

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ В ИДЕАЛЬНЫХ СЖИМАЕМЫХ СРЕДАХ

В. Г. БАЖЕНОВ, А. В. КОЧЕТКОВ, Г. С. МИХАЙЛОВ,  
А. Г. УГОДЧИКОВ

(Горький)

В последние десятилетия проблема взаимодействия тонкостенных конструкций с волнами в жидкости и газе получила значительное развитие. Наиболее исследованными являются задачи взаимодействия упругих пластин и оболочек с нестационарными акустическими волнами [1-5]. Проблема взаимодействия тонкостенных элементов конструкций с ударными волнами в жидкости и газе является значительно более сложной как по физике протекающих явлений, так и в математическом отношении, поэтому теоретические и экспериментальные методы исследования в этой области разработаны совсем недавно [4, 6-8].

Методики численного решения двумерных задач взаимодействия упругопластических оболочек с волнами сильного разрыва в идеальных средах предложены в [6-8]. В [6, 7] даны оценки влияния деформируемости цилиндрических оболочек на поля давления в задачах аэроупругости. В [8] приведены сопоставления результатов решения задач взаимодействия круглых пластин с волной давления в жидкости в линейной и нелинейной (физически и геометрически) постановках с учетом кавитационных явлений.

Тем не менее вопросы, связанные с необходимостью учета тех или иных нелинейных эффектов при численном моделировании задач взаимодействия, требуют дальнейших исследований. В данной работе излагается методика численного решения двумерных задач взаимодействия упругопластических тонкостенных элементов конструкций с ударными волнами в идеальных средах при постановке граничных условий на деформирующихся контактных поверхностях.

На задачах взаимодействия подводной ударной волны с круглой пластиной и бесконечно длинной цилиндрической оболочкой оценивается влияние на результаты решения учета пластического деформирования и формоизменения пластины и оболочки. Точность решения проверяется сопоставлением теоретических результатов и экспериментальных данных [9] по взаимодействию подводной ударной волны с круглой пластиной, жестко закрепленной по контуру.

1. Рассмотрим плоскую (осесимметричную) задачу гидроаэроупругости в прямоугольной декартовой (цилиндрической) системе координат  $roz$  (в осесимметричной постановке  $oz$  — ось вращения). Полагаем, что расчетная область конечна и состоит из подобластей, содержащих идеальные сжимаемые среды (газ, жидкость) с различными акустическими свойствами. Деформируемые и недеформируемые элементы конструкций могут быть границами расчетной области или поверхностями раздела подобластей. Так как деформируемые элементы являются тонкостенными, волновыми процессами по толщине можно пренебречь и срединные поверхности принять за весомые контактные поверхности — поверхности раздела сред. Параметры падающей ударной волны, источник которой находится вне расчетной области, определяются по эмпирическим формулам или из решения одномерной задачи гидрогазодинамики взрыва.

Задачу взаимодействия сформулируем с учетом нелинейных свойств среды и разрывности полей гидрогазодинамических параметров, упруго-

пластического деформирования и больших прогибов конструктивных элементов, формоизменения и перемещения контактных поверхностей. Для описания движения деформируемых элементов используем лагранжев подход, а для сред — совместный эйлера-лагранжев. Наряду с общей системой координат  $roz$  вводим гауссову систему координат  $s, \xi$ , связанную с деформируемой конфигурацией срединной поверхности оболочки, где  $s$  — длина дуги,  $\xi$  — расстояние точки от срединной поверхности ( $-h \leq 2\xi \leq h$ ),  $h = h(s, t)$  — толщина оболочки. Изменением метрики по толщине пренебрегаем.

Распределение скоростей перемещений по толщине оболочки представим в виде

$$u^\vee(s, \xi, t) = u(s, t) + \xi u_\varphi(s, t), \quad w^\vee(s, \xi, t) = w(s, t) \quad (1.1)$$

где  $u(s, t)$ ,  $w(s, t)$  — скорости перемещений срединной поверхности вдоль касательной и нормали,  $u_\varphi(s, t)$  — угловая скорость вращения поперечных сечений,  $t$  — время. Скорости перемещений в местном базисе связаны со скоростями перемещений в общем базисе соотношениями

$$u = u_z m + u_r n, \quad w = u_z n - u_r m \quad (1.2)$$

$$m = z_{0,s}, \quad n = r_{0,s}, \quad r_0 = r_0(s, t), \quad z_0 = z_0(s, t)$$

где  $r_0, z_0$  — координаты точек срединной поверхности. Индекс после запятой означает дифференцирование по соответствующей переменной, а точка над буквой — дифференцирование по времени.

