

ДИНАМИКА СИСТЕМЫ СПУТНИК — СТАБИЛИЗАТОР  
С ДВУХСТЕПЕННЫМ ПОДВЕСОМ

В. А. САРЫЧЕВ, Н. И. ЯКОВЛЕВ

(Москва)

Получены уравнения движения систем спутник — стабилизатор с двухстепенными подвесами поступательного, вращательного и смешанного типов. Определены стационарные движения систем на круговой орбите. Приведены условия устойчивости положений равновесия. Найдены оптимальные по быстродействию параметры систем спутник — стабилизатор.

1. Рассмотрим систему спутник — стабилизатор с двухстепенным подвесом. Последний представляет собой композицию одностепенных подвесов, связанных посредством рамки, массой и моментами инерции которой будем пренебрегать. Для описания движения системы<sup>1</sup> спутник — стабилизатор введем абсолютную и орбитальную системы координат  $O_a X_a Y_a Z_a$  и  $OXYZ$ . Введем, кроме того, следующие системы координат:  $O_0 x_0 y_0 z_0$  — система, связанная со спутником,  $O_0$  — центр масс спутника;  $O_1 x_1 y_1 z_1$  — система, связанная со стабилизатором,  $O_1$  — центр масс стабилизатора;  $O x_0 y_0 z_0$  — система, оси которой параллельны осям системы отсчета  $O_0 x_0 y_0 z_0$ ,  $O$  — центр масс системы спутник — стабилизатор;  $O_1 x_p y_p z_p$  — система, связанная с рамкой подвеса.

Определим матрицы перехода  $A = \|a_{ij}\|$ ,  $B = \|b_{ij}\|$ ,  $B_1 = \|b_{ij}^{(1)}\|$ ,  $B_2 = \|b_{ij}^{(2)}\|$  между введенными выше системами координат

	$x_0$	$y_0$	$z_0$	$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_p$	$y_p$	$z_p$	$x_1$	$y_1$	$z_1$		
$X$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$x_0$	$b_{11}$	$b_{12}$	$x_0$	$b_{11}^{(1)}$	$b_{12}^{(1)}$	$b_{13}^{(1)}$	$x_p$	$b_{11}^{(2)}$	$b_{12}^{(2)}$	$b_{13}^{(2)}$
$Y$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$y_0$	$b_{21}$	$b_{22}$	$y_0$	$b_{21}^{(1)}$	$b_{22}^{(1)}$	$b_{23}^{(1)}$	$y_p$	$b_{21}^{(2)}$	$b_{22}^{(2)}$	$b_{23}^{(2)}$
$Z$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$z_0$	$b_{31}$	$b_{32}$	$z_0$	$b_{31}^{(1)}$	$b_{32}^{(1)}$	$b_{33}^{(1)}$	$z_p$	$b_{31}^{(2)}$	$b_{32}^{(2)}$	$b_{33}^{(2)}$

Рассмотрим подвес вращательного типа. Тензор инерции системы спутник — стабилизатор в системе координат  $O x_0 y_0 z_0$  имеет вид

$$I = I_0 + B I_1 B' - M \mathbf{r} \mathbf{r}' \quad (1.1)$$

Здесь  $I_0$  — тензор инерции спутника в системе координат  $O_0 x_0 y_0 z_0$ ,  $I_1$  — тензор инерции стабилизатора в системе  $O_1 x_1 y_1 z_1$ ,  $M$  — приведенная масса системы спутник — стабилизатор,  $\mathbf{r} = O_0 O_1 = \mathbf{a}^0 - B \mathbf{a}^1$ ,  $\mathbf{a}^0 = O_0 P_0$  в системе отсчета  $O_0 x_0 y_0 z_0$ ,  $\mathbf{a}^1 = O_1 P_0$  в системе отсчета  $O_1 x_1 y_1 z_1$ ,  $P_0$  — точка подвеса, штрих означает транспонирование

$$\mathbf{r} = \begin{vmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{vmatrix}$$

<sup>1</sup> См. Сарычев В. А., Яковлев Н. И. Об уравнениях движения спутника около центра масс. М., Ин-т прикладной математики АН СССР, 1975, препринт № 55.

Для других векторов  $x$  обозначение  $x^\sim$  употребляется ниже в аналогичном смысле.

Пусть в начальном положении  $B_1=B_{10}$ ,  $B_2=B_{20}$ ,  $B=B_{10}B_{20}=B_0$ . В произвольном положении  $B_1=B_{10}B_{11}(\varepsilon, \lambda)$ ,  $B_2=B_{20}B_{21}(\delta, \mu)$ , где  $B_{11}$  и  $B_{21}$  — матрицы поворотов на углы  $\varepsilon$  и  $\delta$  вокруг осей с направляющими векторами  $\lambda$  и  $\mu$ , проекции которых на оси систем отсчета  $O_1x_px_pz_p$  и  $O_1x_1y_1z_1$  суть  $\lambda_i$  и  $\mu_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) соответственно.

Кинетическая энергия системы спутник — стабилизатор имеет вид

$$T = \frac{1}{2} [M_{\Sigma} \mathbf{r}_c^2 + \Omega' I \Omega + F_1 \varepsilon^2 + F_2 \delta^2 + 2F_{12} \varepsilon \delta + 2\Omega' (N_1 \varepsilon + N_2 \delta)] \quad (1.2)$$

Здесь  $M_{\Sigma}$  — общая масса системы спутник — стабилизатор,  $\mathbf{r}_c = O_a O$ ,  $\Omega$  — абсолютная угловая скорость спутника в системе отсчета  $Ox_0y_0z_0$ ,

$$\begin{aligned} F_1 &= \lambda' B_2 I_1 B_2' \lambda + M(\mathbf{a}^1)' B_{\varepsilon}' B_{\varepsilon} \mathbf{a}^1, & F_2 &= \mu' I_1 \mu + M(\mathbf{a}^1)' B_{\delta}' B_{\delta} \mathbf{a}^1 \\ F_{12} &= \mu' I_1 B_2' \lambda + M(\mathbf{a}^1)' B_{\varepsilon}' B_{\delta} \mathbf{a}^1, & N_1 &= B I_1 B_2' \lambda - M \mathbf{r}' B_{\varepsilon} \mathbf{a}^1 \\ N_2 &= B I_1 \mu - M \mathbf{r}' B_{\delta} \mathbf{a}^1, & B_{\varepsilon} &= \partial B / \partial \varepsilon, & B_{\delta} &= \partial B / \partial \delta \end{aligned}$$

