

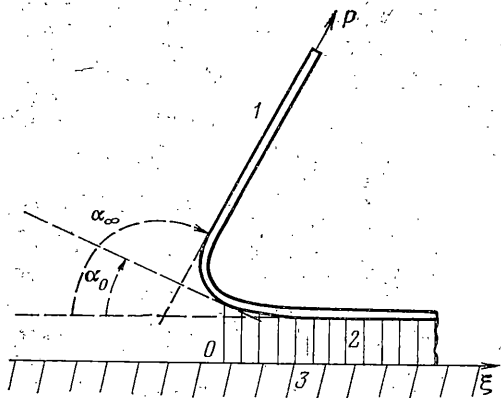
АНАЛИЗ МОДЕЛИ ОТДИРА С УЧЕТОМ ВЯЗКОУПРУГОСТИ КЛЕЕВОГО СЛОЯ

Р. В. ГОЛЬДШТЕЙН, И. Н. ДАШЕВСКИЙ, В. М. ЕНТОВ

(Москва)

С точки зрения механики разрушения можно говорить об истинной или внутренней прочности клевого соединения, определяемой исключительно свойствами клевого слоя и склеиваемых тел в непосредственной близости к клевому слою, и технической прочности, зависящей, помимо указанных величин, от геометрии склеиваемых тел. В любых конкретных испытаниях определяется только техническая прочность. В то же время независимыми и объективными могут быть лишь характеристики внутренней прочности. В принципе, зная их, можно рассчитать прочность любого соединения для данной пары материалов и типа клея.

Одной из наиболее часто используемых схем испытаний клевых соединений является испытание на отдир, при котором происходит отделение тонкой полоски материала, приклеенной к массивному образцу (фиг. 1).



Фиг. 1

Схеме отдира под углом 90° механически эквивалентна также схема симметричного T -расслаивания двух одинаковых склеенных гибких полосок. Измеряемой величиной в обеих схемах является сила отдира (расслаивания). Последняя и используется обычно в настоящее время на практике в качестве характеристики прочности адгезионных соединений на отдир. В теоретических же работах в качестве характеристик прочности часто фигурируют «микровеличины», входящие в условие разрушения (типа критической деформации ϵ_{cr} , критического напряжения σ_c , энергии разрушения γ и т.д.).

Цель предлагаемой работы и состоит в том, чтобы установить связь между силой отдира и этими внутренними характеристиками прочности клевого соединения в случае вязкоупругого клевого слоя. При этом внимание концентрируется в основном на выявлении качественных эффектов на сравнительно простой модели отдира. Отличительная особенность работы заключается, с одной стороны, в типе используемой вязкоупругой модели клевого слоя и, с другой стороны, во введении промежуточных по отношению к микровеличинам и силе отдира P характеристик прочности S_1, S_2 для одной только внутренней задачи. Отметим, что такие промежуточные характеристики ранее не вводились¹.

¹ См. более детальный разбор литературы [1-7], в которой учитывается значение вязкоупругости клея в разрушении клевых соединений, подробности вычислений из п. 1, анализ колебательного режима отслаивания, а также способ вычисления внутренних параметров модели по виду экспериментальных зависимостей силы отдира от толщины клевого слоя и отдираемой полоски и скорости отдира: Гольдштейн Р. В., Дашевский И. Н., Ентов В. М. Анализ модели отдира с учетом вязкоупругости клевого слоя. М., Ин-т проблем механики АН СССР, 1977, препринт № 92.

1. Модель испытания на отдир. Внутренняя задача. В качестве модели испытания на отдир рассмотрим задачу об отслаивании тонкой упругой полоски 1, сцепленной с жестким основанием 3 слоем клея 2 (фиг. 1) при следующих предположениях: напряженное состояние клея однородно по ширине полоски (плоская задача); клей деформируется одноосно в направлении, перпендикулярном склеиваемым поверхностям; реология клея описывается моделью линейно-вязкоупругого тела (учет вязкоупругих эффектов существен, поскольку большинство современных клеев являются полимерными материалами); разрушение происходит в точке $\xi=0$ и условие разрушения известно.

