

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОДОЛЬНО СЖАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А. Ю. ЕВКИН, В. Л. КРАСОВСКИЙ, Л. И. МАНЕВИЧ

(Днепропетровск)

В рамках современной концепции выпучивания существенный теоретический интерес и практическое значение приобретает задача о количественной оценке влияния внешних локальных возмущений на устойчивость и несущую способность продольно сжатых изотропных цилиндрических оболочек [1].

Характерные особенности поведения и выпучивания оболочек при наличии локальных воздействий были выявлены в экспериментальных исследованиях [4-6] и для высококачественных оболочек заключаются в следующем. При увеличении интенсивности квазистатического возмущения в зависимости от величины основной нагрузки возможны: дополнительная локальная деформация оболочки в зоне возмущения без выпучивания (величина основного усилия N в этом случае не превышает нижней локальной критической нагрузки N_+ [3]); локальное выпучивание с образованием одной вмятины; общая потеря устойчивости с образованием нескольких поясов вмятин и исчерпанием несущей способности оболочки (значение N при этом превышает верхнюю локальную критическую нагрузку N_+ [3, 6]).

Переход оболочки к закритическому равновесному состоянию возможен при достижении характерным параметром возмущения определенной величины, названной соответствующим порогом [7] или барьером [4, 5, 6]. Значения N_+ [3] и величины барьеров в какой-то степени должны зависеть от жесткости испытательной машины. Кроме того, в отличие от классического выпучивания с регулярной закритической формой, при локальной потере устойчивости возможно также влияние и схемы нагружения (см. фиг. 1).

Области существования закритической конфигурации с одной локальной вмятиной для конкретных условий нагружения определялись в теоретических исследованиях [9, 10]. В работе [7], которая является развитием [9], были получены качественные зависимости для пороговых кривых. Однако использованный при этом подход приемлем только для достаточно длинных оболочек и таких способов приложения нагрузки, при которых переход оболочки в закритическое состояние не сопровождается перемещением торцов (фиг. 1, а). Более общим, позволяющим охватить различные условия нагружения оболочек в широком диапазоне изменения их геометрических параметров, является подход, предложенный в [10].

Целью данной работы является изучение на основе сравнения с данными специально поставленных опытов и экспериментов [6] возможности использования подхода [10], базирующегося на геометрическом методе [11], для качественного и количественного исследования эффектов, возникающих при действии на продольно сжатую цилиндрическую оболочку квазистатических локальных возмущений.

1. В зависимости от характера приложения основной нагрузки при переходе к локальной закритической конфигурации оболочки с безынерционными жесткими элементами по торцам возможны два предельных случая: в процессе волнообразования нагрузка остается постоянной (мягкая машина) и отсутствует поступательное перемещение торцов (жесткая машина). Кроме того, образование локальной вмятины может сопровождаться поворотом плоскостей торцов. В общем случае перемещение края оболочки записывается в виде

$$u(y) = u_0 + a_1 + a_2 \cos(y/R) \quad (1.1)$$

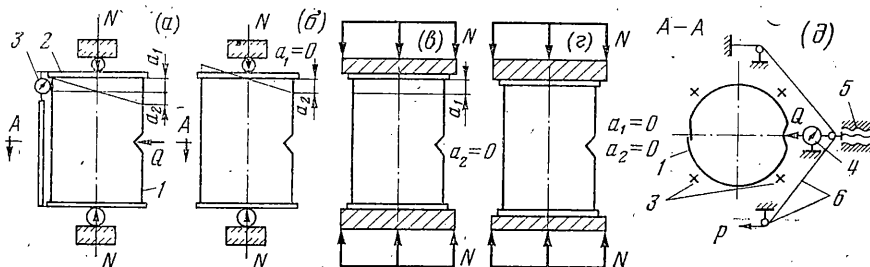
Здесь R — радиус оболочки; y — кольцевая координата; u_0 — перемещение торца в докритическом состоянии, обусловленное нагружением оболочки до заданного значения N ; a_1 и a_2 — параметры, характеризующие дополнительное перемещение края при переходе к закритической конфигурации.

В случае мягкого нагружения для схемы с поворотом торцов значения a_1 и a_2 определяются из условия равновесия элементов (2) (фиг. 1, а)

$$\int_0^{2\pi R} h \frac{2E[u_0 + a_1 + a_2 \cos(y/R) - a_0(y)]}{(1-\nu^2)L} dy = N \quad (1.2)$$

$$\int_0^{2\pi R} \left[a_2 \cos\left(\frac{y}{R}\right) - a_0(y) \right] \cos\left(\frac{y}{R}\right) dy = 0 \quad (1.3)$$

где L , h — длина и толщина оболочки соответственно, E и ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала, $a_0(y)$ — перемещение края оболочки, обусловленное изгибанием срединной поверхности.