Силовая функция системы спутник — стабилизатор имеет вид

$$U = \mu_0 M_{\Sigma} \rho^{-1} + \frac{1}{2} \mu_0 \rho^{-3} \operatorname{sp} I^{-3} \mu_0 \rho^{-3} \xi_3' I \xi_3 \quad (1.3)$$

где  $\mu_0$  — гравитационный параметр,  $\xi_j = \|a_{j1}, a_{j2}, a_{j3}\|'$ ,  $\rho = |O_a O|$ . Диссипативные и упругие силы взаимодействия стабилизатора со спутником определим при помощи потенциалов

$$\Phi = -\frac{1}{2} (k_{11} \varepsilon^2 + k_{12} \delta^2), \quad F = -\frac{1}{2} (k_{21} \varepsilon^2 + k_{22} \delta^2) - M_{\varepsilon} \varepsilon - M_{\delta} \delta \quad (1.4)$$

Здесь  $k_{11}^*$ ,  $k_{12}^*$ ,  $k_{21}^*$ ,  $k_{22}^*$ ,  $M_{\varepsilon}^*$ ,  $M_{\delta}^*$  — постоянные коэффициенты. Без потери общности будем считать, что в положении равновесия  $\varepsilon = \delta = 0$ .

Выберем в качестве квазискоростей проекции угловой скорости спутника  $\omega$  относительно орбитальной системы координат на оси системы координат  $Ox_0y_0z_0$  и величины  $\varepsilon$ ,  $\delta$ . Уравнения вращательного движения системы спутник — стабилизатор около центра масс в квазикоординатах имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \Omega} + \omega^\vee \frac{\partial T}{\partial \Omega} - \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial U}{\partial \theta} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial U}{\partial \varepsilon} &= \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \delta} - \frac{\partial T}{\partial \delta} - \frac{\partial U}{\partial \delta} &= \frac{\partial \Phi}{\partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial \delta} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь через  $\partial/\partial \theta$  обозначен оператор дифференцирования по вектору квазикоординат. Уравнения (1.5) имеют стационарные решения, если

$$\xi_2 \sim I \xi_2 - 3 \xi_3 \sim I \xi_3 = 0, \quad M_{\varepsilon} + \Gamma(I_{\varepsilon}) = 0, \quad M_{\delta} + \Gamma(I_{\delta}) = 0 \quad (1.6)$$

Здесь  $I_{\varepsilon} = \partial I / \partial \varepsilon$ ,  $I_{\delta} = \partial I / \partial \delta$ , через  $\Gamma(I)$  обозначена функция матричного аргумента  $I$ :

$$\Gamma(I) = \frac{3}{2} \xi_3' I \xi_3 - \frac{1}{2} \operatorname{sp} I^{-1} \xi_2' I \xi_2, \quad M_{\varepsilon} = M_{\varepsilon}^* / \omega_0, \quad M_{\delta} = M_{\delta}^* / \omega_0$$

Заметим, что первое уравнение (1.6) совпадает с уравнениями для определения положений равновесия твердого тела<sup>1</sup>. Второе и третье уравнение (1.6) легко разрешить относительно неизвестных  $M_{\varepsilon}$ ,  $M_{\delta}$ .

Пусть в положении равновесия оси системы координат  $Ox_0y_0z_0$  параллельны соответственно осям  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ . Тогда  $I_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ , где  $I = \|I_{ij}\|$ .

<sup>1</sup> См. подстрочное примечание к стр. 3.

Линеаризованные в окрестности такого положения равновесия уравнения движения имеют вид

$$I\theta'' + G\theta' + K\theta + N_1\varepsilon'' + N_{11}\varepsilon' + N_{01}\varepsilon + N_2\delta'' + N_{12}\delta' + N_{02}\delta = 0 \quad (1.7)$$

$$F_1\varepsilon'' + k_{11}\varepsilon' + (k_{21} + f_1)\varepsilon + F_{12}\delta'' + F_{121}\delta' + f_{12}\delta + \theta''N_1 - \theta'N_{11} + \theta N_{01} = 0$$

$$F_2\delta'' + k_{12}\delta' + (k_{22} + f_2)\delta + F_{12}\varepsilon'' - F_{121}\varepsilon' + f_{12}\varepsilon + \theta''N_2 - \theta'N_{12} + \theta N_{02} = 0$$

$$I = \begin{vmatrix} A_s & 0 & 0 \\ 0 & B_s & 0 \\ 0 & 0 & C_s \end{vmatrix}, \quad G = \begin{vmatrix} 0 \\ A_s + C_s - B_s \\ 0 \end{vmatrix}, \quad K = \begin{vmatrix} 4(B_s - C_s) & 0 & 0 \\ 0 & 3(A_s - C_s) & 0 \\ 0 & 0 & B_s - A_s \end{vmatrix}$$

$$N_{11} = I_e \xi_2 + \xi_2 N_1, \quad N_{01} = \xi_2 I_e \xi_2 - 3\xi_3 I_e \xi_3 \quad (1.8)$$

$$N_{12} = I_0 \xi_2 + \xi_2 N_2, \quad N_{02} = \xi_2 I_0 \xi_2 - 3\xi_3 I_0 \xi_3$$

$$I_e = B_e I_1 B_0' + B_0 I_1 B_e' - M(r_e \sim r_0 \sim + r_0 \sim r_e \sim)$$

$$I_0 = B_0 I_1 B_0' + B_0 I_1 B_0' - M(r_0 \sim r_0 \sim + r_0 \sim r_0 \sim)$$

$$I_3 = B_3 I_1 B_0' + B_0 I_1 B_3' + 2B_e I_1 B_e' - M(r_3 \sim r_0 \sim + r_0 \sim r_3 \sim + 2r_e \sim r_e \sim)$$

$$I_4 = B_4 I_1 B_0' + B_0 I_1 B_4' + B_e I_1 B_e' + B_0 I_1 B_0' - M(r_4 \sim r_0 \sim + r_0 \sim r_4 \sim + r_e \sim r_0 \sim + r_0 \sim r_e \sim)$$

$$I_5 = B_5 I_1 B_0' + B_0 I_1 B_5' + 2B_0 I_1 B_0' - M(r_5 \sim r_0 \sim + r_0 \sim r_5 \sim + 2r_0 \sim r_0 \sim)$$

