ЛИТЕРАТУРА

1. *Гегель Э. И., Ларионов Г. С.* Метод эквивалентного соответствия в линейных динамических задачах теории вязкоупругости. Докл. АН СССР, 1975, т. 223, № 5.
2. *Мовчан А. А.* О колебаниях пластинки, движущейся в газе. ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
3. *Мовчан А. А.* О влиянии аэродинамического демпфирования на сверхзвуковой флаттер обшивки. Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение, 1960, № 1.
4. *Матяш В. И.* Флаттер упруговязкой пластинки. Механика полимеров, 1971, № 6.
5. *Огибалов П. М., Колтунов М. А.* Оболочки и пластины. М., Изд-во МГУ, 1969.
6. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М., Физматгиз, 1961.
7. *Ларионов Г. С.* Нелинейный флаттер упруговязкой пластинки. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 4.
8. *Ильюшин А. А., Победря Б. Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. М., «Наука», 1970.
9. *Ильюшин А. А.* Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей. ПММ, 1956, т. 20, вып. 6.
10. *Hedgepeth J. M.* Flutter of rectangular simpley supported speeds. J. Aeronaut. Sci., 1957, vol. 24, No. 8. (Рус. перев.: Механика. Сб. перев., 1958, № 2.)

УДК 531/534:0.616

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ
СЕМИНАРЫ

Семинар по аналитической механике под руководством В. В. Румянцева

14 IV 1978. В. Н. Богаевский, Л. А. Острер (Москва) *О быстром вращении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки.*

Рассматривается быстрое вращение симметричного ($A=B$) тяжелого тела (кинетическая энергия велика по сравнению с потенциальной). Малый параметр ε, вводимый в уравнения, характеризует «быстроту» вращения, так, что за время $t\sim1$ тело совершает $\sim1/\varepsilon$ оборотов. Очевидно, что движение тела, наблюдаемое на любом интервале времени $[t_1, t_2]$ продолжительностью $\sim\varepsilon$, близко к эйлеровскому движению по инерции с начальными данными, задающими положение и скорость тела в момент t_1, но, вообще говоря, не близко к эйлеровскому движению с начальными условиями, заданными в момент $t=0$, если $t_1\geqslant\varepsilon$. В этом смысле можно говорить о переходе от одного состояния эйлеровского движения по инерции к другому.

Хорошо известным примером является быстрое вращение волчка, когда тело медленно, со скоростью $\sim\varepsilon$ (т. е. за промежутки времени $\sim1/\varepsilon$) переходит от одного состояния эйлеровского движения к другому (прецессия волчка).

В предлагаемой работе рассматриваются случаи, когда подобный переход происходит с конечной скоростью порядка единицы. Это – случай первых резонансов в начальном эйлеровском движении (см. В. И. Арнольд, Математические методы классической механики. М., «Наука», 1974).

Методом теории возмущений получены приближенные уравнения, описывающие движение с точностью $\sim\varepsilon$ за время $0\leqslant t\leqslant1$, и указан процесс построения приближений любого порядка.

Полученные уравнения легко интегрируются в квадратурах.

21 IV 1978. В. Г. Вильке (Москва) *О движении тяжелой гибкой нити в орбитальной системе координат.*

Рассматривается задача о движении тяжелой гибкой нити, привязанной к спутнику, движущемуся по круговой орбите в центральном ньютоновском поле сил. Уравнения движения получаются из принципа Гамильтона – Остроградского. Отыскиваются все относительные положения равновесия нити и исследуется их устойчивость вторым методом Ляпунова с использованием нормы фазового пространства системы.

28 IV 1978 Л. М. Беркович (Куйбышев) *Задача Гильдена–Мещерского и законы изменения массы.*

Для задачи двух материальных точек переменной массы, уравнение относительного движения которых имеет вид

$$\mathbf{r}^{\cdot\cdot}=-\mu(t)\mathbf{r}r^{-3},\quad \mathbf{r}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1,\quad \mathbf{r}=(x,\,y) \tag{1}$$

$\mu(t)=G(m_1(t)+m_2(t))$, где G – гравитационная постоянная, $m_k(t)$ – массы материальных точек, $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ – их радиус-векторы, установлены все математические законы изменения массы со временем, как в дифференциальной, так и в конечной форме, при которых задача (1) преобразованием переменных вида $\mathbf{r}=v(t)\rho$, $d\tau=u(t)dt$ приводится к квазиклассической форме

$$\rho''\pm b_1\rho'+b_0\rho=-\mu_0\rho\rho^{-3},\qquad \rho=(\xi,\eta),\qquad \rho'=\frac{d\rho}{d\tau},\qquad b_k,\mu_0=\mathrm{const} \tag{2}$$

Установлено, что редукция (1) к (2) возможна тогда и только тогда, когда $\mu(t)$ удовлетворяет следующим нелинейным уравнениям:

$$\mu^{\cdot\cdot}-\frac{2}{\mu}\mu^{\cdot 2}+\frac{\mu^5}{4}(9b_1^2-\delta)\left(k\pm3b_1\int\mu^2\,dt\right)^{-2},\quad \delta=b_1^2-4b_0,\quad k=\begin{cases}1, & \text{если } b_1=0\\ 0, & \text{если } b_1\neq0\end{cases}$$

Для $\mu(t)$ даны конечные формулы, обобщающие как классические формулы И. В. Мещерского и Эддингтона – Джинса, так и результаты, полученные ранее Б. Е. Гельфгатом и автором.

