

**ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СЕМИНАРЫ**

**Семинары по численным методам в механике сплошной среды
под руководством Н. Ф. Морозова, И. Е. Товстике, К. Ф. Черныха**

3 II 1978. О. Б. Агаларян (Ленинград) *К задаче кручения осесимметричного упругопластического тела с трещиной.*

Рассматривается задача о кручении осесимметричного упругопластического тела с концентриаторами напряжений, вокруг которых развиваются пластические зоны. Предложен метод решения задачи, использующий ее особенности: в местах высоких градиентов, у концентриаторов, напряженное состояние близко к состоянию антиплоской деформации; вне этих зон материал в основном деформируется по закону линейной упругости. Метод сводит построение решения к последовательным итерациям. В асимптотическом приближении получаются известные результаты для маломасштабного течения.

11 II 1978. Ж. Н. Дмитриева (Ленинград) *Некоторые нелинейные задачи теории тонких упругих пластин.*

Рассматриваются геометрически нелинейные задачи статики и динамики упругих пластин различных очертаний. В основу анализа положены соотношения теории Кирхгофа – Кармана.

Для круглой и прямоугольной пластин получены новые теоремы об установлении процессов вынужденных колебаний, а именно, рассмотрены случаи установления решений к состояниям статического равновесия и к динамическим периодическим (по времени) режимам, реализующимся соответственно при стационарной и периодической нагрузках.

С помощью дискретных аналогов методов обыкновенных дифференциальных уравнений изучены явная и неявная разностные схемы решения дифференциальной системы процесса Бубнова – Галеркина в задаче о нелинейных колебаниях круглой пластины.

Приведено исследование одной из схем метода установления решения нелинейных статических задач, известного под названием «динамического». Рассмотрены вопросы скорости сходимости метода и получены оценки для шага интегрирования по времени и для величин параметров искусственно вводимых в систему диссипативных членов, описывающих «вязкое» и «сухое» трение.

На примерах численного расчета круглой, эллиптической пластины, а также пластин, имеющих малое отклонение от формы круга, показано практическое применение динамического метода.

14 II 1978. В. М. Мусалимов (Омск) *Теоретико-групповые исследования уравнений Ламе несимметричной упругости.*

Для плоской деформации и плоского напряженного состояния упругого равновесия среды найдены однопараметрические группы непрерывных преобразований, относительно которых уравнения Ламе остаются неизменными. Показано, что при плоской деформации наряду с известными соотношениями между векторами вращения и вектором перемещений, как это принято в теории Коссера (для определенной подгруппы преобразований), имеют место и другие соотношения (для других подгрупп преобразований). При плоском напряженном состоянии для одной из подгрупп преобразований имеет место вариант коллинеарного континуума, когда вектор вращений и вектор перемещений связаны между собой линейно.

17 II 1978. С. А. Назаров, А. С. Слудский (Ленинград) *Некоторые математические аспекты применимости методики Дж. Райса анализа концентрации напряжений.*

При реализации предложенной Дж. Райсом методики приближенного анализа асимптотики напряжений вблизи вершины трещины существенным является то, что решение предполагается имеющим вид $r^k \chi(\theta) + o(r^k)$, где k – постоянная. Однако существуют функционалы удельной энергии, для которых показатель степени в перв-

вом члене асимптотического представления решения зависит от угловой переменной. В этом случае методика Дж. Райса неприменима. В докладе указываются условия на функционал удельной энергии, достаточные для того, чтобы решения соответствующих уравнений равновесия не имели решений вида $r^{\lambda(0)}\chi(\theta) + o(r^{\lambda(0)})$ с функцией λ , отличной от постоянной. При этих же предположениях доказаны некоторые свойства функции $\Phi(r)$, вытекающие из представления решения в виде $r^{\Phi(r)}\chi(0) + o(r^{\Phi(r)})$.