$$B_e = B_{10} \lambda \sim B_{20}, \quad B_0 = B_0 \mu \sim, \quad B_3 = B_{10} \lambda \sim \lambda \sim B_{20}, \quad B_4 = B_{10} \lambda \sim B_{20} \mu \sim, \quad B_5 = B_0 \mu \sim \mu \sim$$

$$r_j = -B_j a^i, \quad (j = e, 0, 3, 4, 5), \quad r_0 = a^0 - B_0 a^i, \quad k_{ij} = k_{ij}^* / \omega_0^i$$

$$F_{121} = \xi_2' [B_0 I_1 B_2' \lambda - B_0 I_1 \mu \sim B_2' \lambda - B_e I_1 \mu + M(r_e \sim B_0 - r_0 \sim B_e) a^i]$$

$$f_1 = \Gamma(I_3), \quad f_2 = \Gamma(I_5), \quad f_{12} = \Gamma(I_4)$$

точкой обозначено дифференцирование по  $\tau = \omega_0 t$ ,  $\omega_0^2 = \mu_0 / \rho^3$ .

Пусть в положении равновесия оси систем отсчета  $O_1 x_1 y_1 z_1$  и  $O_2 x_2 y_2 z_2$  параллельны соответствующим осям системы координат  $OXYZ$ . Тогда  $B_{10} = B_{20} = A$  и

$$F_1 = I_{11}' \lambda_1^2 + I_{22}' \lambda_2^2 + I_{33}' \lambda_3^2 + 2I_{12}' \lambda_1 \lambda_2 + 2I_{23}' \lambda_2 \lambda_3 + 2I_{13}' \lambda_1 \lambda_3 + M[a_1^2(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) + a_2^2(\lambda_1^2 + \lambda_3^2) + a_3^2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) - 2a_1 a_2 \lambda_1 \lambda_2 - 2a_1 a_3 \lambda_1 \lambda_3 - 2a_2 a_3 \lambda_2 \lambda_3] \quad (1.9)$$

$$F_2 = I_{11}' \mu_1^2 + I_{22}' \mu_2^2 + I_{33}' \mu_3^2 + 2I_{12}' \mu_1 \mu_2 + 2I_{13}' \mu_1 \mu_3 + 2I_{23}' \mu_2 \mu_3 + M[a_1^2(\mu_2^2 + \mu_3^2) + a_2^2(\mu_1^2 + \mu_3^2) + a_3^2(\mu_1^2 + \mu_2^2) - 2a_1 a_2 \mu_1 \mu_2 - 2a_1 a_3 \mu_1 \mu_3 - 2a_2 a_3 \mu_2 \mu_3]$$

$$F_{12} = I_{11}' \mu_1 \lambda_1 + I_{22}' \mu_2 \lambda_2 + I_{33}' \mu_3 \lambda_3 + 2I_{12}' (\mu_1 \lambda_2 + \mu_2 \lambda_1) + 2I_{13}' (\mu_1 \lambda_3 + \mu_3 \lambda_1) + 2I_{23}' (\mu_2 \lambda_3 + \mu_3 \lambda_2) + M[a_1^2(\lambda_2 \mu_2 + \lambda_3 \mu_3) + a_2^2(\lambda_1 \mu_1 + \lambda_3 \mu_3) + a_3^2(\lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2) - a_1 a_2 (\lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1) - a_1 a_3 (\lambda_1 \mu_3 + \lambda_3 \mu_1) - a_2 a_3 (\lambda_2 \mu_3 + \lambda_3 \mu_2)]$$

$$N_1 = \begin{vmatrix} n_1^1 \\ n_2^1 \\ n_3^1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_{11}' \lambda_1 + I_{12}' \lambda_2 + I_{13}' \lambda_3 \\ I_{21}' \lambda_1 + I_{22}' \lambda_2 + I_{23}' \lambda_3 \\ I_{31}' \lambda_1 + I_{32}' \lambda_2 + I_{33}' \lambda_3 \end{vmatrix} - M \begin{vmatrix} \Delta_2 d_3^1 - \Delta_3 d_2^1 \\ \Delta_3 d_1^1 - \Delta_1 d_3^1 \\ \Delta_1 d_2^1 - \Delta_2 d_1^1 \end{vmatrix}$$

$$N_2 = \begin{vmatrix} n_1^2 \\ n_2^2 \\ n_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_{11}' \mu_1 + I_{12}' \mu_2 + I_{13}' \mu_3 \\ I_{21}' \mu_1 + I_{22}' \mu_2 + I_{23}' \mu_3 \\ I_{31}' \mu_1 + I_{32}' \mu_2 + I_{33}' \mu_3 \end{vmatrix} - M \begin{vmatrix} \Delta_2 d_3^2 - \Delta_3 d_2^2 \\ \Delta_3 d_1^2 - \Delta_1 d_3^2 \\ \Delta_1 d_2^2 - \Delta_2 d_1^2 \end{vmatrix}$$

$$N_{11} = \begin{vmatrix} n_s^1 + I_{21}^e \\ I_{22}^e \\ -n_1^1 + I_{23}^e \end{vmatrix}, \quad N_{01} = \begin{vmatrix} 4I_{23}^e \\ -3I_{13}^e \\ -I_{12}^e \end{vmatrix}, \quad N_{12} = \begin{vmatrix} n_3^2 + I_{21}^\delta \\ I_{22}^\delta \\ -n_1^2 + I_{22}^\delta \end{vmatrix}, \quad N_{02} = \begin{vmatrix} 4I_{23}^\delta \\ -3I_{13}^\delta \\ -I_{12}^\delta \end{vmatrix}$$

$$I_{22}^e = 2(\lambda_3 I_{12}' - \lambda_1 I_{23}') - 2M(\Delta_1 d_1^1 + \Delta_3 d_3^1), \quad I_{22}^\delta = 2(\mu_3 I_{12}' - \mu_1 I_{23}') - 2M(\Delta_1 d_1^2 + \Delta_3 d_3^2)$$

$$I_{12}^e = \lambda_3 (I_{11}' - I_{22}') + \lambda_2 I_{23}' - \lambda_1 I_{13}' + M(\Delta_1 d_2^1 + \Delta_2 d_1^1)$$

