, типа обозначенных здесь через ω_1 , могут выступать тензоры любой валентности (и даже быть могут инвариантные объекты более сложной природы чем тензоры). Однако сейчас нет достаточных экспериментальных оснований для описания упрочнения вследствие старения с помощью тензорных параметров, так что есть смысл ограничиться случаем одного скалярного параметра ω_1 . Более того для упрощения численных расчетов ограничимся линейным приближением для функции g_1 :

$$d\omega_1 = k_2(\omega_2 - \omega_1) d\lambda_0, \quad k_2 = \text{const} \quad (1.3)$$

где ω_2 — некоторое предельное количество несовершенств, которое можно ввести в материал пластической деформацией.

Далее, как это принято в работах по химии твердого состояния [9], будем считать, что на ω_1 потенциальных центрах возможно зародышеобразование с выделением новой фазы ω . Примем простое предположение, что зародышеобразование происходит в одну стадию. Тогда, если имеется ω_1 первоначальных центров, то число $d\omega$ центров, активированных в промежуток времени от t до $t+dt$, будет пропорционально числу оставшихся неактивированных центров $\omega_1 - \omega$:

$$d\omega = k_1(\omega_1 - \omega) dt, \quad k_1 = \text{const} \quad (1.4)$$

Соотношение между напряжениями и деформациями в пластической области можно получить, приняв обычное предположение о соосности девиаторов $s_{ij} - \rho_{ij}$ и $d\varepsilon_{ij}^p$:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{s_{ij} - \rho_{ij}}{\sqrt{J_2^\circ}} d\lambda_0 \quad (1.5)$$

где J_2° — второй инвариант девиатора $s_{ij} - \rho_{ij}$. Разрешим соотношение (1.1) относительно λ_0 :

$$\lambda_0 = \varphi(s_{ij} - \rho_{ij}, \omega) \quad (1.6)$$

Ограничимся рассмотрением только второго инварианта девиатора $s_{ij} - \rho_{ij}$ в (1.6), т. е. будем считать

$$\lambda_0 = \varphi(J_2^\circ, \omega), \quad d\lambda_0 = \frac{\partial \varphi}{\partial J_2^\circ} dJ_2^\circ + \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} d\omega \quad (1.7)$$

Внося (1.7) в (1.5), получим искомую связь между напряжениями и деформациями

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{(s_{ij} - \rho_{ij})}{\sqrt{J_2^0}} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial J_2^0} dJ_2^0 + \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} d\omega \right] \quad (1.8)$$

В упругой области соотношения между напряжениями и деформациями далее задаются обычным законом Гука.

2. Дадим численный анализ полученных уравнений для случая знакопеременного кручения тонкостенной трубки. Условие текучести (1.1) запишем в следующем виде:

$$^{3/2}(s_{\alpha\beta} - \rho_{\alpha\beta})(s_{\alpha\beta} - \rho_{\alpha\beta}) = C^2[\lambda_0, \omega(\omega_1)] \quad (2.1)$$

Для случая чистого сдвига тонкостенной трубки ненулевыми компонентами девиаторов s_{ij} , ε_{ij}^p , ρ_{ij} будут соответственно $s_{12} = \tau$, $\varepsilon_{12}^p = 1/2 \gamma^p$, $\rho_{12} = \rho$ и соотношения для $d\lambda_0$, $d\rho_{ij}$, и (1.5) и (2.1) запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \tau - \rho &= \frac{C(\lambda_0, \omega)}{\sqrt{3}} \text{sign}(\tau - \rho), & d\lambda_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} d\gamma^p \text{sign}(d\gamma^p) \\ d\rho &= 1/2 A (J_2^s, \omega) d\gamma^p, & J_2^s &= \sqrt{3} |\tau| \end{aligned}$$

Принимая закон Гука для упругой области, получим следующее соотношение между напряжением τ и деформацией γ в упругопластической области (где G — модуль сдвига):

$$d\tau = G d\gamma \text{ при } |\tau - \rho| < \frac{1}{\sqrt{3}} C \quad (2.2)$$

$$d\tau = \frac{1}{2} A d\gamma^p + \frac{1}{3} \frac{\partial C}{\partial \lambda_0} d\gamma^p + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial C}{\partial \omega} \text{sign}(\tau - \rho) d\omega \text{ при } |\tau - \rho| = \frac{1}{\sqrt{3}} C$$