5 V 1978. Я. В. Татаринов (Москва) *Деформации многообразия положений и квадратичные интегралы движения натуральных систем.*

Интегралы движения большинства задач классической динамики линейны либо квадратичны по скоростям. Линейные интегралы получаются при наличии игнорируемой переменной, а квадратичные, помимо интеграла энергии, как правило, обнаруживаются в системах, допускающих разделение переменных. Интересно выяснить причины существования таких интегралов с позиций геометрии многообразия положений. Общеизвестно, что линейный интеграл может существовать тогда и только тогда, когда это многообразие допускает непрерывную группу изометрий.

Наличие квадратичного по скоростям интеграла в натуральной системе обеспечивается возможностью специфическим образом деформировать многообразие положений, а именно, инфинитезимально изменять риманову метрику таким образом, чтобы каждая геодезическая на всем протяжении растягивалась в одном и том же (своем) отношении. В частности, квадратичный интеграл заведомо может существовать, когда многообразие положений допускает различные группы изометрий. Гомотетия дает интеграл энергии.

12 V 1978. В. М. Новокшенов (Горький) *Об определении показателей Ляпунова и стабилизации линейных неавтономных систем с одной степенью свободы.*

Рассматривается задача стабилизации линейных неавтономных систем с одной степенью свободы. Под стабилизацией понимается выбор внутренних параметров системы, обеспечивающий асимптотическую устойчивость. Задача решается на основе полученных критериев асимптотической устойчивости. Их применение не накладывает дополнительных ограничений на исследуемую систему. По сравнению с численным методом В. В. Болотина применение полученных критериев требует меньшего времени на ЭВМ. Предложен способ определения показателей Ляпунова. Получены критерии монотонного убывания всех движений системы.

19 V 1978. Л. Г. Хазин, Э. Э. Шноль (Москва) *Исследование асимптотической устойчивости равновесия при резонансе 1 : 3.*

Рассматривается система четырех дифференциальных уравнений $u^{\cdot}=f(u)$, $f(0)=0$. Собственные значения матрицы $\Lambda=df(0)/du$ чисто мнимы $\lambda_{1,2}=\pm i\omega_1$, $\lambda_{3,4}=\pm i\omega_2$. Частоты системы связаны резонансным соотношением четвертого порядка $\omega_2=3\omega_1$.

Получены необходимые условия устойчивости. Их проверка в основном сводится к нахождению корней полинома пятой степени, коэффициенты которого определяются коэффициентами нормальной формы.

Получены достаточные условия асимптотической устойчивости. Их проверка сводится к вопросу существования решения системы трех квадратичных неравенств.

Показано, что возможна «стабилизация» за счет резонанса: система, неустойчивая при выключенном резонансе, становится асимптотически устойчивой за счет наличия резонансных членов.

Приведены примеры и некоторые общие утверждения, показывающие, что явления стабилизации за счет резонанса типичны для рассматриваемых систем.

Рассмотрены явления, возникающие при приближенном выполнении резонансного соотношения $\omega_2 \approx 3\omega_1$. Показано, что в случае $\omega_2 - 3\omega_1 = \varepsilon$ $(\varepsilon \ll 1)$ следует «доверять» ответу, полученному в задаче с $\varepsilon = 0$. Приведены соответствующие оценки диаметра областей устойчивости (неустойчивости) в зависимости от ε.

26 V 1978. А. Я. Красинский (Ташкент) *О влиянии структуры сил на устойчивость равновесия механических систем в некоторых критических случаях.*

Для голономных и неголономных механических систем найдены условия на обобщенные силы и матрицу коэффициентов кинетической энергии, при которых в исследовании устойчивости равновесия получаются особенные случаи произвольного числа нулевых корней (А. М. Ляпунов, И. Г. Малкин) или существенно особенные случаи произвольного числа пар чисто мнимых и нулевых корней (Г. В. Каменков, А. С. Озиранер). Для неголономных систем рассматриваются случаи, когда число критических переменных больше числа неголономных связей.

При выполнении указанных условий по теоремам А. М. Ляпунова – И. Г. Малкина, Г. В. Каменкова, А. С. Озиранера можно сделать заключение об устойчивости равновесия и выделить асимптотические устойчивые переменные. Рассмотрены примеры.