$$I_{12}^\delta = \mu_3 (I_{11}' - I_{22}') + \mu_2 I_{23}' - \mu_1 I_{13}' + M(\Delta_1 d_2^2 + \Delta_2 d_1^2)$$

$$I_{13}^e = \lambda_2 (I_{33}' - I_{11}') + \lambda_1 I_{12}' - \lambda_3 I_{23}' + M(\Delta_1 d_3^1 + \Delta_3 d_1^1)$$

$$\begin{aligned}
I_{13}^b &= \mu_2(I_{33}' - I_{11}') + \mu_1 I_{12}' - \mu_3 I_{23}' + M(\Delta_1 d_3^2 + \Delta_3 d_1^2) \\
I_{23}^c &= \lambda_1(I_{22}' - I_{33}') + \lambda_3 I_{13}' - \lambda_2 I_{12}' + M(\Delta_2 d_3^2 + \Delta_3 d_2^2) \\
I_{23}^d &= \mu_1(I_{22}' - I_{33}') + \mu_3 I_{13}' - \mu_2 I_{12}' + M(\Delta_2 d_3^2 + \Delta_3 d_2^2) \\
\Gamma(I_3) &= 4(I_{22}' - I_{33}')\lambda_1^2 + 3(I_{11}' - I_{33}')\lambda_2^2 + (I_{22}' - I_{11}')\lambda_3^2 + 2I_{23}'\lambda_2\lambda_3 + 5I_{13}'\lambda_1\lambda_3 - \\
&\quad - 7I_{12}'\lambda_1\lambda_2 + M\{3[\Delta_3(\lambda_1 d_2^2 - \lambda_2 d_1^2) - (d_3^2)^2] - [\Delta_2(\lambda_3 d_1^2 - \lambda_1 d_3^2) - (d_2^2)^2]\} \\
\Gamma(I_5) &= 4(I_{22}' - I_{33}')\mu_1^2 + 3(I_{11}' - I_{33}')\mu_2^2 + (I_{22}' - I_{11}')\mu_3^2 + 2I_{23}'\mu_2\mu_3 + 5I_{13}'\mu_1\mu_3 - \\
&\quad - 7I_{12}'\mu_1\mu_2 + M\{3[\Delta_3(\mu_1 d_2^2 - \mu_2 d_1^2) - (d_3^2)^2] - [\Delta_2(\mu_3 d_1^2 - \mu_1 d_3^2) - (d_2^2)^2]\} \\
\Gamma(I_4) &= 4(I_{22}' - I_{33}')\lambda_1\mu_1 + 3(I_{11}' - I_{33}')\lambda_2\mu_2 + (I_{22}' - I_{11}')\lambda_3\mu_3 - 3I_{12}'\lambda_2\mu_1 - \\
&\quad - 4I_{12}'\lambda_1\mu_2 + I_{13}'\lambda_3\mu_1 + 4I_{13}'\lambda_1\mu_3 - I_{23}'\lambda_3\mu_2 + 3I_{23}'\lambda_2\mu_3 + \\
&\quad + M\{3(\lambda_1 d_2^2 - \lambda_2 d_1^2)\Delta_3 - (\lambda_3 d_1^2 - \lambda_1 d_3^2)\Delta_2 - (3d_3^2 d_2^2 - d_2^2 d_1^2)\} \\
F_{121} &= (I_{11}' + I_{33}' - I_{22}')(\lambda_1\mu_3 - \lambda_3\mu_1) + 2I_{12}'(\lambda_2\mu_3 - \lambda_3\mu_2) + 2I_{23}'(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1) + \\
&\quad + 2M(d_3^2 d_1^2 - d_1^2 d_3^2) \\
I_1 &= \|I_{ij}'\|, \quad \mu = \|\mu_1, \mu_2, \mu_3\|', \quad \lambda = \|\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\|', \quad d_1 = \lambda \wedge a^1, \quad d_2 = \mu \wedge a_1 \\
d_i &= \|d_1^i, d_2^i, d_3^i\|', \quad \Delta = \|\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3\|' = a^0 \wedge a^1, \quad a^i = \|a_{1i}, a_{2i}, a_{3i}\|'
\end{aligned}$$

Пусть теперь стабилизатор связан со спутником через двухстепенный упруговязкий подвес поступательного типа. Введем те же, что и ранее, системы координат. Пусть в положении равновесия оси систем координат  $Ox_0y_0z_0$  и  $O_1x_1y_1z_1$  параллельны соответствующим осям системы координат  $OXYZ$ ; тогда  $B_1 = E$ . Тензор инерции системы спутник — стабилизаторы в системе отсчета  $Ox_0y_0z_0$  имеют вид:  $I = I_0 + I_1 - Mx \wedge x$ . Здесь  $x = h + n_1 z_1 + n_2 z_2 = O_1 O_0$ ,  $z_i$  — смещение центра масс стабилизатора вдоль направляющего вектора  $n_i$ ,  $h = P_0 O_0$ . Остальные величины имеют тот же смысл, что и в (1.1).

Кинетическая энергия системы спутник — стабилизатор имеет вид

$$T = \frac{1}{2} \left( M_s \dot{r}_c'^2 + \Omega' I \Omega + 2\Omega' \sum_{i=1}^2 N_i z_i' + \sum_{i=1}^2 F_i z_i'^2 + \sum_{i \neq j} F_{ij} z_i' z_j' \right) \quad (1.10)$$

Здесь в отличие от (1.2)  $N_i = M n_i \wedge x$ ,  $F_i = M$ ,  $F_{ij} = M n_i \wedge n_j$ . Упругие и диссипативные силы в системе спутник — стабилизатор определим при помощи функций

$$F = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (k_{2i} {}^* n z_i^2 + 2M_i {}^* z_i), \quad \Phi = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_{1i} {}^* n z_i^2 \quad (1.11)$$

Силовая функция имеет вид (1.3).