3 IV 1978. П. А. Жилин (Ленинград) *Об устойчивости упругих оболочек.*

Рассматривается постановка задач устойчивости простых упругих оболочек. Вводится определение возмущенного движения и выводятся уравнения в вариациях, т. е. уравнения малых движений относительно рассматриваемого движения. Никаких предположений относительно малости невозмущенного движения не принимается. Считается, что возмущенные силы являются линейными диссипативными операторами от возмущений. Даётся определение устойчивости движения простых оболочек. Более подробно обсуждается устойчивость равновесных конфигураций. Если уравнениям в вариациях соответствует симметричный оператор, то можно дать вариационную постановку задачи, которая позволяет сделать ряд интересных выводов. В частности, устанавливается эквивалентность таких понятий, как сильная эллиптическость уравнений нейтрального равновесия и устойчивость материала оболочки. Отмечается, что равновесные конфигурации оболочек из устойчивого материала устойчивы относительно «локальных» возмущений или, что то же самое, область «вольнообразования» при потере устойчивости должна быть достаточно большой. Кроме того, из вариационной постановки следует, что решения уравнений нейтрального равновесия, обращающие в нуль вторую вариацию функционала энергии, и, следовательно, суждение об устойчивости равновесных конфигураций можно получить только из рассмотрения высших вариаций потенциальной энергии. В заключение отмечено, что функционал энергии задан на элементах, которые не принадлежат линейному пространству. Это вносит свою специфику в рассмотрение вариационной задачи. В частности, не проходит известное определение вариации Гато.

17 IV 1978. А. А. Вакуленко (Ленинград) *О распространении трещин в полимерах.*

Рассматривается одно из простейших термодинамически обоснованных обобщений гриффитса, подхода на случай возможности интенсивной диссипации в концевой зоне трещины. Показывается, что известное предложение Орована требует уточнения из-за того, что в отличие от энергии диссипация функцией состояния не является. С помощью термодинамики выводятся возможные формы «уравнения движения» края трещины для тех случаев, когда процесс можно считать квазистатическим.

18 V 1978. В. М. Левин (Ленинград) *О термоупругих напряжениях в композитных средах.*

Рассматриваются композитные материалы, состоящие из однородной матрицы и включений другого компонента эллипсоидальной формы. Определяется поле микронапряжений в таком материале, вызванное изменением температуры. Термоупругие напряжения в произвольном включении и его окрестности находятся с помощью тензора Грина для внутренних напряжений в среде с дефектами упругих модулей. Взаимодействие включений учитывается приближенно путем замены локальных неоднородностей эквивалентными точечными дефектами с последующим переходом от суммы по таким дефектам к интегралу по их непрерывному распределению. Полученные выражения для напряжений в композите отличаются от напряжений в одном изолированном включении в матрице тензорным множителем, учитывающим влияние других включений.

21 IX 1978. М. Д. Галилеев, С. М. Галилеев (Ленинград) *Метод начальных функций в динамической задаче теории упругости ортотропного тела.*

Получены соотношения метода начальных функций (МНФ) для пространственной динамической задачи ортотропного тела на основе решения уравнений Ламе, выраженного через три функции напряжений и перемещений, подчиняющихся дифференциальному уравнению в частных производных шестого порядка. Основные

зависимости метода представлены в виде $V = LV^0$, где V – девятикомпонентный вектор искомых напряжений и перемещений; V^0 – вектор начальных функций, определенный на плоскости $z=0$; $L=\{L_{ij}\}$; ($i=1, 2, \dots, 9$; $j=1, 2, \dots, 6$) – матрица дифференциальных операторов. Применение метода иллюстрируется на задачах о симметричном и коссимметричном динамическом воздействии на ортотропный слой.

Построен алгоритм решений задач многослойности. Рассмотрены частные задачи.

21 IX 1978. М. И. Улитин (Ленинград) *Вынужденные осесимметричные колебания оболочек вращения с учетом рассеяния энергии.*

Рассматриваются вынужденные установившиеся колебания тонких усеченные оболочки вращения. В качестве модели внутреннего трения (рассеяния энергии) принят амплитудно-независимая модель Е. С. Сорокина. Исследованы моментная и безмоментная задачи в различных зонах спектра, изучен характер интегральной амплитудно-частотной характеристики, пропорциональной осредненной кинетической энергии оболочки. Выделены собственные частоты, при которых возникают максимальные резонансные колебания. Установлена возможность появления у некоторых оболочек в зоне непрерывного спектра особых собственных частот, которым также соответствуют резонансные колебания с максимальной амплитудой.

25 IX 1978. В. А. Курочкин (Ленинград) *К вопросу о взаимодействии акустической волны давления со сферической оболочкой.*

Задача о взаимодействии акустической ударной волны с упругой сферической оболочкой решена двумя способами. В обоих из них решение отыскивалось путем преобразования Лапласа по времени, а по угловой координате – в виде ряда по полиномам Лежандра. Однако в первом случае для переходных функций использовались приближенные зависимости, а во втором обратное преобразование производилось численно.