2 VI 1978. С. А. Агафонов (Москва) *Некоторые случаи неустойчивости гирогоризонткомпаса.*

Рассматривается устойчивость прецессионного движения гирогоризонткомпаса в случае, когда точка подвеса гиросферы движется по параллели с постоянной скоростью, которая может изменяться от нуля до первой космической включительно. Исследуются два случая: между частотами линейной системы существует внутренний резонанс третьего порядка; одна из частот равна нулю. Показано, что внутренний резонанс третьего порядка приводит к неустойчивости. Из резонансного соотношения между частотами выводится формула, связывающая широту, по которой движется точка подвеса гиросферы, с параметром, равным отношению квадрата абсолютной скорости движения точки подвеса к квадрату первой космической скорости. Для данного значения параметра по этой формуле определяется широта параллели, при движении по которой уравнения возмущенного движения гирогоризонткомпаса неустойчивы. Для случая, когда одна из частот равна нулю, неустойчивость доказывается построением функции Четаева.

Семинар по механике деформируемого твердого тела под руководством Работнова Ю. Н., Галина Л. А., Шапиро Г. С., Клюшникова В. Д.

25 IX 78. Г. И. Львов, А. В. Бурлаков (Харьков) *Об одном классе обратных задач упругопластического формоизменения оболочек.*

Рассмотрен класс задач упругопластического формоизменения тонких оболочек среднего изгиба внешним нормальным давлением. Система разрешающих уравнений содержит уравнение, описывающее форму оболочки в деформированном состоянии, и группу уравнений, получающихся из статико-геометрических соотношений теории тонких оболочек среднего изгиба и деформационной теории пластичности. Разрешающая система путем последовательных приближений лианиризируется и решается методом конечных разностей. Рассмотрены примеры. Показано, что для формоизменения оболочки необходимо приложить на краях моменты и перерезывающие силы.

2 X 78. В. И. Левитас (Киев) *Экстремальные принципы в механике диссипативных анизотропных сред.*

Сделан обзор экстремальных принципов механики диссипативных сред и предложены их некоторые частные видоизменения.

9 X 78. М. Р. Короткина (Москва) *Термодинамика сред с внутренней структурой.*

Для построения термодинамики сильно неоднородных сред можно использовать феноменологический подход или методы статистической физики. При феноменологическом описании термодинамика сильно неоднородных сред строится с использованием макроскопического и вложенного в него микроскопического пространств. В связи с этим усложняется понятие температуры и энтропии. Кроме макроскопической температуры и средней энтропии вводятся вектор температуры и вектор энтропии. Методами статистической физики, например методом Кубо, можно дать обоснование феноменологической термодинамики для сильно неоднородных сред. При этом выясняется вполне четкое физическое содержание для понятий вектора температуры и вектора энтропии.

В общем случае определение термодинамических параметров системы зависит от типа возмущений, которое наложено на сплошную среду. Самый простой тип возмущений – гидродинамический, самый сложный тип возмущений – кинетические режимы.

16 X 78. С. Матысяк (Варшава) *Моментные теории упругости.*

В рамках линейной теории несимметричной упругости для среды со свободными поворотами рассмотрены следующие задачи.

1. Исследована сингулярность напряжений, возникающих в полупространстве под воздействием сосредоточенных нагрузок.
2. Двумерная контактная задача о штампе на границе полупространства.
3. Двумерная задача о трещине в пространстве.
4. Плоская круговая трещина в микрополярном пространстве.
5. Исследовано напряженно-деформированное состояние, возникающее в полупространстве под воздействием кругового нагретого штампа.

Рассмотрены также предельные переходы к теории упругости для среды Коссера со связанными поворотами и к классической теории упругости.

13 X 78. Л. Г. Попов (Москва) *Связь пластической и общей теорий пластичности.*

В пространстве деформаций введена поверхность деформирования, записаны и сравнены постулаты пластичности Д. Друккера и А. А. Ильюшина, сформулирован ассоциированный закон течения для регулярной и сингулярной поверхностей деформирования. Указаны ограничения, налагаемые на функцию упрочнения. Дано доказательство теоремы единственности для приращений, обращения определяющих соотношений, вариационных принципов.

В пространстве деформаций проанализирована модель пластичности Ю. Н. Работнова, в рамках этой модели проведено сравнение классической и общей теорий пластичности и дано описание эффекта запаздывания. Сингулярный закон пластичности использован для решения задач устойчивости пластин. Доказано, что для решения задачи устойчивости необходимо использовать лишь дифференциально-линейные соотношения.

Технический редактор *Т. В. Скворцова*

Сдано в набор 05.12.78 Подписано к печати 13.02.79 Т-02838 Формат бумаги 70×108 1/16
Высокая печать Усл. печ. л. 16,8+1 вкл. Уч.-изд. л. 18,0 Бум. л. 6,0 Тираж 1680 экз. Зак. 1198

Издательство «Наука». 103717 ГСП, Москва К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука». 121099, Москва, Шубинский пер., 10