Пусть в положении равновесия все  $z_i = 0$ . Тогда линеаризованные в окрестности положения равновесия уравнения движения имеют вид (1.7), где

$$\varphi_i = z_i, \quad N_i = M h \wedge n_i, \quad N_{1i} = I^i \xi_2 + \xi_2 \wedge N_i, \quad N_{0i} = \xi_2 \wedge I^i \xi_2 - 3\xi_3 \wedge I^i \xi_3 \quad (1.12)$$

$$I^i = -M(h \wedge n_i + n_i \wedge h), \quad f_1 = \Gamma(I_3), \quad f_2 = \Gamma(I_5), \quad f_{ij} = \Gamma(I_4), \quad I_3 = -2M n_1 \wedge n_1$$

$$I_4 = -M(n_1 \wedge n_2 + n_2 \wedge n_1), \quad I_5 = -2M n_2 \wedge n_2, \quad F_{ij1} = -2M \xi_2' \wedge n_i \wedge n_j, \quad k_{ij} = k_{ij} {}^* n / \omega_0^i$$

Рассмотрим, наконец, подвес смешанного типа: одна степень свободы поступательного, вторая — вращательного типа. Уравнения движения в окрестности положения равновесия системы спутник — стабилизатор с таким подвесом имеют вид (1.7), где

$$N_1 = M h \wedge n, \quad N_2 = I_1 \lambda - M h \wedge \lambda \wedge a^1, \quad N_{1i} = I^i \xi_2 + \xi_2 \wedge N_i \quad (1.13)$$

$$N_{0i} = \xi_2 \wedge I^i \xi_2 - 3\xi_3 \wedge I^i \xi_3, \quad I^i = -M(h \wedge n + n \wedge h)$$

$$I^2 = \mu \wedge I_1 - I_1 \mu \wedge + M[h \wedge (\mu \wedge a^1) + (\mu \wedge a^1) \wedge h], \quad f_1 = \Gamma(I_3), \quad f_2 = \Gamma(I_5)$$

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= \Gamma(I_4), \quad I_3 = -2Mn \check{n}, \quad I_4 = M[(\mu \check{a}^1) \check{n} + n(\mu \check{a}^1) \check{ }] \\
 I_5 &= \mu \check{\mu} \check{I}_1 + I_1 \mu \check{\mu} - 2\mu \check{I}_1 \mu \check{\mu} + M[(\mu \check{\mu} \check{a}^1) \check{h} + h(\mu \check{\mu} \check{a}^1) \check{ }] - \\
 &\quad - 2(\mu \check{a}^1) \check{ } (\mu \check{a}^1) \check{ } ] \\
 F_1 &= M, \quad F_2 = \mu' I_1 \mu - M(a^1)' \mu \check{\mu} \check{a}^1, \quad F_{12} = Mn' \mu \check{a}^1, \quad F_{121} = 2M \xi_2' n \check{\mu} \check{a}^1
 \end{aligned}$$

Здесь  $h$  и  $n$  определяются так же, как в (1.12), а  $M, I_1, \mu, a^1$  — как в (1.8). Матрицы  $I, G, K$  определяются из (1.8).

2. Отметим некоторые свойства уравнений (1.7) с коэффициентами (1.8). Для более простой системы подобные свойства были получены ранее<sup>1</sup>.

Уравнения движения не зависят от положения точки подвеса на оси шарнира, так как координаты этой точки входят в (1.8) через компоненты векторных произведений. Коэффициенты (1.8) не изменятся, если одновременно увеличить  $a^0$  и  $a^1$  в  $k^{1/2}$  раз и уменьшить  $M$  в  $k$  раз. Если  $M=0$ , то уравнения движения не зависят от  $a^1$ .

Рассмотрим подробнее уравнения (1.7) с коэффициентами (1.9). Если центр масс стабилизатора расположен на оси шарнира, т. е.  $a^1=0$ , то коэффициенты (1.9) не зависят от  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ . Величины  $\Delta_i$  входят лишь в выражения для компонент тензора (1.1). В силу (1.1), (1.9) при неизменных коэффициентах характеристического уравнения любым величинам  $\Delta_i$  однозначно соответствуют компоненты тензора инерции спутника  $I_{ij}^0$ . Последние должны удовлетворять условиям физической осуществимости<sup>1</sup>, которые сводятся к требованию положительности главных миноров определителя

$$R_1(I_{ij}^0) = R(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) = \begin{vmatrix} I_{22}^0 + I_{33}^0 - I_{11}^0 & -2I_{12}^0 & -2I_{13}^0 \\ -2I_{12}^0 & I_{11}^0 + I_{33}^0 - I_{22}^0 & -2I_{23}^0 \\ -2I_{13}^0 & -2I_{23}^0 & I_{11}^0 + I_{22}^0 - I_{33}^0 \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

Известно (см. подстрочные примечания), что первым из условий физической осуществимости нарушается неравенство  $R_1=R>0$ , определяющее внутренность эллипсоида в пространстве параметров  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ . Аналогичный результат получается и при  $a^0=0$ .

Пусть стабилизатор динамически эквивалентен стержню и, кроме того

$$a^1=0, \quad v_{11}(3\mu_3^1 e_3 - \mu_2^1 e_2) = 0 \quad (2.2)$$

$$\lambda = v_{11} e_1 + v_{21} e_y + v_{31} e_z, \quad \mu = v_{12} e_1 + v_{22} e_y + v_{32} e_z, \quad \mu^1 = \mu - v_{12} e$$

Здесь векторы  $e, e_y, e_z$  образуют правый ортогональный репер,  $e$  совпадает с продольной осью стержня. Если при этом  $v_{11} \neq 0$ , то коэффициенты (1.9) не зависят от  $v_{11}, v_{12}$ .

Сделаем замену

$$\begin{aligned}
 v_{21} &= k_a v_{21}', \quad v_{31} = k_a v_{31}', \quad v_{22} = k_b v_{22}', \quad v_{32} = k_b v_{32}' \\
 (v_{21}')^2 + (v_{31}')^2 &< 1, \quad (v_{22}')^2 + (v_{32}')^2 < 1
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$k_{11} = k_a^2 k_{11}'; \quad k_{12} = k_b^2 k_{12}'; \quad k_{21} + f_1 = k_a^2 (k_{21}' + f_1'), \quad k_{22} + f_2 = k_b^2 (k_{22}' + f_2')$$

в результате которой полученные из (1.7) уравнения будут эквивалентны исходным с точностью до линейного преобразования переменных  $\varepsilon, \delta$ . Динамические свойства системы при этом не изменятся. Если  $v_{11}=0$ , то в (2.3)  $k_a=1$ .

<sup>1</sup> Пенсков В. И., Сарычев В. А. Оптимизация параметров гравитационной системы стабилизации спутников с одностепенным шарнирным подвесом. М., Ин-т прикладной математики АН СССР, 1974, препринт № 68.

