УДК 539.3:534.1

К ИССЛЕДОВАНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН С ВЫРЕЗАМИ

Л. М. КУРШИН, К. А. МАТВЕЕВ

(Новосибирск)

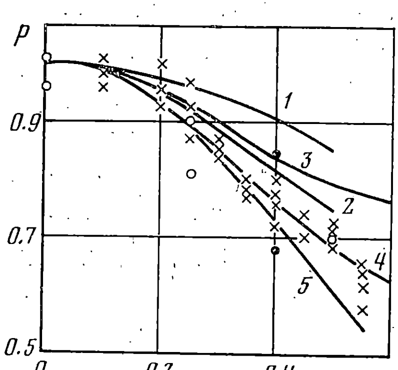
Проводится сравнительный анализ результатов теоретического и экспериментального исследования задачи устойчивости квадратной пластины с центральным круговым отверстием. Отмечается, что удовлетворительные с точки зрения практики результаты при расчете неодносвязных пластин могут быть получены без предварительного решения плоской задачи теории упругости.

Важная в практическом отношении задача расчета на устойчивость тонкостенных конструктивных элементов (пластины, оболочки), ослабленных отверстиями, связана с известными трудностями. Чаще других предметом теоретических и экспериментальных исследований здесь была задача устойчивости квадратной свободно опертой по внешнему контуру пластины с центральным круговым вырезом, свободным от подкрепления, при сжатии равномерно распределенной нагрузкой в одном направлении.

Имеется возможность провести сравнение некоторых результатов исследований задачи. Эти результаты представлены на фигуре в виде зависимости $p=p(r)$, где p – отношение критического значения нагрузки для пластины с отверстием к критическому значению нагрузки для сплошной пластины, r – отношение диаметра отверстия к стороне пластины.

Первые исследования рассматриваемой задачи, по-видимому, были даны в [1, 2] (кривые *1* и *2* соответственно). В обеих работах решение проводилось на основе функционала Брайена, причем вместо действительного напряженного состояния, в связи с трудностью его определения, использовались выражения для напряжений в бесконечной пластине, ослабленной отверстием. Отличительной особенностью [2] является то, что функция прогибов с незначительной абсолютной погрешностью удовлетворяет всем граничным условиям как на внешнем, так и на внутреннем контурах.

Кривыми *3*, *4* представлены результаты расчета, выполненного в [3, 4] соответственно, где для разыскания докритического напряженного состояния применялся метод конечного элемента. Критическое значение нагрузки определялось методом Ритца.



На фигуре показаны также результаты экспериментальных исследований устойчивости квадратных пластин с отверстием, заимствованные из [2, 5, 6]. Крестиками обозначены результаты из [2], светлыми точками – из [5], темными точками – из [6].

В работах [7, 8], где развивается метод, предложенный в [9], для задач устойчивости пластин был получен функционал, из условия стационарности которого следуют все дифференциальные уравнения и граничные условия. Предварительно требуется выполнение лишь кинематических граничных условий для функции прогибов и граничных условий для функции $\Phi(x, y)$, описывающей вариацию плоского напряженного состояния при потере устойчивости

$$\partial\Phi_x/\partial s=0, \quad \partial\Phi_y/\partial s=0 \qquad (1)$$

На основе полученного функционала предложена последовательность решения задач устойчивости пластин, исключающая необходимость предварительного решения плоской задачи теории упругости. Результаты решения некоторых задач устойчивости прямоугольных пластин по этой схеме имеются в [8].

На фигуре кривой *5* показаны результаты расчета рассматриваемой задачи, полученные на основе метода [7, 8] в первом приближении. Сравнение приведенных на фигуре данных теоретических и экспериментальных исследований с кривой *5* свидетельствует о том, что удовлетворительные результаты при расчете на устойчивость при сжатии квадратной шарнирно опертой пластины с отверстием диаметра половины стороны пластины получаются без предварительного решения плоской задачи теории упругости по схеме [7, 8] уже в первом приближении. В этом решении условия (1) не соблюдались. Этот вывод не носит общего характера, так как при решении задач устойчивости с заданием вида функции прогибов и функции возмущения напряжений (в невысоких приближениях) может иметь место компенсация ошибок.