Принимая условие параболического распределения сдвиговых деформаций по толщине, скорости деформаций представим в виде [10]:

$$e_{ii}^\bullet = e_i^\circ + \xi \kappa_i^\bullet \quad (i=1, 2), \quad \gamma^\bullet = \gamma^\circ [1 - (2\xi/h)^2], \quad e_1^\circ = u_{z,s} m + u_{r,s} n \quad (1.3)$$

$$e_2^\circ = v r_0^{-v} u_r, \quad \kappa_1^\bullet = u_{\varphi,s}, \quad \kappa_2^\bullet = v n r_0^{-v} u_\varphi, \quad \gamma^\circ = u_\varphi - u_{r,s} m + u_{z,s} n$$

где  $v$  — параметр симметрии, принимающий значения нуль или единица в плоской или осесимметричной задаче.

Полные деформации определяются историей деформирования и представляются в виде суммы упругих  $e_{ii}'$  и пластических  $e_{ii}''$  компонент

$$e_{ii} = \int_0^t e_{ii}' dt, \quad e_{ii}'' = \int_0^t e_{ii}'' dt, \quad e_{ii}' = e_{ii} - e_{ii}'' \quad (1.4)$$

Связь между напряжениями и упругими деформациями устанавливается по формулам плоского напряженного состояния

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\mu^2} (e_{11}' + \mu e_{22}'), \quad \sigma_{22} = \frac{E}{1-\mu^2} (e_{22}' + \mu e_{11}') \quad (1.5)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{31} = G\gamma, \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = 0$$

где  $E$  и  $\mu$  — известные модули упругости.

Компоненты пластических деформаций определяются на основе соотношений дифференциальной теории пластичности с линейным кинематическим упрочнением [11]:

$$S_{ij} S_{ij} = 2/3 \sigma_T^2, \quad e_{ij}^\bullet = \lambda S_{ij}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij} - \rho_{ij}, \quad \sigma_0 = 1/3 (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (1.6)$$

$$e_{ii} = e_i, \quad e_{ij} = e_{ji} = 1/2 \gamma, \quad \rho_{ij} = 2g e_{ij}'' \quad (i, j = \overline{1, 2})$$

где  $\sigma_T$  — предел текучести,  $3g$  — модуль упрочнения,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Усилия, моменты и перерезывающая сила определяются интегралами от напряжений

$$N_i = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ii} d\xi, \quad M_i = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ii} \xi d\xi, \quad Q = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{13} d\xi \quad (i=1,2). \quad (1.7)$$

Вариационное уравнение динамики оболочки формулируется в виде [10]:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left[ N_1 \delta e_1 + Q \delta \gamma + M_1 \delta \kappa_1 + \nu (N_2 \delta e_2 + M_2 \delta \kappa_2) + \right. \\ & \left. + \rho_M h (u_r \delta u_r + u_z \delta u_z) + \rho_M \frac{h^3}{12} u_\varphi \delta u_\varphi - p_r \delta u_r - \right. \\ & \left. - p_z \delta u_z \right] r_0^\nu ds - [r_0^\nu (P_r \delta u_r + P_z \delta u_z + M \delta u_\varphi)]_{s=0,L} = 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $\rho_M$  — плотность материала оболочки,  $p_r = p_r(s, t)$  и  $p_z = p_z(s, t)$  — компоненты поверхностной нагрузки;  $P_r = P_r(t)$ ,  $P_z = P_z(t)$ ,  $M = M(t)$  — внешние силы и момент, действующие на граничных контурах оболочки  $s=0$  и  $s=L$ .