Фиг. 1

При жестком нагружении с поворотом торцов перемещение под силой отсутствует: $a_1=0$ (фиг. 1, б). Коэффициент a_2 определяется из условия равенства нулю главного момента по формуле (1.3). При мягком нагружении без поворота торцов (фиг. 1, в) $a_2=0$, а коэффициент a_1 определяется из условия (1.2). Для схемы, изображенной на фиг. 1, г, следует положить $a_1=0$ и $a_2=0$.

Относительное изменение полной энергии оболочки при переходе к закритической форме с одной локальной вмятиной в соответствии с [10] можно записать в виде

$$U = 0.356 \frac{1}{b} \left(\frac{\xi}{p} \right)^2 \left[0.97\eta^3 + 0.136r(0.71 + 0.67\eta^2)\xi + \right. \quad (1.4)$$

$$\left. + 0.111 \frac{r^k}{b} \eta^2 \xi^3 (1 - 0.748k\xi) - 0.56pr^2 \xi^2 \eta \right], \quad b = \frac{L}{R}, \quad r = \sqrt{\frac{R}{h}}, \quad U = \frac{\Pi}{\Pi_0}$$

Здесь $\xi = l_2/R$ и $\eta = l_2/l_1$ — варьируемые параметры; $2l_1$ и $2l_2$ — длины вмятины в продольном и кольцевом направлениях соответственно; $p = N/(2\pi Eh^2)$ — параметр осевой сжимающей силы; Π — изменение полной энергии оболочки при переходе к локальной закритической конфигурации; Π_0 — энергия деформации оболочки, накопленная в докритическом состоянии; $k=1, 2/3, 1/3, 0$ для схем, изображенных на фиг. 1, а–г соответственно.

Следует отметить, что структура формулы (1.4) для всех рассмотренных случаев одинакова, однако при различных способах нагружения последние ее два члена имеют различный физический смысл. Так, в случае мягкого нагружения последний член в формуле (1.4) соответствует работе осевой силы, а в случае жесткого нагружения — высвобождению мембранной энергии на части оболочки, ослабленной вмятиной.

В отличие от [7, 9] описанный подход допускает обобщение на случай неоднородного сжатия. Например, если сжимающая нагрузка N приложена с эксцентриситетом на расстоянии eR от оси цилиндра, соотношение (1.4) будет иметь вид

$$U = 0.356 \frac{1}{b} \left(\frac{\xi}{p} \right)^2 \frac{1}{(1+2e^2)} \left[0.97\eta^3 + 0.136r(0.71+0.67\eta^2)\xi + \right. \\ \left. + 0.111 \frac{r^4}{b} \eta^2 \xi^5 (1-0.748k\xi) - 0.56p(1+2e)r^2 \xi^2 \eta \right] \quad (1.5)$$

откуда следует, что расчет всех пороговых величин следует вести по параметру p , соответствующему максимальному сжимающему напряжению.

Полученная после вариации энергии U (1.4) по параметрам ξ и η система нелинейных уравнений анализировалась численно на ЭЦВМ. Значения параметров $r=14.5$, $b=2$ соответствовали геометрии испытанных оболочек [6].

Минимальные значения параметров осевой нагрузки p , при которых возможен перескок оболочки к локальной конфигурации, а также величины относительных энергетических барьеров (в процентах) при фиксированном значении p приводятся ниже для четырех способов нагружения (см. фиг. 1, а-г).

p	0.235	0.238	0.241	0.244
U	0.401	0.404	0.407	0.410

Аналогичные результаты можно получить и для других пороговых величин.

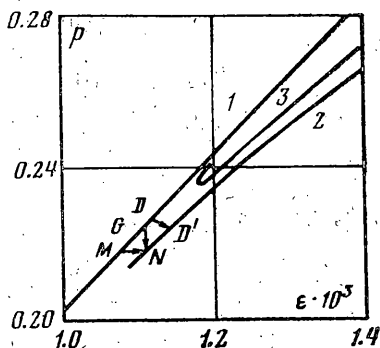
С целью оценки полученных результатов проведены опыты на качественных оболочках [6] с параметрами $2R=143$ мм, $h=0.336$ мм и $L/R=2$, изготовленных из стальной ленты X18H9-н ($E=1.95 \cdot 10^4$ кг/мм², $\sigma_{02}=80$ кг/мм², $\nu=0.3$) точечной сваркой. Ширина сварного шва составляла 6-7 мм.