Пусть стабилизатор динамически эквивалентен стержню,  $\mathbf{a}^1=0$ ,  $\mu^1\mathbf{e}=0$ ,  $\lambda^1\mathbf{e}=0$ ,  $\mu=a\lambda+bz$ , где  $\mathbf{e}$  направлен вдоль стержня,  $z=\lambda^1\mathbf{e}$ . Тогда

$$\begin{aligned} N_1 &= P\lambda, \quad N_{11} = -2Pe_2 \begin{vmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{vmatrix}, \quad N_{01} = P \begin{vmatrix} -4(z_2e_3 + z_3e_2) \\ 3(z_1e_3 + z_3e_1) \\ z_1e_2 + z_2e_1 \end{vmatrix} \\ F_{12} &= Pa, \quad F_{121} = 2Pbe_2, \quad \Gamma(I_3) = P[3(e_3^2 - z_3^2) - (e_2^2 - z_2^2)] \\ \Gamma(I_4) &= a\Gamma(I_3) + bP(3z_3\lambda_3 - z_2\lambda_2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь  $P$  — момент инерции стабилизатора — стержня,  $\mathbf{e} = \|e_1, e_2, e_3\|'$ ,  $\mathbf{z} = \|z_1, z_2, z_3\|'$ . Если при тех же условиях  $\mathbf{a}^1 = -\Delta$ ,  $P=0$ ,  $H=|\Delta|=1$ ,  $\mathbf{z} = \lambda^1\Delta$ , то

$$\begin{aligned} N_1 &= M\lambda, \quad N_{11} = -2M\Delta_2 \begin{vmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{vmatrix}, \quad N_{01} = M \begin{vmatrix} -4(z_2e_3 + z_3e_2) \\ 3(z_1e_3 + z_3e_1) \\ z_1e_2 + z_2e_1 \end{vmatrix} \\ F_{12} &= Ma, \quad F_{121} = 2Mb\Delta_2, \quad \Gamma(I_3) = M[3(\Delta_3^2 - z_3^2) - (\Delta_2^2 - z_2^2)] \\ \Gamma(I_4) &= a\Gamma(I_3) + bM(3z_3\lambda_3 - z_2\lambda_2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

При замене  $M \rightarrow P$ ,  $\Delta \rightarrow \mathbf{e}$  выражения в (2.4) и (2.5) совпадут. Отсюда легко получить при  $\mathbf{a}^1 = -\Delta$ ,  $\mathbf{e} = \Delta/|\Delta|$ ,  $P+M|\Delta|^2 = \text{const}$  двухпараметрическое семейство конфигураций с заданной степенью устойчивости.

Заметим, что коэффициенты (1.12) не зависят от тензора инерции стабилизатора. Поэтому для системы спутник — стабилизатор с подвесом поступательного типа возможно произвольное разбиение системы на спутник и стабилизатор при выполнении условий физической осуществимости. Коэффициенты (1.12) не зависят также от координат подвеса.

Уравнения (1.7) с коэффициентами (1.12) не изменятся при следующей замене:

$$M \rightarrow M/H^2, \quad \mathbf{h} \rightarrow \mathbf{h}H, \quad k_{1i} \rightarrow k_{1i}/H^2, \quad k_{2i} \rightarrow k_{2i}/H^2, \quad z_i \rightarrow z_iH$$

При  $\mathbf{h}'\mathbf{n}_1=0$ ,  $\mathbf{h}'\mathbf{n}_2=0$ ,  $\mathbf{n}_2 = a\mathbf{n}_1 + b\mathbf{g}$ , где  $\mathbf{g} = -\mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{h}$ ,  $|\mathbf{h}|=1$ , из (1.12) получим

$$\begin{aligned} N_1 &= M \begin{vmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{vmatrix}, \quad N_{11} = -2Mh_2 \begin{vmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{vmatrix}, \quad N_{01} = M \begin{vmatrix} -4(n_2h_3 + n_3h_2) \\ 3(n_1h_3 + n_3h_1) \\ n_1h_2 + n_2h_1 \end{vmatrix} \\ F_{12} &= Ma, \quad F_{121} = 2Mbh_2, \quad \Gamma(I_3) = M(n_2^2 - 3n_3^2) \\ \Gamma(I_4) &= a\Gamma(I_3) + bM(3n_3g_3 - n_2g_2), \quad \mathbf{n}_1 = \|n_1, n_2, n_3\|' \end{aligned} \quad (2.6)$$

Сравним системы спутник — стабилизатор с подвесами поступательного и вращательного типов. Пусть стабилизатор динамически эквивалентен стержню (оси шарниров и оси смещений взаимно ортогональны). Тогда  $\mathbf{a}^1=0$ . Если  $|\mathbf{h}|=1$ , то при замене

$$\lambda \rightarrow \mathbf{h}'\mathbf{n}_1, \quad \mu \rightarrow \mathbf{h}'\mathbf{n}_2, \quad \mathbf{e} \rightarrow \mathbf{h}, \quad P \rightarrow M \quad (2.7)$$

коэффициенты (2.4) и (2.6), кроме величин  $\Gamma(I_3)$ , совпадут. Если, кроме того

$$k_{1i}^{(4)} = k_{1i}^{(2)}, \quad k_{2i}^{(4)} + P(3e_3^2 - e_2^2) = k_{2i}^{(2)} \quad (2.8)$$

то обе системы, с точки зрения быстрогодействия, эквивалентны. Здесь  $k_{1i}^{(4)}$ ,  $k_{2i}^{(4)}$  — коэффициенты вязкости и упругости для системы спутник —

стабилизатор с подвесом вращательного типа,  $ak_{1i}^{(2)}$ ,  $k_{2i}^{(2)}$  — то же для подвеса поступательного типа. Этот вывод легко распространяется и на случай подвеса смешанного типа, если главные центральные моменты инерции стабилизатора равны нулю и  $a^1 = -h$ .

Если отбросить условие ортогональности осей подвесов, то становится возможным сравнить между собой системы с подвесами смешанного и поступательного типов. В самом деле, пусть в первой системе главные центральные моменты инерции стабилизатора равны нулю и  $a^1 = -h$ ,  $h^1 \mu = 0$ ,  $h^1 n = 0$ , а для второй системы  $h^1 n_1 = 0$ ,  $h^1 n_2 = 0$ . Пусть, кроме того, величины, относящиеся к соответствующим поступательным степеням свободы, совпадают, а между параметрами шарнира первой системы и соответствующими параметрами второй системы выполнены соотношения, аналогичные (2.7), (2.8). Тогда уравнения движения и степень устойчивости таких систем совпадают.