При анализе схемы фиг. 1 естественно рассматривать отдельно две области: область сцепления, где отдир еще не наступил, деформации полоски малы и их можно описывать с помощью обычной теории балок, и область, где отдир уже произошел и деформации полоски велики.

Рассмотрим сначала область сцепления. Поместив начало координат на границу ненарушенного клеевого слоя ($\xi=0$), запишем уравнение изгиба балки

$$EJy^{IV}(x, t) = r(x, t) \quad (1.1)$$

Примем, что в слое связь между напряжениями и деформациями описывается уравнением (см., например, [3]):

$$\sigma(x, t) = \frac{G}{b} \left[y(x, t) - \sum_{k=1}^m \frac{\beta_k}{\tau_k} \int_{-\infty}^t y(x, t') \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_k}\right) dt' \right] = -r(x, t) \quad (x \geq x_0(t)) \quad (1.2)$$

где E, J — соответственно модуль Юнга балки и момент инерции ее поперечного сечения; $y(x, t)$ — смещение балки в точке x в момент времени t относительно ненапряженного состояния; $r(x, t)$ — напряжения, действующие на балку со стороны клея; $\sigma(x, t)$ — напряжения в клеевом слое; G — мгновенный модуль упругости вязкоупругого клея; b — толщина клея в недеформированном состоянии; $\beta_k = G_k/G$ — относительные модули упругости клея; τ_k ($k=1, \dots, m$) — времена релаксации клея; $x_0(t)$ — закон движения точки разрушения.

Подставляя (1.2) в (1.1), рассмотрим стационарный случай: $x_0(t) = ut$, $y(x, t) = y(x-ut)$, $x-ut = \xi$, где u — скорость стационарного распространения трещины. Переходя далее с помощью естественного масштаба длины $\xi_* = (EJb/G)^{1/2}$ к безразмерным величинам $\xi^0 = \xi/\xi_*$, $\varepsilon = y/b$, $\lambda_k^0 = u\tau_k/\xi_*$ и применяя к полученному уравнению преобразование Лапласа, приходим к соотношению

$$L(p) = \left[\varepsilon_0''' + p\varepsilon_0'' + p^2\varepsilon_0' + p^3\varepsilon_0 - \sum_1^m \beta_k L_k (1 - \lambda_k^0 p)^{-1} \right] / \left[p^4 + 1 - \sum_1^m \beta_k (1 - \lambda_k^0 p)^{-1} \right]$$

$$L_k = L(1/\lambda_k^0) \quad (k=1, \dots, m), \quad \varepsilon_0''' = \varepsilon'''(0), \dots, \varepsilon_0 = \varepsilon(0)$$

где p — параметр преобразования Лапласа.

Оригинал $\varepsilon(\xi^0)$ восстанавливается по $L(p)$ согласно формуле

$$\varepsilon(\xi^0) = \sum_{p=p_k} \{ [\operatorname{res} L(p)] e^{p_k \xi^0} \} \quad (1.3)$$

где p_k — полюса функции $L(p)$.

Краевыми условиями для определения неизвестных констант, входящих в формулу (1.3), служат условие обращения в нуль $\varepsilon(\xi^\circ)$ при $\xi^\circ \rightarrow \infty$ и условие разрушения клеевого слоя в точке $\xi^\circ = 0$.

Будем рассматривать два типа условий разрушения: разрушение происходит при достижении в клеевом слое некоторой заданной деформации $\varepsilon_0 = \varepsilon_c$; разрушение происходит при достижении в клеевом слое критического значения напряжения $\sigma_0 = \sigma_c$.

Можно показать, что

$$\frac{\sigma_0}{G} = \sigma_0^\circ = \varepsilon_0 - \sum_1^m \beta_i L_i / \lambda_i^\circ$$

Отсюда ясно, что в случае упругохрупкого клеевого слоя оба условия эквивалентны; при учете вязкоупругости они приводят к различным результатам.