Полагая вариации  $\delta u_r$ ,  $\delta u_z$ ,  $\delta u_\varphi$  линейно-независимыми, уравнение (1.8) с учетом (1.3) представляем в виде системы трех уравнений

$$\int_0^L [(N_1 m + Q n) \delta u_{z,s} + (\rho_M h u_z - p_z) \delta u_z] r_0^\nu ds - (r_0^\nu P_z \delta u_z)_{s=0,L} = 0 \quad (1.9)$$

$$\int_0^L [(N_1 n - Q m) \delta u_{r,s} + (\nu r_0^{-\nu} N_2 + \rho_M h u_r - p_r) \delta u_r] r_0^\nu ds - (r_0^\nu P_r \delta u_r)_{s=0,L} = 0$$

$$\int_0^L \left[ M_1 \delta u_{\varphi,s} + \left( \nu r_0^{-\nu} h M_2 + Q + \rho_M \frac{h^3}{12} u_\varphi \right) \delta u_\varphi \right] r_0^\nu ds - (r_0^\nu M \delta u_\varphi)_{s=0,L} = 0$$

Система интегро-дифференциальных уравнений (1.3)–(1.7), (1.9) при известных внешних воздействиях  $p_r$ ,  $p_z$  и соответствующих начальных и краевых условиях описывает процессы упругопластического динамического деформирования тонкостенных элементов конструкций.

Уравнения нестационарной гидрогазодинамики формулируются в виде

$$(F_1 r^\nu)_{,t} + (F_2 r^\nu)_{,z} + (F_3 r^\nu)_{,r} = F_4 \quad (1.10)$$

$$F_1 = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho v_r \\ \rho v_z \\ F \end{vmatrix}, \quad F_2 = \begin{vmatrix} \rho v_z \\ \rho v_z v_r \\ \rho v_z^2 + p \\ (F + p) v_z \end{vmatrix}, \quad F_3 = \begin{vmatrix} \rho v_r \\ \rho v_r^2 + p \\ \rho v_r v_z \\ (F + p) v_r \end{vmatrix}, \quad F_4 = \begin{vmatrix} 0 \\ \nu p \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (1.11)$$

$$F = \rho [e + (v_r^2 + v_z^2)/2]$$

Здесь  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность среды,  $v_r$  и  $v_z$  — компоненты вектора массовой скорости,  $e$  — удельная внутренняя энергия. Уравнение состояния принято в виде

$$e = (p + \alpha B) / [\rho(\alpha - 1)] - c_0^2 / (\alpha - 1) \quad (1.12)$$

что позволяет, задаваясь определенными значениями параметров  $\alpha$ ,  $c_0$ ,  $B = \rho_0 c_0^2 / \alpha$ , использовать его как для газообразных, так и жидких идеальных сжимаемых сред.

На поверхностях разрывов гидродинамических параметров, которыми являются фронты ударных волн и контактные поверхности раздела сред, должны удовлетворяться условия динамической совместности. Значения давлений  $p^*$  и нормальных скоростей  $v^*$  на этих поверхностях определяются в результате решения одномерной задачи о распаде разрыва, которая формулируется в виде [12]:

$$v^* - v_- + (p^* - p_-)/a_- = 0, \quad v^* - v_+ - (p^* - p_+)/a_+ = 0 \quad (1.13)$$

где индексами (+, -) обозначены значения гидродинамических параметров по разные стороны поверхности разрыва

$$a_{\pm} = \left\{ \frac{1}{2} \rho [(\alpha + 1)(p^* + B) + (\alpha - 1)(p + B)] \right\}_{\pm}^{1/2} \quad \text{при } p^* \geq p_{\pm} \quad (1.14)$$

$$a_{\pm} = \left\{ \frac{\rho c(\alpha - 1)}{2\alpha} \left( 1 - \frac{p^* + B}{p + B} \right) / \left[ 1 - \left( \frac{p^* + B}{p + B} \right)^{1/2(\alpha + 1)/\alpha} \right] \right\}_{\pm} \quad \text{при } p^* < p_{\pm}$$

Здесь  $c_{\pm}$  — соответствующая местная скорость звука.

На поверхностях контакта сред с деформируемыми элементами принимается, что касательная составляющая нагрузки  $p_s = 0$ , а нормальная компонента  $p_n$  является равнодействующей контактных давлений на поверхностях оболочки. С учетом этого компоненты нагрузки выражаются в виде

$$p_z = -p_n m, \quad p_x = p_n n, \quad p_y = p_-^* - p_+^* \quad (1.15)$$

Уравнения, связывающие контактные давления  $p_-^*$ ,  $p_+^*$  и скорость перемещения контактной поверхности — оболочки, следуют из (1.13) в предположении  $v^* = w$ :

$$p_-^* = p_- - a_-(w - v_-), \quad p_+^* = p_+ - a_+(v_+ - w) \quad (1.16)$$

Если оболочка ограничивает расчетную область, то  $p_+^*$  или  $p_-^*$  — заданная функция координат и времени. Другие типы краевых условий определяются заданием величин  $p^*$  или  $v^*$  на границах расчетной области.