Воспользуемся соотношением (γ^e — составляющая упругой деформации)

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma^e}{dt} + \frac{d\gamma^p}{dt} = \frac{1}{G} \frac{d\tau}{dt} + \frac{d\gamma^p}{dt} \quad (2.3)$$

Из второго уравнения (2.2) вычислим $d\gamma^p/dt$, и найденное выражение подставим в (2.3)

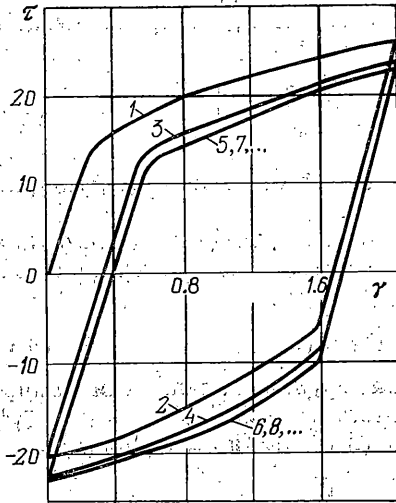
$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{d\gamma/dt + V}{F}, \quad V = \frac{W}{^{1/2}A + ^{1/3}\partial C/\partial \lambda_0} \quad (2.4)$$

$$W = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial C}{\partial \omega} \text{sign}(\tau - \rho) \frac{d\omega}{dt}, \quad F = \frac{1}{G} + \frac{1}{^{1/2}A + ^{1/3}\partial C/\partial \lambda_0}$$

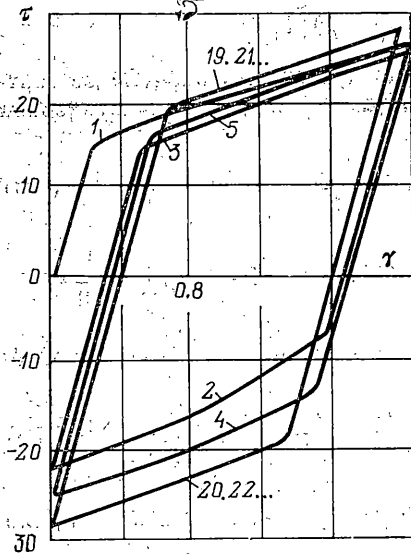
Уравнение (2.4) может быть записано в виде

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\tau}{dt} F - V \quad (2.5)$$

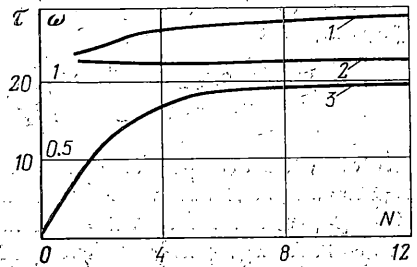
В случае жесткого нагружения задается $d\gamma/dt$ и уравнение (2.4) интегрируется численно. При мягком нагружении задается $d\tau/dt$ и интегрируется численно уравнение (2.5). При интегрировании уравнений (2.4) и (2.5) принимаются во внимание соотношения (1.3) и (1.4).



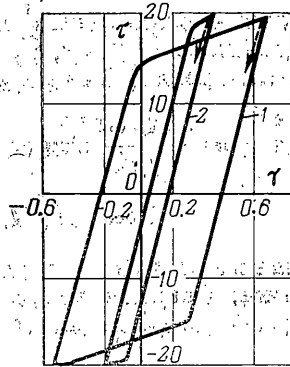
Фиг. 1



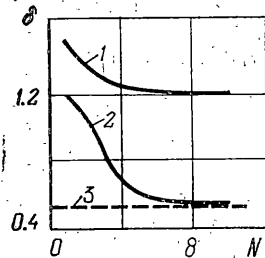
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

3. Коэффициенты и функции, входящие в полученные уравнения, подобраны из опытов на кручение образцов из Ст. 3 и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} C(\lambda_0, \omega) &= 30 + 10\omega - 5 \exp(-60\lambda_0) \\ A(J_2^s, \omega) &= 2000 \exp(1 - \sqrt{J_2^s}/25)(1 + 0.5\omega) \\ d\omega_1 &= 30(1 - \omega_1)d\lambda_0, \quad d\omega = k_1(\omega_1 - \omega)dt \end{aligned} \quad (3.1)$$

Время выдержки (старения) выбрано так, чтобы удовлетворялось условие $k_1 t_b = 1.2$.

