

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ

СЕМИНАРЫ

**Научно-исследовательский семинар кафедры теории упругости
под руководством А. А. Ильюшина**

22 II 1978. Н. А. Веклич, Б. М. Малышев (Москва) *Динамическое взаимодействие упругих пластин с идеальной несжимаемой жидкостью.*

Проведено теоретическое исследование динамического взаимодействия упругих пластин с идеальной несжимаемой жидкостью. Получено точное решение задачи об ударе по подвижной жесткой стенке ограниченного прямоугольного сосуда и задачи об ударе по жесткому прямоугольному сосуду, наполненному жидкостью.

Для плоской задачи о взаимодействии упругой плотины с жидкостью в полубесконечном канале предложен более совершенный вариант интегро-дифференциального уравнения колебаний плотины (пластины). Предложенное уравнение с ядром конечного вида позволяет получить более точное решение и не требует привлечения гипотезы о совпадении форм колебаний пластины с жидкостью и без жидкости и т. п. При воздействии «землетрясения» на плотину получено решение задачи в виде разложения прогибов плотины в ряд по собственным ортогональным функциям (нормальным модам). Решен также ряд плоских задач об ударе по упругой пластинке, находящейся на поверхности жидкости, при различных начальных и граничных условиях. Решена осесимметричная задача об ударе по упругому диску, находящемуся на поверхности жидкости.

Разработана методика и составлены программы для решения на ЭВМ различных нестационарных задач о динамическом воздействии упругих пластин с идеальной несжимаемой жидкостью. Определены постановки опытов для экспериментальной проверки предсказанной теории.

Полученные результаты могут быть использованы при расчете гидросооружений и ряда конструкций, в которых пластины динамически взаимодействуют с жидкостью.

1 III 1978. В. И. Одинокоев (Свердловск) *Разработка некоторых приближенных методов решения прикладных задач теории пластичности.*

Разрабатываются некоторые приближенные методы решения прикладных задач теории пластичности. Рассматривается получение приближенных аналитических решений, в результате которых определяются поля напряжений, скоростей перемещений и границы области течения.

Разрабатываются численные методы расчета напряженно-деформированного состояния, в основу которых положен принцип разбиения исследуемой области течения на конечные элементы. Рассматриваются условия устойчивости и сходимости конечно-разностных схем. На основе предлагаемого численного метода разрабатываются численные схемы: пригодные для решения некоторых классов задач пластичности.

С помощью разработанных численных схем исследуется ряд технологических процессов.

15 III 1978. Н. Н. Столяров (Куйбышев) *Нелинейные задачи изгиба, устойчивости и оптимизации оболочек и численные методы их решения.*

На основе нелинейной теории оболочек и теории малых упругопластических деформаций в случае циклических нагружений построена система нелинейных дифференциальных уравнений изгиба упругопластических оболочек. Связь между интенсивностью напряжений и деформаций при циклическом нагружении устанавливается с помощью обобщенного принципа Мазинга. Учитывается сжимаемость материала, разгрузка, вторичные пластические деформации, переменность кривизны, толщины, модуля упругости, а также геометрическая нелинейность.

Построены численные реализации современных вычислительных методов для решения нелинейных задач. Проведено экспериментальное сравнение методов, осуществлен поиск оптимального метода.

Исследовано влияние пластических деформаций, разгрузки и переменного нагружения для циклически идеального и разупрочняемого материалов на прогиб, напряжения и критические нагрузки.

Предложен алгоритм решения задач оптимизации пластин и оболочек, основанный на методах теории планирования экстремальных экспериментов. Рассмотрены задачи проектирования оболочек на минимум объема, близких к равнопрочным на максимальную жесткость. При этом учитывается физическая и геометрическая нелинейность.

22 III 1978. С. С. Квашнина (Москва) *О построении уточненных уравнений колебаний упругих стержней.*

Одномерные уравнения колебаний упругих прямолинейных стержней строятся вариационно-асимптотическим методом. Метод позволяет найти зависимость переменных от поперечных координат и получить систему одномерных уравнений для функций, определяющих зависимость от продольной координаты и времени. Указан регулярный способ вычисления коэффициентов одномерных уравнений, связанный с решением некоторой краевой задачи для уравнения Лапласа в области поперечного сечения. Для ряда сечений коэффициенты одномерных уравнений вычислены в явном виде.