Сформулированная система нелинейных уравнений (1.2) — (1.16) позволяет описать широкий класс двумерных задач взаимодействия.

2. Решение задачи осуществляем численным методом. Полагая границы расчетной области для данного момента времени известными, каждую из подобластей покроем четырехугольными ячейками таким образом, чтобы на границах смежных подобластей вершины ячеек совпадали. Срединные поверхности оболочек аппроксимируем дискретными точками так, что на каждую гидродинамическую ячейку, соприкасающуюся с оболочкой, приходится два оболочечных элемента.

Решение задачи динамического деформирования оболочек производится вариационно-разностным методом по явной конечно-разностной схеме интегрирования во времени. Уравнения движения аппроксимируются со вторым порядком точности на пространственно-временной сетке. Скорости смещения узловых точек и деформаций вычисляются на интервале временного шага, а геометрические характеристики и напряженно-деформированное состояние — в целочисленные моменты времени  $t^{k+1}$  ( $k=0, 1, 2, \dots$ ).

Напряжения и деформации вычисляются в середине элементов на ряде слоев по толщине оболочки. Приращения пластических деформаций находятся по формулам

$$\Delta e_{ij}'' = \Delta \lambda S_{ij}^{\circ}, \quad S_{ij}^{\circ} = S_{ij} + 2(G + g) \Delta e_{ij}''$$

$$\Delta \lambda = \frac{1}{2} \left[ (S_{ij}^{\circ} S_{ij}^{\circ})^{1/2} - ({}^2/3 \sigma_T^2)^{1/2} \right] / \left[ (G + g) (S_{ij}^{\circ} S_{ij}^{\circ})^{1/2} \right]$$

в результате итерационного процесса. В каждой итерации пересчитываются  $e_{ij}^{k+1}$  при новых значениях  $(e_{ij}'')^{k+1} = (e_{ij}'')^k + \Delta e_{ij}''$ .

Интегральные характеристики (усилия и моменты) определяются численным интегрированием. Скорости перемещений и координаты узловых точек дискретной системы вычисляются по рекуррентным формулам

$$u_i^{k+1/2} = u_i^{k-1/2} + \frac{\tau^k + \tau^{k+1}}{2K_i^k} [\Phi_i^k + (1 - \delta_{i\varphi}) p_i^{k+1/2}] \quad (i=r, z, \varphi) \quad (2.1)$$

$$r_0^{k+1} = r_0^k + \tau^{k+1} u_r^{k+1/2}, \quad z_0^{k+1} = z_0^k + \tau^{k+1} u_z^{k+1/2}$$

где  $\Phi_i$  — приведенные к узлу обобщенные силы,  $K_i$  — обобщенные массы,  $\tau^k$ ,  $\tau^{k+1} = t^{k+1} - t^k$  — шаги по времени, определяемые из условия устойчивости явной схемы,  $\delta_{i\varphi}$  — символ Кронеккера.

Для решения задачи гидрогазодинамики применяется явная схема сквозного счета С. К. Годунова [12], которая позволяет проводить расчеты в подвижных сетках, что особенно важно в задачах взаимодействия при учете смещения контактных поверхностей.

Система дифференциальных уравнений (1.11) представляется в интегральной форме

$$\iint_{\Pi} F_1 r^v dr dz + F_2 r^v dr dt + F_3 r^v dz dt = \iiint_{\Omega} F_4 dr dz dt \quad (2.2)$$

где  $\Omega$  — объем элемента, основаниями которого являются четырехугольники в смежных временных плоскостях  $t = t^k$  и  $t^{k+1}$ ,  $\Pi$  — ограничивающая  $\Omega$  кусочно-гладкая поверхность.