На фиг. 1 показана расчетная кривая $\tau-\gamma$ (на всех графиках напряжение в $\text{кг}/\text{мм}^2$, деформация в процентах) жесткого цикла нагружения без старения. Цифры на кривых обозначают полуциклы нагружения. Кривые девятого и десятого полуциклов нагружения почти совпадают с кривыми седьмого и восьмого полуциклов. Таким образом, в процессе непрерывного нагружения в соответствии с опытом [2]

петля жесткого цикла устанавливается после восьми — десяти полуциклов нагружения (четыре-пять циклов). Соответствующая кривая изменения амплитуды нагружения $\tau_a = 1/2(\tau_{\max} + |\tau_{\min}|)$ в зависимости от числа циклов N нагружения показана на фиг. 3 (кривая 2).

На фиг. 2 показана также кривая τ - γ жесткого цикла нагружения. Однако здесь после каждого полуцикла учитывалось старение материала. В этом случае материал упрочняется от цикла к циклу и петля цикла устанавливается после семи-восьми циклов нагружения (девятнадцать — двадцать полуциклов). Кривая 1 на фиг. 3 соответствует изменению амплитуды τ_a , а кривая 3 дает характер изменения параметра ω . Данные выводы находятся в соответствии с результатами опытов на чередование знакопеременного нагружения и старения в режиме жесткого цикла нагружения [2].

Для получения кривых мягкого цикла нагружения интегрировалось уравнение (2.5) с теми же конкретизациями (3.1). На фиг. 4 показаны расчетные кривые τ - γ для этого случая. Кривая 1 на фиг. 4 представляет собой петлю пятого, установившегося цикла нагружения без старения, кривая 2 — петля пятого цикла нагружения с промежуточным старением после каждого полуцикла нагружения. В соответствии с опытом [4] петли цикла в этом случае непрерывно суживаются и после девятого цикла нагружения ширина петли стягивается к нулю, и деформации становятся упругими.

Изменения ширины петли δ с числом циклов N нагружения показаны на фиг. 5. Кривая 1 на фиг. 5 соответствует изменению удвоенной амплитуды деформации в случае нагружения без старения, кривая 2 — удвоенная амплитуда деформации при нагружении с промежуточным старением после каждого полуцикла. Пунктирная линия 3 — удвоенная амплитуда деформации для идеально упругого материала, величина которой равна $2\tau_a/G$.

10 V 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Р. А., Каменцева З. П. Циклическое упрочнение стареющих сплавов. В сб.: Исследования по упругости и пластичности, вып. 11. Изд-во ЛГУ, 1976.
2. Арутюнян Р. А., Каменцева З. П., Северюхин В. Е. О параметрах состояния стареющей пластической среды. Тр. симпозиума «Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии». Киев, 1979.
3. Старение сплавов. Сб. ст. М., Металлургиздат, 1962.
4. Ишлинский А. Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением. Укр. матем. ж., 1954, № 3.
5. Кадашев Ю. И., Новожилков В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения. ПММ, 1958, т. 22, вып. 1.
6. Арутюнян Р. А., Вакуленко А. А. О многократном нагружении упругопластической среды. Изв. АН СССР. Механика, 1965, № 4.
7. Арутюнян Р. А. К теории пластичности стареющих сплавов. В сб.: Исследования по упругости и пластичности, вып. 12. Изд-во ЛГУ, 1978.
8. Вакуленко А. А. О связях между напряжениями и деформациями в неупругих средах. В сб.: Исследования по упругости и пластичности, вып. 1. Изд-во ЛГУ, 1961.
9. Химия твердого состояния. М., Изд-во иностр. лит., 1961.