3. Рассмотрим устойчивость положений равновесия. Для системы уравнений (1.7) справедливо соотношение

$$\frac{dH}{dt} = -k_{11}\varepsilon^2 - k_{12}\delta^2 = -2\Phi, \quad H = 1/2 [\theta^1 I \theta^1 + F_1 \varepsilon^2 + F_2 \delta^2 + 2F_{12} \varepsilon \delta + 2\theta^1 (N_1 \varepsilon + N_2 \delta) + \theta^1 K \theta + (f_1 + k_{21}) \varepsilon^2 + (f_2 + k_{22}) \delta^2 + 2f_{12} \varepsilon \delta + 2\theta^1 (N_{01} \varepsilon + N_{02} \delta)] \quad (3.1)$$

При исследовании устойчивости положений равновесия при помощи второго метода Ляпунова в качестве функции Ляпунова примем  $H$ . При  $k_{11} > 0$ ,  $k_{12} > 0$  достаточными условиями устойчивости положений равновесия служат условия положительности главных миноров определителей

$$H_p = \begin{vmatrix} I & N_1 & N_2 \\ N_1' & F_1 & F_{12} \\ N_2' & F_{12} & F_2 \end{vmatrix}, \quad H_q = \begin{vmatrix} K & N_{01} & N_{02} \\ N_{01}' & k_{21} + f_1 & f_{12} \\ N_{02}' & f_{12} & k_{22} + f_2 \end{vmatrix} \quad (3.2)$$

которые можно записать в виде

$$\begin{aligned} & A_S B_S C_S F_1 - n_{11}^2 B_S C_S - n_{12}^2 A_S C_S - n_{13}^2 A_S B_S > 0 \\ & A_S B_S C_S (F_1 F_2 - F_{12}^2) + 2F_{12} (n_{11} n_{21} B_S C_S + n_{12} n_{22} A_S C_S + n_{13} n_{23} A_S B_S) - \\ & - F_1 (n_{21}^2 B_S C_S + n_{22}^2 A_S C_S + n_{23}^2 A_S B_S) - F_2 (n_{11}^2 B_S C_S + n_{12}^2 A_S C_S + n_{13}^2 A_S B_S) + \\ & + A_S (n_{12} n_{23} - n_{13} n_{22})^2 + B_S (n_{11} n_{23} - n_{13} n_{21})^2 + C_S (n_{11} n_{22} - n_{12} n_{21})^2 > 0 \\ & B_S > A_S > C_S \\ & 12(B_S - C_S)(A_S - C_S)(B_S - A_S)(k_{21} + f_1) - 3(A_S - C_S)(B_S - A_S)n_{011}^2 - \\ & - 4(B_S - C_S)(B_S - A_S)n_{012}^2 - 12(B_S - C_S)(A_S - C_S)n_{013}^2 > 0, \quad H_q > 0 \\ & N_i = \|n_{i1}, n_{i2}, n_{i3}\|', \quad N_{0i} = \|n_{0i1}, n_{0i2}, n_{0i3}\|' \end{aligned} \quad (3.3)$$

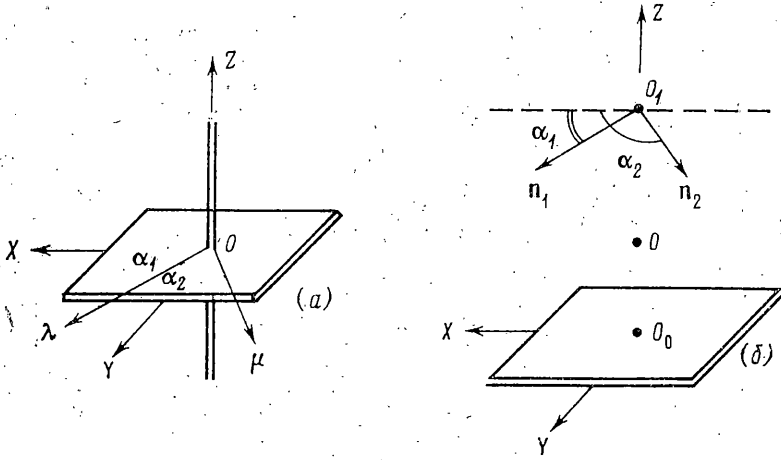
Согласно теореме Барбашина — Красовского [1], при выполнении неравенств (3.3) положение равновесия устойчиво асимптотически, если  $\Phi = 0$  не является частным интегралом системы (1.7). Последнее условие можно записать в виде

$$\text{rang} \begin{vmatrix} K - v_i^2 I & N_{01} - v_i^2 N_1 & N_{02} - v_i^2 N_2 & v_i G & v_i N_{11} & v_i N_{12} \\ -v_i G & -v_i N_{11} & -v_i N_{12} & K - v_i^2 I & N_{01} - v_i^2 N_1 & N_{02} - v_i^2 N_2 \end{vmatrix} = 6 \quad (3.4)$$

Здесь  $\pm \sqrt{-1}v_i$  — корни уравнения  $|K + vG + v^2 I| = 0$ . Заметим [2], что (3.3), (3.4) суть необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости нулевого решения уравнений (1.7). Размерность многообразий, на которых нарушено условие (3.4), по крайней мере на два мень-

ше размерности пространства параметров и поэтому эти многообразия разделять область, определяемую неравенствами (3.3), не могут<sup>1</sup>.

4. Рассмотрим оптимальные по быстродействию параметры системы спутник — стабилизатор.



Фиг. 1

Одной из важных динамических характеристик спутников с демпфирующими устройствами служит время протекания переходных процессов, которое можно оценить степенью устойчивости [3]. Определим такие параметры системы спутник — стабилизатор, при которых степень устойчивости  $\xi$  будет максимальной. Предполагается, что в этом случае и быстродействие системы будет наилучшим.

Трудности поиска экстремума обусловлены неаналитичностью функции  $\xi$ , а также большой размерностью пространства параметров. Поэтому на начальном этапе вычислений была применена программа *RANDOM*, осуществляющая многомерный случайный поиск<sup>2</sup>. В процессе счета были выявлены следующие особенности задачи. Во-первых, при приближении к экстремуму действительные части корней характеристического уравнения сближаются между собой. Во-вторых, поиск экстремума приводит к границам допустимой области пространства параметров.