Сравнение результатов, полученных в обоих случаях, показало хорошее совпадение.

28 IX 1978. С. М. Баузэр (Ленинград) *Об устойчивости близких к цилиндрическим оболочек вращения с учетом начальных прогибов.*

Асимптотическими методами исследуется влияние регулярных и локализованных в осевом направлении несовершенств форм на устойчивость близкой к цилиндрической оболочки вращения, находящейся под действием осевой сжимающей силы и малого бокового давления. Получены формулы для расчета критической нагрузки, позволяющие оценить влияние различных составляющих начальных неправильностей. Предложен также способ численного определения критической нагрузки, при котором метод итераций применяется к интегральному уравнению задачи, полученному после преобразования Фурье.

Для малых амплитуд начального прогиба асимптотические результаты хорошо согласуются с численными.

9 X 1978. Е. П. Колпак (Ленинград) *Краевой эффект в теории пластин.*

Рассматривается нелинейная задача об изгибе балки-полоски, нагруженной равномерным гидростатическим давлением. Численное решение задачи строится с помощью конечно-разностного метода. Рассматриваются следующие варианты решения этой задачи: безмоментное решение, краевой эффект, малые углы поворота. Произведено сравнение этих решений с «точным» при различных видах закрепления балки-полоски и различных отношениях длины к толщине на семействе упругих потенциалов вида: $\Phi = 2\mu/n^2 [(\lambda_1^{\frac{1}{2}})^2 + (\lambda_2^{\frac{1}{2}})^2 + (\lambda_3^{\frac{1}{2}})^2 - 3]$.

13 X 1978. Г. И. Кресин (Николаев) *О плоской и пространственной задачах теории упругости в областях с особыми точками.*

В пространстве непрерывных функций рассмотрены операторы, возникающие при изучении предельных значений упругих потенциалов. Получены выражения для существенной нормы (Ω) и оценки сверху для радиуса Фредгольма в предположении, что на границе области имеются угловые или конические точки, а также ребра.

16 X 1978. В. Б. Орлов (Ленинград) *Гидравлическое сопротивление кольцевых каналов.*

Рассматривается установившееся турбулентное течение в гладкой трубе с попечным сечением в виде концентричного кольца. Решена задача о гидравлическом сопротивлении такой трубы.

Решение строится на основе однослоиной теории турбулентности В. В. Новожилова, а в качестве турбулентных напряжений берется предложенная им модель.

Получена формула, позволяющая вычислить положение точки (в сечении) максимума скорости. Приведены формулы изменения скорости по сечению трубы. Для сопротивления трубы получена формула, связывающая его с числом Рейнольдса.

Показано, что трение на внутренней поверхности кольцевой трубы всегда больше, чем на наружной.

Вычислено относительное (в процентах) уменьшение расхода жидкости для трубы кольцевого сечения по сравнению с круглой трубой, радиус которой совпадает с радиусом внешней трубы кольцевого канала.

Сравнение полученных теоретических результатов с экспериментом показало хорошее их совпадение.

19 X 1978. М. А. Нарбут (Ленинград) *О применении поляризационно-оптического метода к динамическим задачам.*

Рассматривается ряд вопросов, относящихся к проблеме обоснования метода динамической фотоупругости и его развития в направлении более полного учета реальных (вязкоупругих) свойств оптически чувствительных материалов. Показано, что применение классического закона фотоупругости (Вертгейма) в условиях импульсного нагружения приводит (по крайней мере для некоторых материалов) к значительной погрешности в определении напряжений. В этих случаях предполагается применять закон Вертгейма формально, придавая ему не абсолютный, а лишь относительный смысл. Кратко обсуждается решение задачи об определении напряжений в некоторой области идеально упругой среды, если известны напряжения в ее вязкоупругой модели. Для такой задачи удается построить алгоритм, допускающий эффективную реализацию на ЭВМ.

25 X 1978. Ю. М. Даль (Ленинград) *Влияние геометрической нелинейности на величины упругих напряжений и перемещений у конца трещины.*

Получены приближенные геометрически нелинейные соотношения для напряжений и перемещений около эллиптического выреза в упругой плоскости. Контур выреза предполагается свободным от действия внешних сил, а напряженное состояние на бесконечности считается одноосным или равномерным двуосным растяжением. Доказывается, что при произвольных равномерных напряжениях на бесконечности деформированный контур эллиптического отверстия остается эллиптическим.