Проведено сравнение разрешающих уравнений по разным уточненным теориям. Показано, что для стержня кругового поперечного сечения дисперсионное уравнение совпадает с уравнением, вытекающим из точного решения трехмерной задачи Похгаммера — Крн. Такого совпадения в других уточненных теориях ранее достигнуто не было. Проведена экстраполяция на короткие волны и построена система уравнений, которая позволяет описать качественно коротковолновые процессы, а в случае длинноволновых — переходит в асимптотически точную систему второго приближения.

Для оценки точности полученных уравнений проведено численное сравнение решений этих уравнений с решениями по другим приближенным теориям и с точными трехмерными решениями ряда задач. Показано, что решения уравнений, построенных вариационно-асимптотическим методом, в целом лучше приближают точные решения, чем решения других уточненных уравнений, полученных при помощи априорных гипотез. Для высокочастотных длинноволновых колебаний выведены одномерные уравнения первого приближения.

5 IV 1978. В. И. Ракитин (Москва) *Некоторые статические задачи механики разрушения пьезоэлектрических сред.*

Дано обобщение основных положений механики хрупкого разрушения на пьезоэлектрические среды. Приведены решения следующих конкретных задач развития трещин в таких средах: трещина Гриффитса в пьезоэлектрической среде, туннельная трещина на границе пьезокерамики и проводника, периодическая система трещин на границе пьезокерамики и твердого проводника, дисковидная трещина на границе пьезокерамики и проводника. Применение интегральных преобразований Фурье или Ханкеля сводит систему уравнений равновесия и электростатики к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Удовлетворяя условиям на границе среды (или сред), получены системы парных интегральных уравнений относительно констант общего решения однородных дифференциальных уравнений, зависящих от параметра интегрального преобразования. С помощью ряда дальнейших преобразований задачи сведены к проблеме Римана для аналитических или автоморфных функций на комплексной плоскости с разрезом вдоль отрезка действительной оси. Решение почти всех задач получено в замкнутом виде. Применение условий разрушения дает значение критической нагрузки, приложенной к берегам трещины и вызывающей ее развитие.

19 IV 1978. М. Р. Короткина (Москва) *Термодинамическая теория тепловых флуктуаций в кристалле.*

Теория тепловых флуктуаций начала свое развитие с работ Гиббса. Статистические ансамбли Гиббса дают возможность вычислить флуктуации любой динамической переменной в состоянии статистического равновесия. Теория флуктуаций тесно связана с необратимыми процессами. Дальнейшее развитие теории флуктуаций связано с методами неравновесного статистического оператора (НСО) и методом возмущений Кубо. При этом существенно отличаются теории гидродинамической и кинетической теории флуктуаций.

Показано, что изменение термодинамического поведения системы в области высоких частот тесно связано с гидродинамической теорией флуктуаций. При переходе в кинетические режимы появляются новые параметры системы, которые отсутствуют при низкочастотных возмущениях.

С помощью метода моментов, предложенного Е. А. Ильюшиной, построена замкнутая система уравнений для внутренних переменных в заданном интервале частот. При этом использована связанная нелокальная термоупругая система уравнений. Для получения этой системы был использован метод возмущения Кубо.

19 IV 1978. В. Е. Победря (Москва) *О задаче механики деформируемого твердого тела в напряжениях.*

Дается новая постановка квазистатической задачи механики деформируемого твердого тела в напряжениях, которая заключается в решении шести уравнений относительно компонент тензора напряжений при удовлетворении шести граничным условиям. Доказывается эквивалентность постановки этой задачи и классической постановки задачи механики деформируемого твердого тела в напряжениях.

При некоторых ограничениях на определяющие соотношения доказываются теоремы существования обобщенного решения задачи, сходимость методов последовательных приближений при условии, что соответствующая линейная задача имеет единственное решение. Формулируется новый вариационный принцип для краевой задачи, граничные условия в которой являются ни главными, ни естественными, ни их комбинацией. На основе этого вариационного принципа строятся устойчивые разностные схемы для задачи, сформулированной в напряжениях, и задачи, сформулированной в деформациях. Совместное решение этих задач позволяет получать так называемые «двусторонние оценки».

Для случая упругой среды введенные уравнения принимают вид

$$E_{ijh, n} + Y_{ij} = 0, \quad E_{ijh} = \sigma_{ij, h} + 1/2 \omega (p_{, h} \delta_{ij} + p_{, i} \delta_{hj}) - e p_{, h} \delta_{ij} + b \delta_{ij} q_{, h} + a (q_{, h} \delta_{ij} + q_{, i} \delta_{hj}) \\ p_{, h} = \sigma_{ij, h} \delta_{ij}, \quad q_{, i} = \sigma_{ij, h} \delta_{jh}, \quad b = av / (1 - \nu), \quad \omega = 1 / (1 - \nu)$$

где ν — коэффициент Пуассона, Y_{ij} — величины, образованные комбинацией производных по координатам от массовых сил, a, e — некоторые параметры. (Заметим, что уравнения совместности Бельтрами — Мичела получаются, если положить $a = e = 0$.)