Эти особенности позволили воспользоваться специальным алгоритмом<sup>3</sup> и получить максимальное значение степени устойчивости  $\xi_{\max} = 0.8529$ . Вследствие указанных выше свойств системы уравнений (см. п. 2) экстремум реализуется на многопараметрических семействах. Ниже рассмотрены схемы, модификациями которых можно получить такие семейства.

Для подвеса вращательного типа в оптимальной конфигурации (фиг. 1, а) спутник и стабилизатор динамически эквивалентны соответственно пластине и стержню. Центры масс спутника и стабилизатора совпадают. В положении равновесия главные центральные оси инерции спутника совпадают с осями орбитальной системы отсчета, а ось стержня — с радиус-вектором орбиты. Оси шарниров подвеса ортогональны местной вертикали. В первой колонке таблицы приведены параметры си-

<sup>1</sup> Сарычев В. А., Яковлев Н. И. Об уравнениях движения спутника около центра масс. М., Ин-т прикладной математики АН СССР, 1975, препринт № 55.

<sup>2</sup> Митрофанов В. Б. Об одном алгоритме многомерного случайного поиска. М., Ин-т прикладной математики АН СССР, 1974, препринт № 18.

<sup>3</sup> См. подстрочное примечание к стр. 7.



стемы спутник — стабилизатор  $\theta_A = I_{11}/I_{22}$ ,  $\theta_c = I_{33}/I_{22}$ ,  $P_c = P/I_{22}$ ,  $k_{ij}^0 = k_{ij}/I_{22}$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$ ,  $I_{ii}^0 = I_{ii}^0/I_{22}$ , обеспечивающие максимальную степень устойчивости и соответствующие корни характеристического полинома линеаризованных уравнений движения. Здесь  $P$  — главный центральный момент инер-

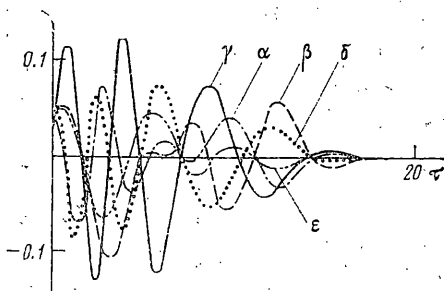
	1	2	3	4
$\theta_A$	0.8236	0.8686	0.8395	0.7865
$\theta_c$	0.3436	0.3841	0.3548	0.4362
$I_{11}^0$	0.0836	0.1283	0.0971	0.1114
$I_{22}^0$	0.2600	0.2577	0.2576	0.3249
$I_{33}^0$	0.3436	0.3841	0.3547	0.4362
$P_c$	0.7400	0.7423	0.7424	0.6751
$\alpha_1$	30° 54	8° 75	-92° 33	-90° 00
$\alpha_2$	-9° 23	-81° 25	-193° 40	-180° 00
$k_{11}^0$	0.4599	0.3055	0.1664	0.2839
$k_{21}^0$	0.8097	0.6870	2.9183	2.6049
$k_{12}^0$	0.1377	0.9253	1.1566	1.1582
$k_{22}^0$	0.8642	1.5659	4.6995	4.1149
	$\lambda_{1-10} = -0.8529$ $\pm 1.0540i$	$\lambda_{1-4} = -0.5676$ $\pm 1.5711i$ $\lambda_{5-10} = -0.5676$	$\lambda_{1,2} = -0.8243$ $\lambda_{3-6} = -0.8243$ $\pm 1.1538i$ $\lambda_{7-10} = -0.8243$ $\pm 1.1599i$	$\lambda_{1-4} = -0.4214$ $\lambda_{5,6} = -0.4214$ $\pm 1.7902i$ $\lambda_{7,8} = -0.6457$ $\pm 0.8544i$ $\lambda_{9,10} = -2.2147$ $\pm 0.818i$

ции стабилизатора,  $I_{ii}^0$  — главные центральные моменты инерции спутника.

На фиг. 2 приведен переходный процесс для оптимальной схемы системы спутник — стабилизатор, полученный интегрированием нелинейных уравнений движения<sup>1</sup>. Здесь  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  — самолетные углы, через которые выражены направляющие косинусы  $a_{ij}$ .

Особо рассмотрен случай, когда оси вращения подвеса взаимно ортогональны. Оптимальные по быстродействию параметры такой системы приведены во второй колонке таблицы. Из свойств уравнений движения для различных систем следует, что такая же степень устойчивости достигается и для подмножеств систем спутник — стабилизатор с подвесами поступательного и смешанного типов, когда выполнены условия ортогональности соответствующих осей. Оптимальные параметры таких систем легко получить из таблицы и (2.7), (2.8).

В случае подвеса поступательного типа в оптимальной конфигурации (фиг. 1, б) спутник динамически эквивалентен пластине, а стабилизатор представляет собой материальную точку. В положении равновесия центры масс спутника и стабилизатора расположены на местной вертикали, а плоскость пластины ортогональна радиус-вектору орбиты,  $P = M|h|^2$ , оси смещений ортогональны местной вертикали. В третьей колонке таб-



Фиг. 2

<sup>1</sup> Пеньков В. И. Программа автоматического получения и интегрирования уравнений Лагранжа второго рода. М., Ин-т прикладной математики АН СССР, 1974, пре-принт № 126.

лици приведены параметры системы спутник — стабилизатор, обеспечивающие максимальную степень устойчивости. В силу свойств уравнений движения такой же максимальной степенью устойчивости обладает подмножество систем спутник — стабилизатор с подвесом смешанного типа.

В четвертой колонке таблицы приведены оптимальные параметры системы, когда оси смещений в положении равновесия параллельны осям  $OX$  и  $OY$ . Пользуясь свойствами уравнений движения, нетрудно получить отсюда систему спутник — стабилизатор с подвесом вращательного типа и такой же степенью устойчивости, причем в положении равновесия оси вращения будут параллельны осям  $OX$  и  $OY$ .

Поступила 30 III 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М., Физматгиз, 1959.
2. Румянцев В. В. Об устойчивости стационарных движений свободных систем. Космические исследования, 1968, т. 6, № 12.
3. Цыпкин Я. З., Бромберг П. В. О степени устойчивости линейных систем. Изв. АН СССР. ОТН, 1945, № 12.