УДК 533.66

ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИИ НАГНЕТАТЕЛЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ АППАРАТА НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ

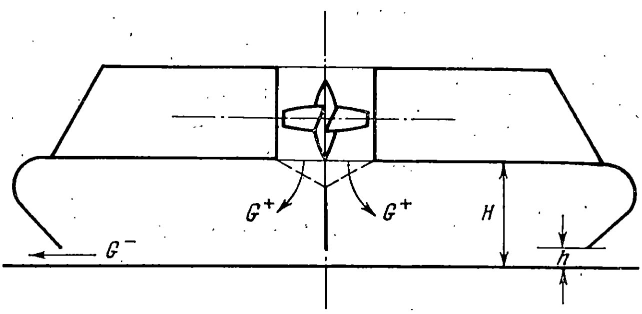
Л. А. МАСЛОВ, Я. Г. ПАНОВКО

(Ленинград)

Рассматриваются малые вертикальные поступательные колебания аппарата на воздушной подушке; в отличие от работы [1] учитывается влияние инерции нагнетательной системы.

1. Рассматриваемая камерная схема аппарата на воздушной подушке представлена на фиг. 1.

Введем обозначения: H – средняя высота подкупольного пространства, F — его проекция на горизонтальную плоскость, $V=HF$ — подкупольный объем, ρ, p, p^+ — плотность, а также абсолютное и избыточное давление воздуха, находящегося в подушке, G^+ — массовый расход воздуха, подаваемого нагнетателем в подушку, G^- — массовый расход воздуха, выходящего из подушки в атмосферу, h — высота



Фиг. 1

щелевого зазора, через который происходит истечение воздуха из подушки в атмосферу, n – показатель политропы состояния воздуха в подушке, N^+ — мощность двигателя, N^- — мощность, потребляемая нагнетателем, ω – угловая скорость вращения ротора нагнетательного агрегата; равновесные значения названных величин будут обозначаться теми же буквами, но с дополнительным индексом нуль. Вертикальное отклонение аппарата вниз от равновесного уровня обозначим через $y=h_0-h$, а отклонение давления в подушке от равновесного значения – через $\Delta p=p^+-p_0{}^+$. При этом $V=V_0(1-y/h)$, $h=h_0(1-y/h_0)$.

Для плотности воздуха примем $\rho\approx\rho_0(1+\Delta p/np_0)$.

Масса воздуха, находящегося в подкупольном пространстве, удовлетворяет условию $d(\rho V)/dt=G^+-G^-$, т. е.

$$\rho^{\cdot}V+\rho V^{\cdot}=G^+-G^- \tag{1.1}$$

Приведенные соотношения соответствуют работе [1] так же, как используемое ниже выражение для расхода воздуха из подушки в атмосферу

$$G^-=G_0\left(1-\frac{y}{h_0}+\frac{\Delta p}{2p_0{}^+}\right) \tag{1.2}$$

которое получено в предположении об изэнтропийности истечения.

Однако G^+ — расход воздуха, подаваемого нагнетателем в подушку, будем определять более строго, чем это было сделано в [1].

2. Существуют два приближенных подхода к составлению уравнения, связывающего расход воздуха G^+ с избыточным давлением p^+; они основаны на упрощенных представлениях, которые, в сущности, противоположны одно другому.

Первый подход, принятый в работе [1], основан на предположении, что ротор нагнетательного агрегата полностью лишен инерции; тогда, при неизменной мощности двигателя и КПД нагнетателя, расход воздуха, подаваемого нагнетателем в подушку, определяется выражением

$$G^+=G_0(1-\Delta p/p_0{}^+) \tag{2.1}$$

Согласно второму подходу [2], принимается, что угловая скорость вращения ротора остается постоянной независимо от изменений давления в подушке; это соответствует предположению о бесконечно большом моменте инерции массы ротора либо о наличии идеальной системы управления агрегатом.

В этом случае, если $G^+=G^+(p^+)$ — уравнение напорно-расходной характеристики нагнетателя, соответствующей заданной постоянной угловой скорости ω, вместо (2.1) получится

$$G^+=G_0\left(1+\alpha\frac{\Delta p}{p_0^+}\right),\qquad \alpha=\frac{\partial G^+}{\partial p^+}\frac{p_0^+}{G_0} \tag{2.2}$$

причем значение производной $\partial G^+/\partial p^+$ принимается в точке характеристики, которая соответствует равновесному режиму [1].