Учитывая, что $\varepsilon_0'' = M^\circ = M/M_*$, $\varepsilon_0''' = q^\circ = q/q_*$, где $M = EJy_0''$, $q = EJy_0'''$ — соответственно перерезывающие момент и сила, действующие в сечении $\xi^\circ = 0$, а $M_* = bEJ/\xi_*^2$, $q_* = bEJ/\xi_*^3$, и используя условие обращения в нуль $\varepsilon(\xi^\circ)$ при $\xi^\circ \rightarrow \infty$, получим:

при условии разрушения $\varepsilon_0 = \varepsilon_c$:

$$q^\circ + p_k M^\circ + p_k^2 \varepsilon_0' + p_k^3 \varepsilon_c - \sum_{i=1}^m \beta_i L_i (1 - \lambda_i^\circ p_k)^{-1} = 0 \quad (k=1, \dots, m+2)$$

при условии разрушения $\sigma_0 = \sigma_c$:

$$q^\circ + p_k M^\circ + p_k^2 \varepsilon_0' + p_k^3 \sigma_c^\circ + \sum_{i=1}^m \beta_i \left[\frac{p_k^3}{\lambda_i^\circ} - (1 - \lambda_i^\circ p_k)^{-1} \right] L_i = 0 \quad (k=1, \dots, m+2)$$

Неизвестны в обоих случаях q° , M° , ε_0' , L_1, \dots, L_m .

Поскольку обе системы линейны по неизвестным параметрам, решение их относительно $q^\circ (M^\circ)$ при заданной скорости u и выбранном условии разрушения может быть представлено в виде

$$q^\circ = -C_1 M^\circ + C_2 \varepsilon_c \quad \text{или} \quad q^\circ = -C_{1\sigma} M^\circ + C_{2\sigma} \sigma_c^\circ \quad (1.4)$$

соответственно для условий разрушения $\varepsilon_0 = \varepsilon_c$ и $\sigma_0 = \sigma_c$. При этом для вязкоупругого клея безразмерные постоянные $C_{1,2}$ и $C_{1\sigma, 2\sigma}$ оказываются в отличие от упругого случая функциями β_k и λ_k° : $C_{1,2}(\lambda_k^\circ, \beta_k)$, $C_{1\sigma, 2\sigma}(\lambda_k^\circ, \beta_k)$. Конкретный вид зависимости $C_{1,2}(\lambda_k^\circ, \beta_k)$ и $C_{1\sigma, 2\sigma}(\lambda_k^\circ, \beta_k)$ для отдельных случаев будет указан ниже.

2. Замыкание модели. Замыкание задачи достигается установлением второй связи между q и M из рассмотрения равновесия внешней (не скрепленной с клеевым слоем) части полоски.

В качестве примера рассмотрим случай, когда деформации полоски можно описывать уравнениями эластичности. Считая свободную часть полоски достаточно длинной, можно воспользоваться известным решением для полубесконечной эластичности. Если направление действия силы составляет с осью ξ угол α_∞ , а угол между эластикой и осью ξ в точке закрепления α_0 (см. фиг. 1), то, как нетрудно показать (ср. [9])

$$M(P, \alpha_\infty - \alpha_0) = \sqrt{2PEJ} [1 - \cos(\alpha_\infty - \alpha_0)], \quad q(P, \alpha_\infty) = P \sin \alpha_\infty \quad (2.1)$$

В испытаниях на отдир угол α_∞ велик (обычно 90° или 180°), величина α_0 в рамках предположения о малости деформаций полоски в области

сцепления с клеем мала, поэтому можно положить в соотношении (2.1) $\alpha_0=0$,

При этом будем иметь

$$M = \sqrt{2PEJ(1 - \cos \alpha_\infty)}, \quad q = P \sin \alpha_\infty \quad (2.2)$$

или $M = M(q)$.

Полученные соотношения вместе с (1.4) позволяют определить связь между приложенной силой P и скоростью u , если задано условие разрушения $(\varepsilon_c, \sigma_c)$.

В частности, при отдире под углом $\alpha_\infty = 90^\circ$ формулы (2.2) приобретают вид $M = (2PEJ)^{1/2}$, $q = P$, откуда $M = (2EJq)^{1/2}$.

Переходя к безразмерным переменным, имеем $q^\circ = 1/2 b (M^\circ)^2 / \xi_* = 1/2 b^\circ (M^\circ)^2$.