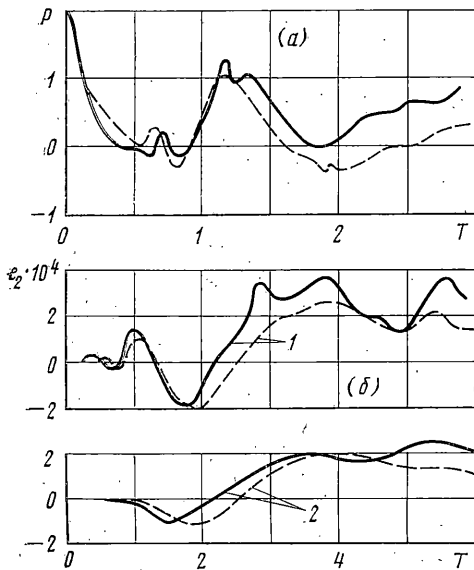
Для аппроксимации уравнений (2.2) полагается, что гидродинамические параметры на поверхности  $\Pi$  принимают кусочно-постоянные значения. На боковых поверхностях их значения определяются из решения задачи о распаде разрыва в момент времени  $t^k$  [12]. С учетом принятых допущений решение задачи нестационарной гидрогазодинамики сводится к пошаговому решению системы алгебраических уравнений

$$F_{10}^{k+1} = \left[ F_{10}^k J_{10}^k - \sum_{i=1}^4 (F_{1i} I_{1i} + F_{2i} I_{2i} + F_{3i} I_{3i})^{k+1/2} + F_4^{k+1/2} I_{\Omega}^{k+1/2} \right] / I_{10}^{k+1} \quad (2.3)$$

где  $F_{10}^k$  и  $F_{10}^{k+1}$  — значения  $F_1$  на плоскостях  $t^k$  и  $t^{k+1}$ ,  $F_{ji}^{k+1/2}$  — значения  $F_j$  на боковых поверхностях,  $F_4^{k+1/2}$  — среднее значение  $F_4$  в объеме  $\Omega$ , за которое в расчетах принималось значение  $F_4$  на плоскости  $t^k$ ,  $I_{ji}$  — значения поверхностных интегралов от  $r^v$  по соответствующим проекциям, ограничивающих  $\Omega$  поверхностей на координатные плоскости  $t=0$ ,  $z=0$ ,  $r=0$ , а  $I_{\Omega}$  выражается в виде суммы поверхностных интегралов  $I_{3i}$  [7].

Контактные давления между оболочкой и взаимодействующими с ней средами вычисляются путем совместного решения системы уравнений (1.15), (1.16), (2.1) по итерационной схеме. В начальном приближении в уравнениях (1.16) принимается  $w^{(1)} = w^k$  и определяются  $p^k$  итерационным методом [12]. Последовательное решение уравнений (1.15), (2.1) и (1.2) позволяет организовать итерационный процесс вычисления нормальной компоненты скорости перемещения оболочки  $w^{(2)}$ , сходимость которого проверяется по условию  $|w^{(n+1)} - w^{(n)}| \leq \varepsilon |w^{(n)}|$ . В расчетах при  $\varepsilon = 10^{-5}$  число итераций не превышало  $n=4$ .

Алгоритм численного решения задачи взаимодействия заключается в следующем. По известному полю гидродинамических параметров в момент времени  $t^k$  вычисляются величины распада разрыва на границах подобластей и осуществляется перемещение подвижных границ за шаг  $\tau^{k+1}$ . Производится построение новой расчетной сетки и рассчитывается поле гидродинамических параметров для  $t^{k+1}$  временного слоя и так далее. Для повышения эффективности счета на одном гидродинамическом шаге, который, как правило, на порядок превышает допустимый шаг интегрирования оболочечных уравнений, производится несколько оболочечных шагов при фиксированных параметрах в гидродинамических ячейках. Процесс вычисления контактных давлений осуществляется только для узлов оболочки, расположенных между вершинами гидродинамических ячеек. В остальных узлах давления определяются путем интерполяции.



Фиг. 1

Коэффициенты уравнения состояния для воды  $\alpha=7.15$ ,  $\rho_0=10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_0=1460$  м/с. За начало отсчета времени  $t=0$  принимался момент соприкосновения фронта ударной волны с пластиной, оболочкой. С целью апробации разработанной методики и программы было проведено сопоставление теоретических результатов с данными эксперимента [9] над круглой, жестко защемленной по контуру стальной пластиной, отделяющей воздушную камеру от воды. Заряд ВВ весом  $10^{-2}$  кг располагался на расстоянии 8.6 м от пластины.