Задача решается методом последовательных нагрузений. Выведена функциональная зависимость коэффициента концентрации напряжений K_c от уровня действующей нагрузки. Подчеркивается, что оценка величины K_c по формулам линейной теории упругости достаточно точна, если удовлетворяются условия:

отношение $p/E \ll 1$ (где p — растягивающая нагрузка на бесконечности, E — модуль Юнга);

частное $2p/E \ll b_0/a_0$ (здесь b_0 и a_0 — соответственно длины малой и большой оси эллиптического отверстия).

Отмечается существование предельного эффективного радиуса кривизны вершины хрупкой трещины.

2 XI 1978. А. А. Вакуленко (Ленинград) *Некоторые задачи теории упругости композитов.*

Рассматривается композит матричного типа — упругое тело с системой упругих включений. При изучении любого «характерного объема» такого композита его можно считать частью неограниченной упругой среды, однородной вне этой части. Это позволяет использовать известный тензор влияния, с помощью которого задача о равновесии характерного объема сводится к системе интегральных уравнений. Тензор влияния в подынтегральных выражениях можно представить разложением

по мультиполям; это равносильно замене включений линейными комбинациями средоточенных особенностей и сводит систему интегральных уравнений к алгебраической системе, решение которой можно строить прямыми методами, исходя из подходящего вариационного принципа. Как показывает сравнение с точными решениями, в тех случаях, когда они имеются (плоская задача для композита с регулярным расположением включений), такой подход дает удовлетворительное приближение даже при сохранении только одного члена в указанном расположении — ошибка при определении эффективных модулей и напряжений вблизи включения не превосходит 4–5% при концентрации включений до 0.6.

9 XI 1978. А. М. Линьков (Ленинград) *О механике блочных массивов горных пород.*

Предложено развивать теорию блочного массива, используя реологию взаимодействующих поверхностей, ограничивающих блоки. Подчеркнута важная аналогия между теорией взаимодействующих шероховатых поверхностей и теорией пластичности, позволяющая наследовать идеи, терминологию и опыт, накопленный при изучении пластических деформаций. Различие состоит в замене тензоров деформаций и напряжений векторами взаимных смещений и усилий на единичных соприкасающихся площадках и в переходе от испытаний сплошных образцов к опыту над составными образцами. Рассмотрены предпосылки теории, приведены экспериментальные и деформационные варианты, описывающие имеющиеся экспериментальные данные, указаны возможные приложения.

16 XI 1978. С. С. Прасникова (Ленинград) *Статический расчет конических амортизаторов.*

Получен расчет конического резино-металлического амортизатора под действием осевой сжимающей силы. Амортизатор рассматривается как тонкая оболочка вращения. В теории оболочек принята уточненная гипотеза Кирхгофа: волокно остается перпендикулярным к деформированной поверхности, изменяя свою длину. Берется семейство упругих потенциалов вида $\Phi = 2\mu/n^2 [(\lambda_1^e)^2 + (\lambda_2^e)^2 + (\lambda_3^e)^2 - 3]$. Решена нелинейная краевая задача. Получена жесткостная характеристика амортизатора и исследован характер его напряженно-деформированного состояния. Решение сопоставлено с результатами, полученными экспериментально. Сравнение дало хорошее совпадение с расчетными данными. Сделаны выводы о влиянии параметров амортизатора на его упругую характеристику.

16 XI 1978. М. А. Греков (Ленинград) *Некоторые особенности пластического течения металлов около трещин.*

Рассмотрен ряд вопросов, связанных с квазихрупким разрушением тел с трещинами. Сформулирован критерий квазихрупкого разрушения, основанный на понятии зоны микрорастяжения. Применение критерия не ограничено условием малости области пластических деформаций у вершины трещины. Вычислен размер зоны микрорастяжения для характерных сплавов. Разработан метод определения границы пластических деформаций около эллиптических вырезов и трещин в неограниченной пластине при монотонном нагружении. Исследовано влияние вида и уровня внешней нагрузки на развитие пластической зоны у вершины трещины при плоской деформации. Обнаружено влияние усилий, параллельных кромкам трещины, на предельное состояние пластины при квазихрупком разрушении. Распределение напряжений в пластической зоне найдено по схеме жестко-пластического тела с использованием конечно-разностных соотношений. Разработан метод определения границы области вторичных пластических деформаций при разгрузке. Исследовано влияние максимальной и минимальной нагрузок цикла, а также условий нагружения на размеры циклической зоны.