Выписываются условия эллиптичности краевой задачи для уравнений (1). Для того чтобы эллиптический оператор (1) был симметричным, должно быть $b = \omega$.

Для того чтобы функционал, соответствующий построенной краевой задаче, принимал в положении равновесия минимальное значение, накладываются ограничения на параметр e .

10 V 1978. Я. А. Метсавээр (Таллин) *Определение параметров оболочки по эхо-сигналу.*

Пусть в безграничной жидкой среде находится упругая оболочка. Из источника, находящегося далеко от оболочки, в среду излучается зондирующий импульс давления, который, падая на оболочку, рассеивается на ней. Построены алгоритмы для определения параметров (формы, толщины, постоянных материала) оболочки по регистрируемому в фиксированной точке рассеянному оболочкой волновому полю (эхо-сигналу). Для этого сперва решаются прямые задачи дифракции, т. е. строятся алгоритмы для вычисления эхо-сигнала от оболочек с известными параметрами. Рассмотрены сферические и цилиндрические оболочки как пустые, так и заполненные жидкостью, а также цилиндрические оболочки с произвольными гладкими по-

перечными сечениями. Затем выбираются характерные параметры эхо-сигнала и строятся зависимости этих параметров от параметров оболочки. Наконец, по полученным зависимостям построены обратные зависимости, т. е. зависимости параметров оболочки от параметров эхо-сигнала. Описаны способы обработки эхо-сигнала для измерения его параметров.

17 V 1978. Д. Т. Агаларов (Баку) *Теоретико-экспериментальное исследование поведения гибких связей при ударе.*

Теоретическим и экспериментальными методами изучено распространение волн в упругих и неупругих нитях и мембранах с последующими приложениями.

Изучено поведение вязкоупругих нитей при ударе. В частности, исследовано распространение продольных волн для квазилинейной дифференциальной модели, влияние временных явлений на движение при поперечном ударе и др. При этом установлены факты, послужившие основой для разработки методики определения экспериментальных функций модели. Проведены испытания поливинилхлоридных полос и определены их свойства. С целью проверки правильности предпосылок, а также пределов применимости теории проведены дополнительные измерения. Вышеуказанная модель рекомендуется для случаев кратковременных процессов.

Рассмотрен удар конусом по нелинейно-упругой нити. Выведены уравнения движения на поверхности конуса с учетом сил трения. В различных случаях получены автомодельные решения аналитическими или численными методами.

Решены автомодельные задачи удара по упругим и неупругим мембранам. Рассмотрен нормальный удар конусом по нелинейно-упругой мембране. Изучается влияние характера нелинейности на форму волн области свободного поперечного движения. Решена аналогичная задача при наличии свободного поперечного движения для упругопластической мембраны при условии пластичности Сен-Венана - Треска. Показана возможность распространения пластических волн без упрочнения и вязкости.

Сформулирована краевая задача с позиции теории аналитических функций, отвечающая автомодельным задачам упругих мембран, и приведены примеры ее решений.

14 VI 1978. М. Р. Короткина (Москва) *Термодинамика сред с внутренними степенями свободы.*

Термодинамика сред с внутренними степенями свободы тесно связана с термодинамической теорией флуктуаций. Методом возмущения Кубо построена нелокальная связанная термоупругая система в линейном приближении. Исследована зависимость частоты ω возмущения от комплексного волнового вектора K . Установлено, что эта кривая есть поверхность в пространстве $(\omega, \text{Re } K, \text{Im } K)$. Для периодических структур относительно $\text{Re } K$ эта поверхность является периодической, относительно $\text{Im } K$ эта поверхность носит затухающий характер. В сложных структурах движение внутренних степеней свободы сильно связано с движением внешних (макроскопических) степеней свободы. К внутренним переменным относится понятие микротемпературы.

Если рассматривать движение сложной структуры, когда макроскопические поля сильно изменяются при переходе от ячейки к ячейке, а внутренние поля внутри ячейки изменяются слабо, то для описания такого движения достаточно ввести тензор микродвижения и вектор температуры. Эффект, от внутренних форм движения зависит от параметров: неоднородности плотности и неоднородности теплоемкостей.