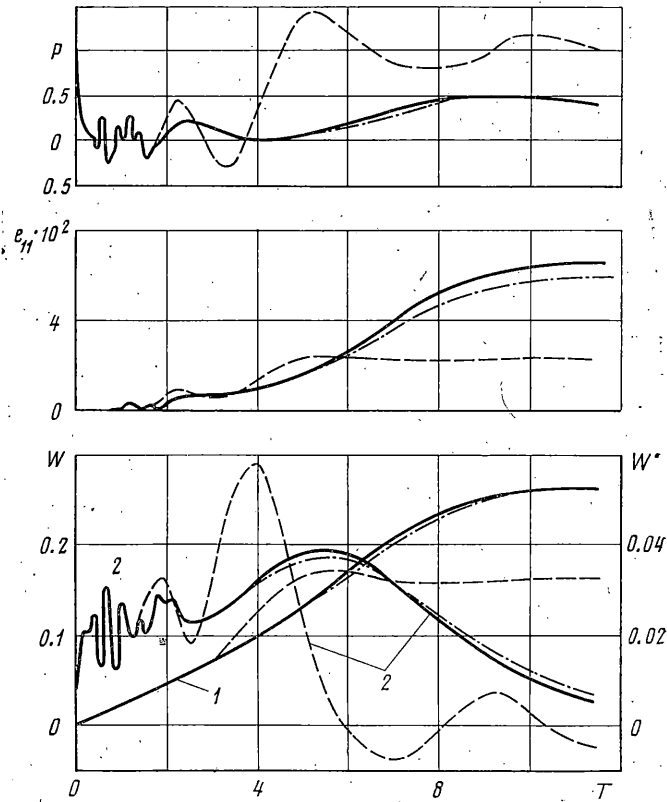
Характеристики пластины:  $R=0.15$  м,  $R/h=30$ ,  $E=2.07 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu=0.3$ ,  $\rho_m=7.8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. В расчете изменение давления в воздушной камере не учитывалось и к тыльной стороне пластины прикладывалось постоянное давление, равное атмосферному. Начало координат помещалось в центре пластины. Расчетная область для момента времени  $t=0$  представляла собой прямоугольник, ограниченный координатными линиями  $r=0$ ,  $R$  и  $z=0$ ,  $-8R$ . Начальные условия для пластины нулевые, а начальные условия по среде и граничные условия на линии  $z=-8R$  определялись по эмпирическим зависимостям [13].

На оси вращения  $r=0$  использовались условия симметрии, а на боковой границе  $r=R$  — «пассивные» граничные условия, которые реализуются в предположении  $v^*=v_{\pm}$  в соотношениях (1.13).

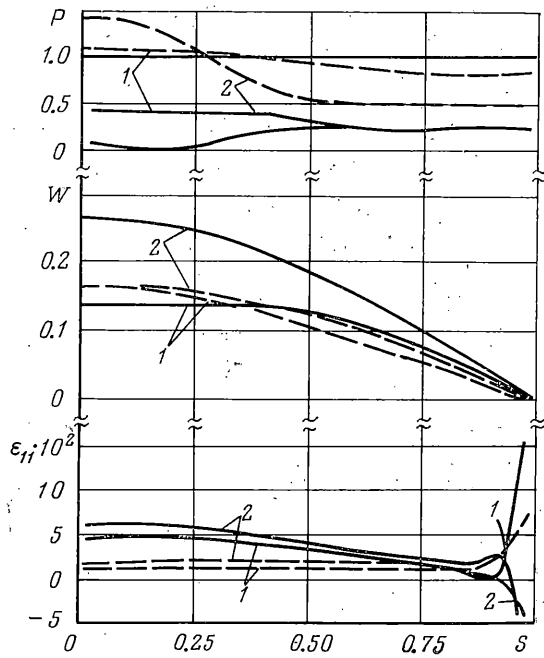
На фиг. 1, а представлено изменение безразмерного давления  $P=p/p_{\max}$  в центре пластины во времени  $T=tc_0/R$  ( $p_{\max}=0.83$  МПа — давление на фронте падающей волны при  $T=0$ ). Сплошной линией обозначены экспериментальные значения [9], пунктирной — расчетные. Цифрами 1, 2 на фиг. 1, б отмечены графики изменения окружающих деформаций на тыльной поверхности пластины в точках с координатами  $r=0$ ,  $r=0.25R$  соответственно.