17 XI 1978. М. Г. Сулимов (Ленинград) *О негладких слагаемых в асимптотике решения бигармонического уравнения в окрестности угловой точки границы.*

Исследовано уравнение для полюсов мероморфной функции в асимптотическом представлении Кондратьева решения первой краевой задачи для бигармонического уравнения в окрестности угловой точки границы плоской ограниченной области Ω при произвольном растворе угла $0 < \alpha \leq 2\pi$.

Получен явный вид с точностью до постоянного множителя принадлежащих интервалу шкалы соболевских классов $(W_2^4(\Omega), W_2^2(\Omega)]$ слагаемых указанного асимптотического представления.

23 XI 1978. В. Я. Терещенко (Ростов-на-Дону) *Об использовании встречных методов при решении трехмерных краевых задач линейной теории упругости.*

Дана постановка и применение к решению трехмерных краевых задач линейной теории упругости встречных (по отношению к энергетическому методу) методов, позволяющих сводить решение краевой задачи к решению уравнений, определенных только на границе области.

Предложен новый метод, названный методом ортогональных разложений на границе области и связанный с известным в теории упругости принципом Кастильяно. Дано обобщение метода Трефта в варианте, пригодном для минимизации обобщенных функционалов Трефта приближенными методами, в которых аппроксимирующие решения функций дифференцируемы лишь в обобщенном смысле, например вариационно-разностным или методом конечных элементов.

30 XI 1978. В. А. Шайдырован (Донецк) *Пространственные задачи теории упругости для многосвязных сред с усложненными свойствами.*

Излагается один из методов решения пространственных задач теории упругости для пластин, размеры которых по трем взаимоперпендикулярным направлениям сравнимы между собой.

В работе используется представление вектора смещений в виде рядов по системе однородных решений А. И. Лурье, если материал пластины изотропный, А. И. Лурье, С. Г. Лехницкого, если материал транситропный, И. И. Воровича, И. Г. Кадомцева – для трехслойной плиты симметричной структуры. Формулируются граничные задачи для многосвязных пластин конечных размеров (изотропных или транситропных). В последние входят производные высших порядков от потенциалов Колосова – Мусхелишвили, а также производные от функций и сами функции, являющиеся решениями уравнений Гельмгольца.

Предложенный метод распространен на случай деформации кусочно-однородных пластин и термоупругие задачи. Указан путь его обобщения на случай динамических задач для многосвязных транситропных пластин. В результате решения конкретных задач установлены основные закономерности изменения напряженного состояния пластины в зависимости от анизотропии материала, ее толщины, близости полостей и их количества, показателя изменяемости нагрузки, характера теплового воздействия, относительной жесткости включения. Проанализирована возможность использования решений классических прикладных теорий и установлены границы применения последних.

5 XII 1978. В. М. Мальков (Ленинград) *Краевой эффект в области отверстия в ортотропной оболочке нулевой кривизны.*

Полученное ранее решение краевого эффекта для изотропной оболочки нулевой гауссовой кривизны с асимптотическим контуром обобщено на оболочку, изготовленную из ортотропного материала. Направления ортотропии совпадают с линиями главных кривизн срединной поверхности оболочки. Для построения решения краевого эффекта в окрестности отверстия в оболочке используется местная система координат, це совпадающая с главными координатами. Показатель изменяемости решения меняет порядок при движении вдоль контура отверстия: вдали от точек касания края отверстия с асимптотическими линиями он пропорционален $\alpha^{-4}\lambda^{3/2}$, в окрестности точек касания – $\alpha^{1/4}\lambda(\lambda^3=r_0^2/Rc)$ – большой параметр, $\alpha=E_1/E_2$.

Рассмотрена задача сопряжения цилиндрической оболочки с наклонным патрубком под давлением. Вычислены напряжения в окрестности линии пересечения оболочек.

7 XII 1978. С. А. Назаров, Б. Н. Семенов (Ленинград) *О коэффициентах интенсивности в моментной теории упругости.*

Рассматриваются уравнения моментной теории упругости со стесненным вращением в плоской области, содержащей разрез. При помощи модификации метода Вишика – Листерника строится асимптотическое по малому параметру (показателю моментности) решение задачи с различными граничными условиями на разрезе. Такое решение конструируется в виде линейной комбинации решений классической упругости в области с трещиной и задачи моментной упругости на плоскости.

с полубесконечным разрезом. Исследована асимптотика на бесконечности решения последней задачи. Для обоснования приводимых асимптотических разложений получены равномерные по параметру сценки решений в области с гладкой границей и оценки в функциональных пространствах с весовыми нормами решений в бесконечном угле.