Решение этого уравнения совместно с (1.4) дает при условии разрушения $\varepsilon_0 = \varepsilon_c$:

$$P^\circ = q^\circ = 1/2 C_1^2 (\sqrt{1 + 2\theta_\varepsilon} - 1)^2 / b^\circ, \quad \theta_\varepsilon = C_2 \varepsilon_c b^\circ / C_1^2 \quad (2.3)$$

при условии разрушения $\sigma_0 = \sigma_c$:

$$P^\circ = q^\circ = 1/2 C_{1\sigma}^2 (\sqrt{1 + 2\theta_\sigma} - 1)^2 / b^\circ, \quad \theta_\sigma = C_{2\sigma} \sigma_c^\circ b^\circ / C_{1\sigma}^2 \quad (2.4)$$

Таким образом, величина P° при заданных $b^\circ, \varepsilon_c, \dots$ элементарно выражается через коэффициенты $C_{1,2}$, в свою очередь связанные со скоростью достаточно сложной зависимостью.

3. Результаты расчетов.

1. Приведем результаты расчетов отдира под прямым углом ($\alpha_\infty = 90^\circ$), проведенных в предположении, что поведение клея описывается реологической моделью стандартно-линейного тела ($m=1$), для которой связь между напряжениями и деформациями в слое имеет вид

$$\sigma(x, t) = \frac{G}{b} \left[(x, t) - \frac{\beta}{\tau} \int_{-\infty}^t y(x, t') \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) dt' \right] \quad (3.1)$$

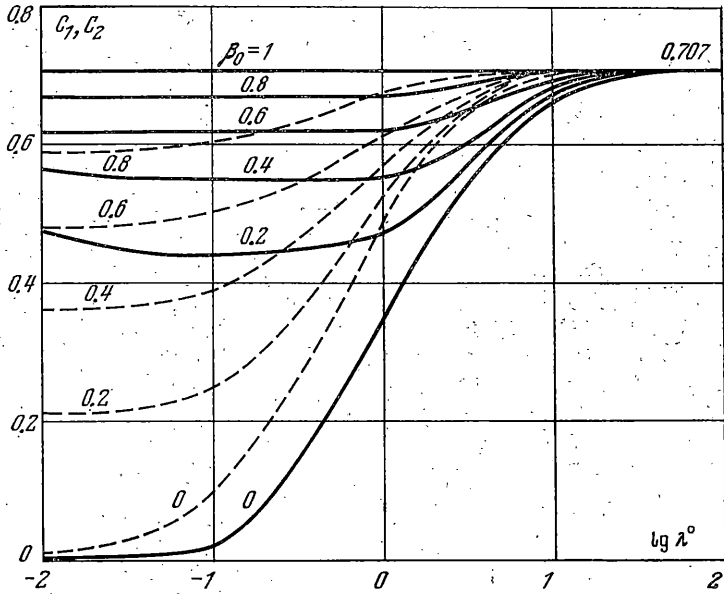
Для коэффициентов $C_{1,2}$ и $C_{1\sigma, 2\sigma}$ имеем в этом случае ($m=1$) соотношения

$$C_i = \left[\sum_{h=1}^3 p_h^i p_{h-1}^i (p_h - p_{h-1}) (\lambda^\circ p_h - 1) (\lambda^\circ p_{h-1} - 1) \right] \times \\ \times \left[\sum_{h=1}^3 (p_h + p_{h-1}) (p_h - p_{h-1}) (\lambda^\circ p_h - 1) (\lambda^\circ p_{h-1} - 1) \right]^{-1} \quad (i=1,2) \quad (3.2)$$