Таким образом, имеет место хорошее качественное и удовлетворительное количественное совпадение теоретических и экспериментальных результатов. Наблюдаемое различие результатов можно объяснить идеализацией граничных условий при  $r=R$ .

С целью достижения больших формоизменений пластины были изменены начальные условия задачи. Было принято:  $R/h=50$ , вес заряда  $-10^3$  кг, расстояние заряда от пластины 50 м, материал пластины — алюминий ( $E=7.3 \cdot 10^4$  МПа,  $\mu=0.3$ ,  $\rho_m=2.7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma_T=350$  МПа,  $3g=10^3$  МПа). На границе  $r=R$  задавались



Фиг. 2



Фиг. 3

условия непроницаемости  $v^* = 0$ . Результаты расчетов представлены на фиг. 2, 3 в безразмерном виде

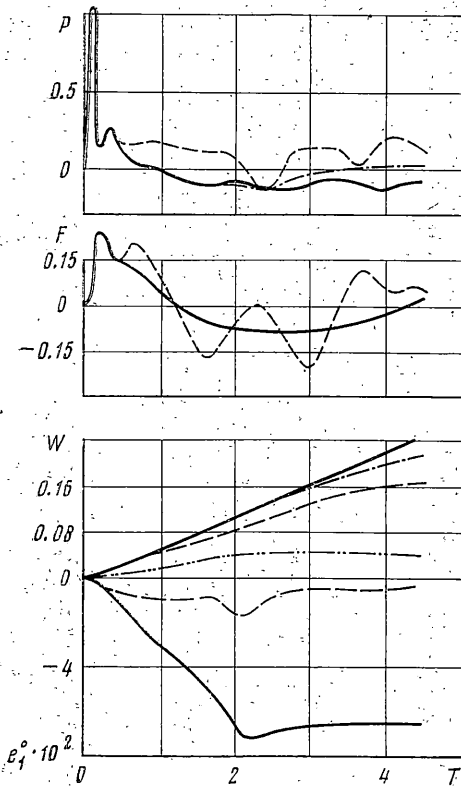
$$W = \int_0^T w dT/R, \quad W^* = w/c_0, \quad S = s/R, \quad p_{\max} = 8.6 \text{ МПа}$$

Сплошными (штриховыми) линиями обозначены результаты решения задачи с учетом (без учета) пластических деформаций при постановке граничных условий на деформированной контактной поверхности — пластине. Штрихпунктирная линия относится к результатам решения упругопластической задачи при постановке граничных условий контакта со средой на фиксированной линии  $z=0$ .

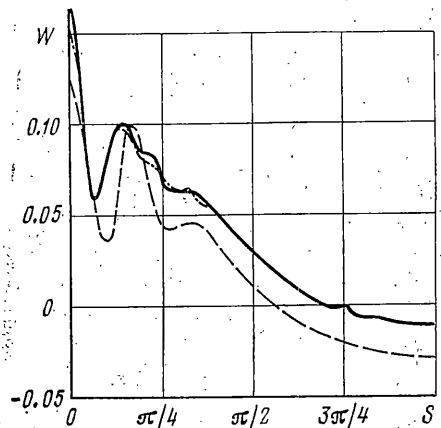
На фиг. 2 представлено изменение в центре пластины давлений, деформаций на тыльной поверхности, прогиба (кривые 1) и скоростей перемещений (кривые 2). На фиг. 3 даны распределения давлений и прогибов вдоль пластины для моментов времени  $T=5.2$  и  $T=10$  (кривые 1 и 2). На этой же фигуре представлено распределение деформаций в момент времени  $T=10$  на лицевой (кривые 1) и тыльной (кривые 2) поверхностях.

Из анализа приведенных результатов следует, что учет пластического деформирования приводит к значительным погрешностям при прогибах, превышающих толщину пластины. Различие в результатах решения, полученных с учетом и без учета перемещения контактной поверхности, составляет около 10% по деформациям и пренебрежимо мало по прогибам, скоростям и давлениям.