Общая методика иллюстрируется на примере задачи с граничными условиями типа штампа без трения и симметричной задачи растяжения. Для главных членов асимптотики получены коэффициенты интенсивности в задаче моментной теории упругости и показана их связь с коэффициентами интенсивности соответствующей задачи в классической постановке, которая в главном носит линейный характер.

9 XII 1978. В. И. Ершов (Ленинград) *Низкочастотные колебания подкрепленных куполов.*

Рассматриваются низкочастотные колебания оболочки вращения в форме купола, подкрепленной на краю упругим плоским кольцом. С помощью метода Рэля исследуется зависимость частоты колебаний от размеров поперечного сечения кольца.

Для проведения асимптотического анализа предложено два варианта метода последовательных приближений. В первом случае, для относительно тонких колец, определяющей является деформация оболочки, а кольцо рассматривается как возмущающий объект. Во втором случае имеет место обратная картина. Области применимости этих вариантов перекрываются.

14 XII 1978. Н. Ф. Морозов, С. А. Назаров (Ленинград) *Об асимптотике напряженно-деформированного состояния вблизи трещины с включением в вершине.*

Рассматривается задача об определении напряженно-деформированного состояния в окрестности трещины, упирающейся в абсолютно жесткое круговое малое включение. Исследуется главный член асимптотического представления решения соответствующей краевой задачи. Осуществляется построение погранслойной поправки в окрестности зерна. Вычислены значения напряжений в наиболее опасных точках.

16 XII 1978. В. Г. Корнеев (Ленинград) *О численном решении задач теории пластического течения с условием текучести Кулонна.*

Задачи теории пластического течения с условиями текучести Кулонна и другими подобными обладают известной спецификой. Поверхность текучести в пространстве главных напряжений является бесконечной пирамидой или конусом с вершиной на линии $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Вычисления могут быть не устойчивыми, если напряженное состояние проходит достаточно малую окрестность вершины. Рассматриваются способы регуляризации задачи в случае упрочняющегося материала. Один из них заключается в стягивании поверхности текучести, другой, оказывающийся более эффективным, – во введении и соотношении между приращениями деформации и напряжений вспомогательной функции, которая позволяет избежать неопределенностей в коэффициентах уравнений при обращении τ_{\max} в нуль. Доказываются оценки сходимости метода конечных элементов, улучшающие полученные ранее оценки¹ для более простого случая гладкой поверхности текучести.

18 XII 1978. Б. А. Корбут (Оренбург) *Колебания и устойчивость оболочек, связанных с мягким упругим телом.*

Изучается движение оболочки на основе уравнений технической теории тонких упругих оболочек, дополненных членами, учитывающими реакцию тела. Для тела применяется несколько моделей: точная, основанная на линеаризованных и линейных уравнениях теории упругости; предложенная модель, использующая одно уравнение теории упругости относительно перемещения нормального поверхности оболочки; винклеровская модель. Разработана теория предложенной модели: выяснены задачи, в которых можно использовать данную модель, дано обоснование уравнения модели как через первичные понятия теории упругости (перемещения, на-

¹ См. Корнеев В. Г., Пономарев С. Е. Решение задачи теории пластического течения методом конечных элементов. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1977, т. 17, № 2.

пряжения, упругие постоянные, парциальные частоты и т. д.), так и при помощи интегральных характеристик (собственные частоты, критические усилия и др.), изложена методика решения задач, установлена связь с другими моделями, дано обобщение основания Пастернака - Власова на тела с криволинейной границей и др.

Решены задачи на собственные колебания, устойчивость, динамическую устойчивость и флаттер оболочек различной формы, связанных с упругим телом. Выявлены качественные и количественные особенности деформирования рассмотренных оболочек, обусловленные связью их с телом.

21 XII 1978. В. Г. Корнеев (Ленинград) *Вариационно-сеточный метод решения в усилиях задачи теории тонких оболочек*.

Рассмотренный ранее¹ на примере задачи расчета арочных плотин вариационно-сеточный метод обобщен на общую задачу теории тонких непологих оболочек. Существенно, что в сеточном пространстве самоуравновешенных вектор-функций внутренних усилий, на котором минимизируется сеточный функционал дополнительной работы, удается построить базис, элементы которого имеют локализованные носители.

¹ См. Корнеев В. Г. Тр. гидропроекта. М., 1973, № 22, стр. 5-130, 141-182.