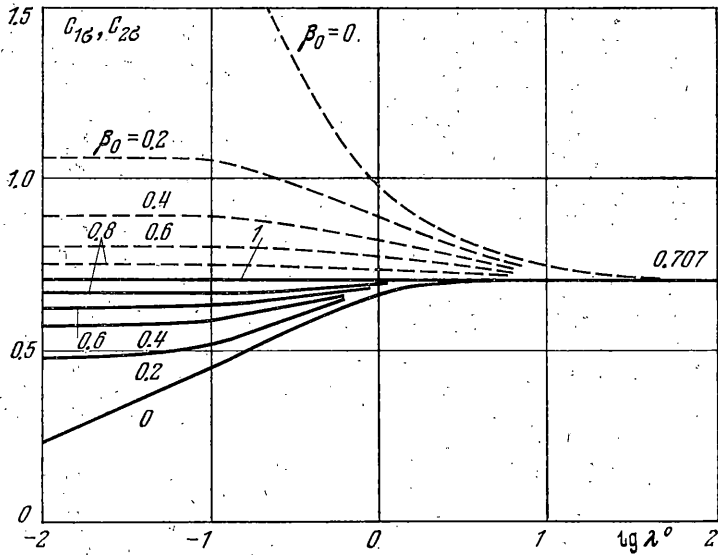
$$C_{i\sigma} = \left[\sum_{h=1}^3 \left(p_h^4 - \frac{p_h^3}{\lambda^\circ} + 1 \right) p_{h-1}^i p_{h+1}^i (p_{h-1} - p_{h+1}) (\lambda^\circ p_{h-1} - 1) (\lambda^\circ p_{h+1} - 1) \right] \times \\ \times \left[\sum_{h=1}^3 \left(p_h^4 - \frac{p_h^3}{\lambda^\circ} + 1 \right) (p_{h-1} + p_{h+1}) (p_{h-1} - p_{h+1}) (\lambda^\circ p_{h-1} - 1) (\lambda^\circ p_{h+1} - 1) \right]^{-1}$$

где p_1, p_2, p_3 — корни с $\text{Re } p_h > 0$ уравнения

$$p^5 - p^4 / \lambda^\circ + p - \beta_0 / \lambda^\circ = 0, \quad \beta_0 = 1 - \beta, \quad p_0 \equiv p_3, \quad p_i \equiv p_1 \quad (3.3)$$



Фиг. 2

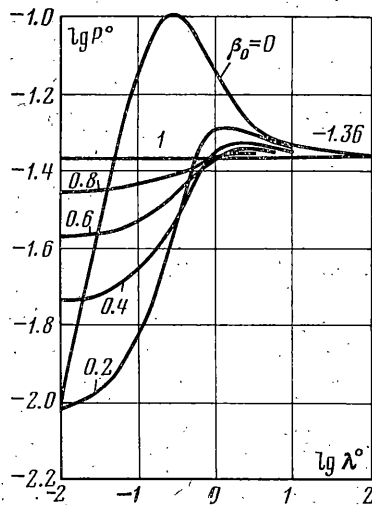


Фиг. 3

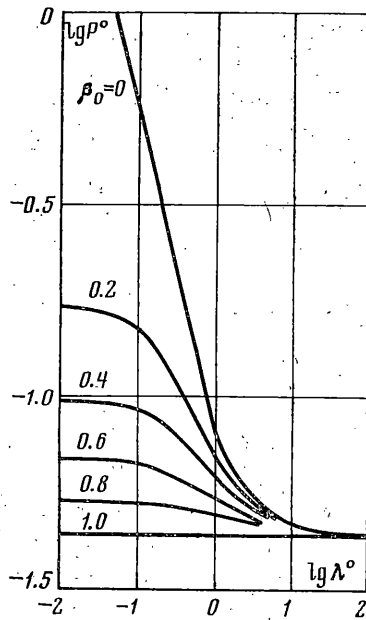
Результаты расчета $C_{1,2}(\lambda^0, \beta_0)$ и $C_{1\sigma, 2\sigma}(\lambda^0, \beta_0)$ для $\beta_0 = 1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0$ по формулам (3.2) показаны на фиг. 2 и 3 (сплошные кривые соответствуют C_1 и $C_{1\sigma}$, а пунктирные — C_2 и $C_{2\sigma}$).

Вспомогательные графики $C_{1,2}(\lambda^0, \beta_0)$, $C_{1\sigma, 2\sigma}(\lambda^0, \beta_0)$ позволяют, согласно (2.3), (2.4), определить P^0 , задавшись дополнительно значениями b^0 и ϵ_c (или c_c^0). Результаты вычисления P^0 как функции λ^0 , приведенные на фиг. 4 и 5, относятся к значениям $\epsilon_c = 1$, $b^0 = 10^{-1}$ и $c_c^0 = 1$, $b^0 = 10^{-1}$.