Вообще говоря, решение задач на основе рассматриваемого метода требует привлечения более высоких приближений. При этом соотношения (1) должны выполняться заранее.

Поступила 17 V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Levy S., Woolley R. M., Kroll W. D.* Instability of a simply-supported square plate with a reinforced circular hole in edge compression. J. Res. Nat. Bureau Standards, 1947, vol. 39, No. 6.
2. *Kumai T.* Elastic stability of the square plate with a central circular hole under edge thrust. Proc. 1st Japan Nat. Congr. Appl. Mech., 1951, p. 81–86.
3. *Kawai T., Ohtsubo H.* A method of solution for the complicated buckling problems of elastic plates with combined use of Rayleigh — Ritz's procedure in the finite element method. Proc. 2nd Air Force Conf. on Matrix Methods in Structural Mech., Wright — Patterson Air Forse Base, 1968.
4. *Ritchie D., Rhodes J.* Buckling and post-buckling behaviour of plates with holes. Aeronaut. Quart., 1975, vol. 26, No. 4, p. 281–296.
5. *Yoshiki M., Fujita Y., Kawamura A., Arai H.* Instability of plates with holes. Proc. Soc. Naval Arch. Japan, 1967, No. 122.
6. *Налоев В. Г.* Экспериментальное исследование устойчивости пластин с вырезами. Тр. Горьковск. политехн. ин-та, 1970, т. 26, вып. 2.
7. *Куршин Л. М., Матвеев К. А.* Применение энергетического метода к задачам устойчивости пластин с отверстием. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 6.
8. *Куршин Л. М., Матвеев К. А.* К решению задач устойчивости пластин с отверстием. В сб.: Динамика и прочность конструкций, вып. 2. Новосиб. электротехн. ин-т, 1975.
9. *Алфутов Н. А., Балабух Л. И.* О возможности решения задач устойчивости пластин без предварительного определения начального напряженного состояния. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.

УДК 539.376

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Г. Е. ФАКТОРОВИЧ

(Москва)

Принцип максимума Л. С. Понтрягина применяется для построения оптимальной формы круглой осесимметричной пластины при условии ползучести типа Мизеса. В отличие от [1, 2], где исследуется статически определимая пластина из нелинейного материала, в предлагаемой заметке рассмотрен вариант статически неопределимой конструкции. В результате такой постановки в систему уравнений, описывающих состояние пластины, наряду с дифференциальными входят конечные выражения.

1. В условиях установившейся ползучести, в случае использования теории типа Мизеса и при степенной зависимости в равенстве: интенсивность скоростей деформации ξ – интенсивность напряжений σ, уравнения изгиба осесимметричной круглой пластины могут быть записаны в следующей (безразмерной) форме

$$y_1^{\bullet}=-y_2-{}^1/_2u^{2+1/m}\eta_0^{1/m-1}(\eta_\rho-y_3/\rho)/\rho,\quad y_2^{\bullet}=y_2/\rho-q-u,\quad y_3^{\bullet}=\eta_\rho,\quad y_4^{\bullet}=y_3 \tag{1.1}$$

$$f=y_1-u^{2+1/m}\eta_0^{1/m-1}(\eta_\rho+{}^1/_2y_3/\rho)=0,\quad \eta_0^2=\frac{4}{3}\left[\eta_\rho^2+\left(\frac{y_3}{\rho}\right)^2+\frac{\eta_\rho y_3}{\rho}\right]$$

где y_1 – радиальный изгибающий момент, y_2 – перерезывающая сила, y_3 – скорость изменения угла поворота, y_4 – скорость прогиба, η_ρ – скорость изменения кривизны в диаметральном сечении, ρ – текущий радиус, q – поперечная нагрузка, u – толщина пластины, m – параметр ползучести [3] из соотношения $\xi/\xi_0=(\sigma/\sigma_0)^m$ (точка означает дифференцирование по ρ).

Будем отыскивать оптимальную форму пластины, приняв в качестве целевой функции скорость прогиба y_4 в центре. Управляющим параметром является толщина $u_{(\rho)}$. Причем $a_1\leqslant u\leqslant a_2$, где a_1, a_2 – заданные константы.