Нагружение осуществлялось по схеме, приведенной на фиг. 1, а. Использовалась механическая испытательная машина УМЭ-10 ГМ с жесткостью ~ 6750 кг/мм. Задавалось перемещение плит прессы, скорость которого во всех испытаниях была постоянной и составляла 0.05 мм/мин. При испытаниях оболочка (1) снабжалась торцовыми фланцами (2), которые поддерживали круговую форму образца и обеспечивали граничные условия, близкие к шарнирному опиранию. Кроме того, на фланцах по периметру на равных расстояниях один от другого устанавливались четыре индикатора часового типа (3) с ценой деления 0.001 мм, которые использовались для замера поступательного перемещения и поворота торцов оболочки.

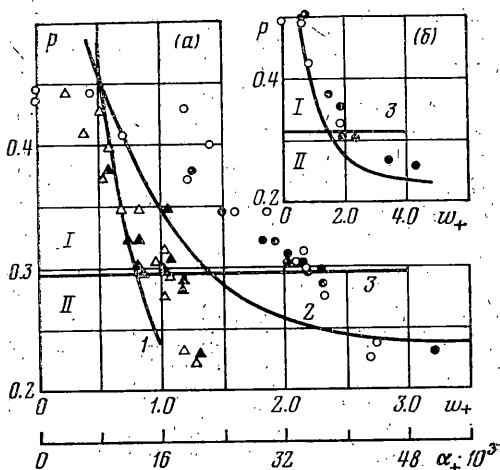
Результаты замеров показали, что увеличение жесткости в зоне сварного шва приводит к неравномерности продольных деформаций оболочки по периметру, которая составляет $\pm(5 \pm 1.2)\%$. Распределение докритических усилий описывалось зависимостью $T(y) = \frac{1}{2} N [1 + 0.05 \cos(y/R)] / (\pi R)$.

На четырех оболочках в зоне, диаметрально противоположной сварному шву, путем приложения и снятия локальной поперечной силы при последовательном увеличении продольных усилий определялась величина нижней локальной критической нагрузки. Получено среднее значение $p_+ = 0.222$ (с учетом неоднородности $p_+ = 0.233$); максимальное отклонение от среднего не превышало 6%. Построены зависимости продольной нагрузки от укорочения оси оболочки при локальном выпучивании, которые характеризовались достаточно высокой стабильностью.

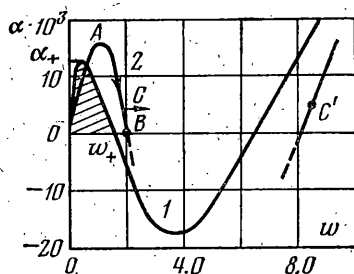
На фиг. 2 для одной из оболочек приведен фрагмент диаграммы $p-\epsilon$, где кривая 1 — докритическая ветвь, полученная при предварительном сжатии оболочки до нагрузки, составляющей половину классического критического значения, кривая 2 — устойчивая ветвь локальной закритической конфигурации. Перескок к закритическому состоянию реализовался при приложении локального квазистатического возмущения при основной нагрузке, близкой к p_+ (на диаграмме путь DD').



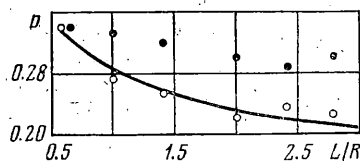
Фиг. 2



Фиг. 4



Фиг. 3



Фиг. 5

Полученные зависимости позволили оценить влияние жесткости испытательной машины на минимальное значение нагрузки, при которой возможен переход оболочки к форме с одной закритической вмятиной. Для образца, представленного диаграммой на фиг. 2, максимально возможная разница между значениями p_+ при абсолютно жестком (путь GN) и абсолютно мягком нагружении (путь MN) составляет 3%. Наибольшее значение указанной разницы в проведенных экспериментах не превышало 4.5%. На графике нанесена также часть расчетной кривой равновесных состояний оболочки с закритической вмятиной.

Оценка теоретических результатов по влиянию схемы нагружения проводилась косвенно при сравнении расчетных и экспериментальных значений углов разворота торцов, в частности, соотношений между параметрами a_1 и a_2 в случае абсолютно мягкого нагружения (см. фиг. 1, а). В приведенном случае между указанными параметрами выполняется соотношение $a_2 = 2a_1$. Для оболочки, представленной диаграммой на фиг. 2, при определении величин a_1 и a_2 для девяти различных значений N в диапазоне между N_+ и N^+ соотношение между параметрами перемещений с надежностью 0.99 составило $a_2 = (2.006 \pm 0.082)a_1$. Указанное соотношение выполнялось практически во всех опытах, когда выпучивание было локальным. Таким образом, предложенная методика может быть использована не только для качественной, но и количественной оценки эффектов, возникающих при локальном хлопке.