Исследование взаимодействия ударной волны с бесконечно длинной цилиндрической оболочкой ( $R/h=50$ ,  $R=1$  м), находящейся в условиях плоской деформации, проводилось при весе заряда ВВ  $10^3$  кг и расстоянии от оболочки 8 м. Материал оболочки — алюминий с приведенными выше механическими ха-



Фиг. 4



Фиг. 5

рактеристиками. Начало координат поместим в геометрический центр оболочки, а ось  $oz$  направим от заряда ВВ. Ввиду симметрии решения относительно оси  $oz$  расчетная область ограничивалась контуром оболочки  $r^2 + z^2 = R^2$  и линиями  $r=0, 2R$ ,  $z=2R, -6R$ .

Начальные условия для оболочки брались нулевыми, так как предполагалось, что перед фронтом волны в невозмущенной среде и внутри оболочки действует нормальное атмосферное давление. Давление внутри оболочки полагалось неизменным. На оси  $oz$  удовлетворялись условия симметрии, а на линиях  $r=2R$  и  $z=2R$  — пассивные граничные условия. На линии  $z=-6R$  граничные значения параметров определялись по эмпирическим зависимостям [13]. Такая постановка задачи является физически обоснованной до момента времени  $t=10R/c_0$  или  $T=10$ .



Результаты расчетов представлены в безразмерном виде на фиг. 4, 5. На фиг. 4 изображено изменение в лобовой точке цилиндра давления ( $p_{\max}=24$  МПа), прогиба и деформации на уровне срединной поверхности, а также изменение внешней силы

$$F = \int_0^L p_z ds / \pi R p_{\max}$$

действующей на цилиндр. Пунктирной линией с двумя штрихами обозначено перемещение центра тяжести оболочки. На фиг. 5 представлено изменение прогиба оболочки вдоль окружной координаты в момент времени  $T=3$ . Наиболее существенное формоизменение оболочки наблюдается в окрестности лобовой точки. Различие между упругим и упругопластическим решением проявляется при прогибах, превышающих толщину оболочки. Различие в формулировке граничных условий на контактной поверхности проявляется при  $W>0.1$ , а при  $W=0.2$  различие в результатах по прогибам достигает 10%.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о наличии весьма широкой области применимости постановки задачи взаимодействия пластин и оболочек с ударными волнами в жидкости, не учитывающей перемещения и формоизменения контактных поверхностей, даже при немалых перемещениях и формоизменениях деформируемых элементов конструкций.

Поступила 9 VI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л., «Судостроение», 1967.
2. Мнев Е. Н., Перцев А. К. Гидроупругость оболочек. Л., «Судостроение», 1970.
3. Григolloк Э. И., Горшков А. Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. Л., «Судостроение», 1974.
4. Вольмир А. С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. М., «Наука», 1976.
5. Горшков А. Г. Динамическое взаимодействие оболочек и пластин с окружающей средой. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 2.
6. Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н., Фельдштейн В. А. Нестационарное взаимодействие ударной волны с упругой цилиндрической оболочкой. Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 1.
7. Баженов В. Г., Кочетков А. В., Михайлов Г. С. Численное решение плоских и осесимметричных задач взаимодействия упругопластических оболочек с ударными волнами. В сб.: Прикладные проблемы прочности и пластичности, вып. 7: Горький, Изд-во Горьковск. ун-та, 1977.
8. Писаренко Г. С., Галиев Ш. У. Теория нелинейного взаимодействия деформируемых тел с волной давления в жидкости. Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, № 2.
9. Enghate E. Effect of underwater explosions on elastic structures in water. Acta Polytechnica. Ser. Physics, 1954, vol. 2, No. 12.
10. Баженов В. Г., Ломунов В. К. Исследование упругопластического выпучивания оболочек вращения при ударном нагружении. В сб.: Прикладные проблемы прочности и пластичности, вып. 2. Горький, Изд-во Горьковск. ун-та, 1975.
11. Ишлинский А. Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением. Укр. матем. ж., 1954, № 3.
12. Численное решение многомерных задач газовой динамики (Под редакцией С. К. Годунова). М., «Наука», 1976.
13. Яковлев Ю. С. Гидродинамика взрыва. Л., «Судпромгиз», 1961.