Выбранное безразмерное представление переменных позволяет проследить переход от стандартно-линейной модели к модели вязкоупругой жидкости Максвелла, что отвечает $\beta_0 \rightarrow 0$. В тех случаях, когда представляет



Фиг. 4



Фиг. 5

интерес анализ поведения материала, близкого к вязкоупругому телу Кельвина — Фохта, удобно использовать несколько иную систему безразмерных параметров, положив

$$\xi_f = \xi_* \beta_0^{-1/4}, \quad q_f^\circ = q^\circ \beta_0^{-3/4}, \quad P_f^\circ = P^\circ \beta_0^{-3/4}, \quad \lambda_f^\circ = \lambda^\circ \beta_0^{-1/4} (1 - \beta_0)$$

Графически в логарифмических координатах такая замена переменных эквивалентна сдвигу кривых $\lg P^\circ (\lg \lambda^\circ)$.

2. Для того чтобы понять смысл полученных зависимостей $P^\circ (\lambda^\circ)$, заметим, что в рассматриваемом испытании силу отдира можно, в грубом приближении, рассматривать как произведение «истинных» напряжений на краю клеевого слоя на протяженность d области концентрации напряжений. Изменение λ° будем для удобства рассуждений считать результатом изменения скорости отдира u . Если задано предельное значение напряжения, то истинное напряжение на краю клеевого слоя постоянно; если задана критическая деформация, то истинное напряжение растет с ростом скорости.

Длина области концентрации напряжений определяется отношением эффективной жесткости отрывающейся полоски и клеевого слоя и оказывается тем больше, чем больше это отношение. При фиксированных свойствах клеевого слоя эффективная жесткость его зависит от скорости деформации материала перед разрушением, возрастая с ростом последней. В результате этого эффективная длина области концентрации напряжений убывает с ростом скорости деформации (а следовательно, и с ростом скорости отдира). Отсюда сразу следует, что при фиксированном напряжении разрушения усилие отдира должно падать с ростом скорости отдира. Расчеты подтверждают этот вывод (см. фиг. 5).

При фиксированной разрушающей деформации, в соответствии со сказанным, сила отдира представляет собой произведение двух величин, одна из которых (напряжение разрушения) возрастает, а другая (размер области концентрации напряжений) падает с ростом скорости. В этих условиях возможно появление немонотонной зависимости силы отдира от скорости, что и показывает количественный расчет (фиг. 4). Важно отметить, что падающий участок диаграммы $P^\circ - \lambda^\circ$ (или $P - u$) не связан с падением локальных разрушающих напряжений в клеевом слое при увеличении скорости деформаций (что свидетельствовало бы о неустойчивости деформирования материала клея).

В рамках рассматриваемого типа испытаний сила отдира, приходящаяся на единицу ширины, численно равна эффективной поверхностной энергии разрушения γ , поэтому немонотонности $P(u)$ соответствует немонотонная зависимость $\gamma(u)$.

В реальных условиях наличие падающего участка характеристики $\gamma(u)$ должно приводить к колебательному режиму распространения отслоения, что и наблюдается в ряде экспериментов.

Нельзя, однако, механически переносить указанную зависимость $\gamma(u)$ на другие типы испытаний, ибо при переходе от одной схемы к другой вид ее меняется. Действительно, проведенные ранее расчеты зависимости энергии разрушения вязкоупругого клеевого слоя между массивными упругими телами от скорости расслоения для аналогичной модели клеевого слоя при условии разрушения $\varepsilon = \varepsilon_c$ приводят к монотонному возрастанию энергии разрушения как функции скорости расслоения [10]. Подобная инвариантность $\gamma(u)$ связана с тем, что в рассмотренной в данной работе балочной модели отдира отсутствует автономность концевой области трещины (в отличие от континуальных моделей).

3. Предполагая заранее, что выбранная модель описывает поведение клея, можно пытаться определить ее характеристики, используя экспериментально снятые зависимости силы отдира P от параметров, которые измеримы и могут варьироваться в эксперименте.