В связи с тем, что влияние особенностей нагружения на характерные параметры локального выпучивания незначительно, в дальнейшем рассматривается только случай мягкого нагружения оболочки со свободным поворотом торцов.

2. При действии на продольно сжатую оболочку дополнительной локальной поперечной нагрузки Q соотношение (1.4) с учетом работы этой силы может быть представлено в виде

$$U = 0.356 \frac{1}{b} \left(\frac{\xi}{p} \right)^2 \left[0.97\eta^3 + 0.136r(0.71 + 0.67\eta^2)\xi + \right. \\ \left. + 0.111 \frac{r^4}{b} \eta^2 \xi^5 (1 - 0.748\xi) - 0.56pr^2 \xi^2 \eta - 0.5r\alpha \right], \quad \alpha = \frac{Q}{Eh^2} \sqrt{\frac{R}{h}} \quad (2.1)$$

где α — параметр поперечной силы.

Варьируя U по параметрам η и ξ , получаем два нелинейных уравнения

$$2.91\eta^2 + 0.182r\xi\eta + 0.222r^4\eta\xi^5(1 - 0.748\xi)/b - 0.56r^2\xi^2p = 0 \quad (2.2)$$

$$\alpha = [1.94\eta^3 + 0.408(0.71 + 0.67\eta^2)\xi r + \\ + 0.777r^4\eta^2\xi^5(1 - 0.856\xi)/b - 2.24p\xi^2r^2\eta]/r$$

В зависимости от параметра ξ при геометрических характеристиках, соответствующих испытанным оболочкам, по формулам (2.1) и (2.2) определялись значения параметра α и относительное изменение полной энергии оболочки U .

На фиг. 3 приведена расчетная зависимость α от относительного прогиба оболочки $w = 1/2(r\xi)^2$ в точке приложения возмущения при значении параметра основной нагрузки $p = 0.277$ (кривая 1). Здесь же представлена соответствующая зависимость, полученная в эксперименте на описанных ранее оболочках (кривая 2). Возмущение прикладывалось в средней части образца в точке, диаметрально противоположной сварному соединению, через шток индикатора часового типа, который использовался также для замера перемещений [6].

Восходящая ветвь кривой OA была получена при последовательном увеличении силового воздействия. Построение нисходящей ветви AB осуществлялось по точкам, которые определялись следующим образом. Путем жесткого (кинематического) перемещения штока индикатора задавался прогиб w (путь OAC), после чего к штоку прикладывалось постепенно возрастающее усилие. В момент хлопка (путь CC') величина усилия фиксировалась. При проведении эксперимента использовалось устройство, схема которого приведена на фиг. 1, δ , где 1 — оболочка, 4 — индикатор, 5 — винт с малым шагом, при помощи которого осуществлялось жесткое нагружение, 6 — тросик с системой блоков для реализации силового воздействия.

Наибольший практический интерес представляет сравнение теоретических и экспериментальных предельных значений характерных параметров возможных квазистатических возмущений. На кривой 1 (фиг. 3) отмечены: α_+ — пороговая величина при силовом возмущении, w_+ — при кинематическом воздействии; площадь заштрихованной фигуры определяет величину энергетического барьера Π .

Зависимости α_+ и w_+ от величины основной нагрузки для рассматриваемых оболочек приведены на фиг. 4, а. Расчетные значения при силовом и кинематическом возмущениях представлены соответственно кривыми 1 и 2, экспериментальные данные — треугольниками и точками.

На фиг. 4, б приведены расчетные и экспериментальные кинематические барьеры, полученные для высококачественных оболочек с параметрами $2R = 86$ мм, $h = 0.29$ мм, $L/R = 2$ при различной последовательности приложения основной нагрузки и жесткого внешнего воздействия: в одном случае начальным было возмущение (темные точки), в другом — основное нагружение (светлые точки). Существенного различия силовых и кинематических барьеров для указанных случаев нагружения в эксперименте не обнаружено.

Образцы, результаты испытаний которых приведены на рассматриваемом графике, разделялись по качеству на две группы. Светлые точки соответствуют более качественным оболочкам, величины критических нагрузок которых без приложения возмущения (N_0) составляют примерно 75% классических значений (N^0). Значения N_0 образцов второй группы (темные точки) не превышают 0.65 N^0 . Как видно из приведенных графиков, разброс экспериментальных данных несколько увеличивается при снижении качества оболочек и наиболее существенно проявляется при N ; близких к N_0 , что связано с влиянием на предельные характеристики начальных несовершенств в месте приложения локального возмущения.

В области реальных значений N расчетные зависимости пороговых характеристик качественно хорошо согласуются с экспериментальными. Следует отметить, что при высоких значениях N , близких к N^0 (когда w мало), использование предложенной методики, базирующейся на идее изометрического преобразования срединной поверхности оболочки [11], для расчета предельных параметров возмущений в принципе

неправомерно. Количественное соответствие теории и эксперимента, как это видно из представленных результатов, вполне удовлетворительное.

3. Теоретические пороговые характеристики, представленные на фиг. 4, а, б, построены для оболочки с локальной вмятиной. В диапазоне осевой нагрузки $N_+ < N < N_+$ локальная закритическая конфигурация является устойчивой. При образовании закритической вмятины в этом случае оболочка способна выдерживать возрастающую нагрузку до значения N_+ . При $N > N_+$ локальное возмущение инициирует процесс общей потери устойчивости, которая приводит к исчерпанию несущей способности оболочки. Отмеченный факт необходимо учитывать при назначении расчетных нагрузок для оболочек, в процессе эксплуатации которых возможны локальные возмущения. На фиг. 4, а, б области общей потери устойчивости (I) и локального выпучивания (II) разделены сплошной линией 3.

Значения p , соответствующие верхней и нижней локальным критическим нагрузкам, для достаточно длинных оболочек в широком диапазоне изменения R/h практически не зависят от их геометрических параметров [3]. На фиг. 5 для коротких оболочек и оболочек средней длины представлены экспериментальные значения p , соответствующие нижней (светлые точки) и верхней (темные точки) критическим нагрузкам в зависимости от L/R .

Как видно из приведенных графиков, область существования устойчивой локальной конфигураций сужается при уменьшении длины оболочки. Для достаточно коротких оболочек (при $L/R \approx 0.6$) устойчивой закритической конфигурации не существует. Расчетная зависимость p_+ (кривая I) хорошо согласуется с экспериментальной. Проведенные расчеты для значений $100 \leq R/h \leq 1000$ указывают на слабую зависимость нижней критической нагрузки N_+ (значения p_+ изменялись при этом от 0.28 до 0.19) от относительной толщины стенки оболочки, что хорошо согласуется с результатами [3].

Приведенные сравнения теоретических и экспериментальных зависимостей указывают на возможность эффективного использования предложенной методики для количественной оценки несущей способности реальных оболочек при наличии возмущений или для расчета и назначения допустимых значений их характерных параметров.

Поступила 23 IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Маневич Л. И., Моссаковский В. И., Прокопало Е. Ф. Экспериментальное исследование закритического поведения оболочек. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 1.
2. Ricardo O. G. S. An experimental investigation of the radical displacements of a thin walled cylinder. Nasa CR rep.—934, 1967. Pasadena, Calif., California Inst. of Technology, 1967.
3. Владимиров С. А., Конох В. И., Моссаковский В. И., Смелый Г. Н. Экспериментальное исследование местной потери устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии. Изв. АН СССР. МТТ, 1969, № 4.
4. Тринчер В. К. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек к конечным возмущениям. Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1971, № 8.
5. Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Прокопало Е. Ф. Исследование закритического поведения цилиндрических оболочек. Докл. АН СССР, 1972, т. 206, № 2.
6. Конох В. И., Красовский В. Л. Влияние внешних локальных возмущений на докритическое поведение и устойчивость продольно сжатых цилиндрических оболочек. В сб.: Теория оболочек и пластин. Тр. IX Всес. конф. по теории пластин и оболочек. Л., «Судостроение», 1975.
7. Панферов В. М., Тринчер В. К. Об одном подходе к теоретическому и экспериментальному исследованию устойчивости оболочек по отношению к конечным возмущениям. Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1971, № 8.
8. Маневич Л. И., Моссаковский В. И., Прокопало Е. Ф. Экспериментальное исследование влияния жесткости испытательной машины на устойчивость цилиндрических оболочек при осевом сжатии. Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 6.
9. Тринчер В. К. Новый метод определения закритического равновесия цилиндрической оболочки при осевом сжатии. Вестн. МГУ. Сер. матем., механ., 1965, № 1.
10. Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Евкин А. Ю. К исследованию закритических форм равновесия сжатой цилиндрической оболочки. Прикл. механ., 1975, т. 11, вып. 11.
11. Погорелов А. В. Геометрические методы в нелинейной теории упругих оболочек. М., «Наука», 1967.