Например, в случае условия разрушения $\varepsilon_0 = \varepsilon_c$ неизвестными заранее характеристиками клеевого соединения являются параметры реологической модели и значения предельной деформации при разрушении: G , β , τ , ε_c ; величины же P , u , EJ , b измеримы и управляемы.

Определять неизвестные параметры можно различными более или менее сложными способами. Для приближенной оценки наиболее простым и удобным представляется определение этих параметров по предельным кривым экспериментальных зависимостей $P(u, EJ, b)$.

Например, при больших скоростях (точнее, при $\lambda^0 \rightarrow \infty$) клей ведет себя чисто упруго и его свойства полностью описываются двумя параметрами: G и ε_c . При этом τ и β должны исчезнуть из выражений для силы отдира, что и подтверждается соответствующими расчетами.

Таким образом, используя участки малых и больших b полученной при больших скоростях экспериментальной зависимости $P(b)$, можно получить для G и ε_c систему двух уравнений: $k_1 = 1/2 G \varepsilon_c^2$, $k_2 = 1/2 \varepsilon_c (EJG^3)^{1/4}$, где k_1 , k_2 определяются по экспериментальной зависимости $P(b)$. Из этой системы непосредственно находятся G и ε_c .

При малых скоростях (точнее при $\lambda^0 \rightarrow 0$) ситуация аналогична, только в формулы вместо G входит $G_0 = \beta_0 G$. Поэтому, используя найденные ранее величины G и ε_c , можно далее по снятой на малых скоростях (точнее при $\lambda^0 \rightarrow 0$) экспериментальной зависимости $P(b)$ при малых или больших b определить $\beta_0 = 1 - \beta$ (как на первом, так и на втором этапе вместо $P(b)$ могут быть взяты кривые $P(EJ)$).

Оценив таким образом величины G , ε_c , β_0 , можно, наконец, найти τ , для чего достаточно сравнить экспериментальную зависимость $P_e^0 - \lg u$ с теоретической $P_e^0 - \lg \lambda^0$. Поскольку $\lambda^0 = u\tau/\xi_*$, $\lg \lambda^0 = \lg u + \lg(\tau/\xi_*)$, то эти два графика должны быть идентичны с точностью до сдвига вдоль оси абсцисс на $\lg(\tau/\xi_*)$. По величине этого сдвига и определяется значение τ .

Аналогично можно провести оценку внутренних параметров модели и в случае условия разрушения $\sigma_0 = \sigma_c$.

Поступила 18 IV 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Chang F. S. C. Theory of cohesive peeling of adhesive joints. J. Appl. Phys., 1959, vol. 30, No. 11, p. 1839.
2. Chang F. S. C. The peeling force of adhesive joints. Trans. Soc. Rheol., 1960, vol. 4, p. 75-89.
3. Kaelble D. H. Theory and analysis of peel adhesion: rate-temperature dependence of viscoelastic interlayers. J. Colloid Sci., 1964, vol. 19, No. 5, p. 413-424.
4. Kaelble D. H. Physical chemistry of adhesion. N. Y., e. a., Wiley, 1971.
5. Hata T. Mechanisms of adhesive failure. J. Adhesion, 1972, vol. 4, No. 2, p. 161-170.
6. Hata T. The theories of fracture in viscoelastic bodies. J. Soc. Mater. Sci. Japan, 1968, vol. 17, No. 175, p. 322-325.
7. Yamamoto S., Hayashi M., Inoue T. Viscoelastic analysis on peel adhesion of adhesive tape by matrix method. J. Appl. Polym. Sci., 1975, vol. 19, No. 8, p. 2107.
8. Бленд Д. Теория линейной вязкоупругости. М., «Мир», 1965.
9. Kaelble D. H. Theory and analysis of peel adhesion: mechanisms and mechanics. Trans. Soc. Rheol., 1959, vol. 3, p. 161-180.
10. Енгов В. М., Салганик Р. Л. Трещина Грандтля в вязкоупругом теле. Стационарное распространение трещины. Изв. АН СССР. МТТ, 1969, № 6.