Хотя указанные подходы в некоторых случаях могут оказаться практически приемлемыми, однако оба они представляются слишком схематичными, а получаемые с их помощью оценки устойчивости аппарата, вообще говоря, сомнительными. Ниже излагается решение вопроса об устойчивости, учитывающее, что момент инерции ротора – отличная от нуля конечная величина; при этом принимается во внимание, что при колебаниях давления в подушке переменной оказывается и угловая скорость вращения ротора нагнетателя $\omega=\omega_0+\Delta\omega$.

Тогда в отличие от (2.2) расход воздуха G^+ определяется выражением

$$G^+=G_0\left(1+\alpha\frac{\Delta p}{p_0^+}+\beta\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \tag{2.3}$$

в котором $\beta=(\partial G^+/\partial\omega)(\omega_0/G_0)$ и производная $\partial G^+/\partial\omega$ также соответствует точке равновесного режима.

Появление новой переменной $\Delta\omega$ требует, чтобы в рассмотрение было включено уравнение движения ротора

$$I\omega\frac{d(\Delta\omega)}{dt}=N^+-N^- \tag{2.4}$$

Здесь I – момент инерции массы ротора. Если принять, что при колебаниях аппарата на воздушной подушке мощность двигателя и КПД нагнетателя остаются неизменными, то из (2.4) можно получить

$$\frac{I\omega_0}{N_0}\frac{d(\Delta\omega)}{dt}=-\frac{\Delta G^+}{G_0}-\frac{\Delta p}{p_0^+} \tag{2.5}$$

В п. 5 будет рассмотрен также случай $N^+=N^+(\omega)$ при постоянном расходе топлива.

3. Исключив из уравнений (1.1), (1.2), (2.3) и (2.5) переменные G^+, G^- и $\Delta\omega$, приходим к соотношению между отклонением давления Δp и отклонением аппарата y. Вводя в это соотношение вместо Δp приращение силы поддержания $P=\Delta pF$, запишем названное соотношение в виде

$$a_2P^{\cdot\cdot}+a_1P^{\cdot}+P=b_2y^{\cdot\cdot}+b_1y^{\cdot}+cy \tag{3.1}$$

$$a_2=\frac{2}{3}\frac{\theta\theta^*p_0^+}{np_0},\qquad a_1=\frac{2}{3}\left[\frac{\theta p_0^+}{np_0}+\theta^*\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\right]$$

$$b_2=\frac{2}{3}\frac{\theta\theta^*p_0^+F}{H},\qquad b_1=\frac{2}{3}\left(\frac{\theta}{H}+\frac{\theta^*}{h_0}\right)p_0^+F,\qquad c=\frac{2}{3}\frac{p_0^+F}{h_0}$$

причем

$$\theta=\rho_0V_0/G_0,\qquad \theta^*=I\omega_0^2/\beta N_0$$

представляют собой постоянные времени воздушной подушки и нагнетательного агрегата.

Если воспользоваться терминологией, принятой в [1, 2], то соотношение (3.1) можно назвать реологическим (определяющим) уравнением аппарата на воздушной подушке; при $I=0$ оно переходит в более простое уравнение (1.7) работы [1].

Как видно, учет инерционных свойств нагнетательного агрегата приводит к повышению порядка реологического уравнения (в [1] аналогичное уравнение имело первый порядок) и, вообще говоря, к возникновению дополнительных возможностей неустойчивости. Имея в виду результаты, полученные в работе [2], можно утверждать, что одновременный учет инерционности нагнетателя и наличия ресивера приведет к реологическому уравнению третьего порядка.

4. Для свободных колебаний аппарата массы m следует принять (с учетом того, что положительное направление y – вниз, а положительное направление P – вверх)

$$my^{\cdot\cdot}=-P \tag{4.1}$$

[1] Отметим, что если $\alpha=-1$, то выражения (2.1) и (2.2) совпадают.

Подставляя (4.1) в (3.1), получим дифференциальное уравнение четвертого порядка относительно отклонения y:

$$\varkappa_3 y^{\mathrm{IV}} + \varkappa_1\varkappa_2 y''' + y'' + \varkappa_1 y' + y = 0 \qquad (4.2)$$

в котором

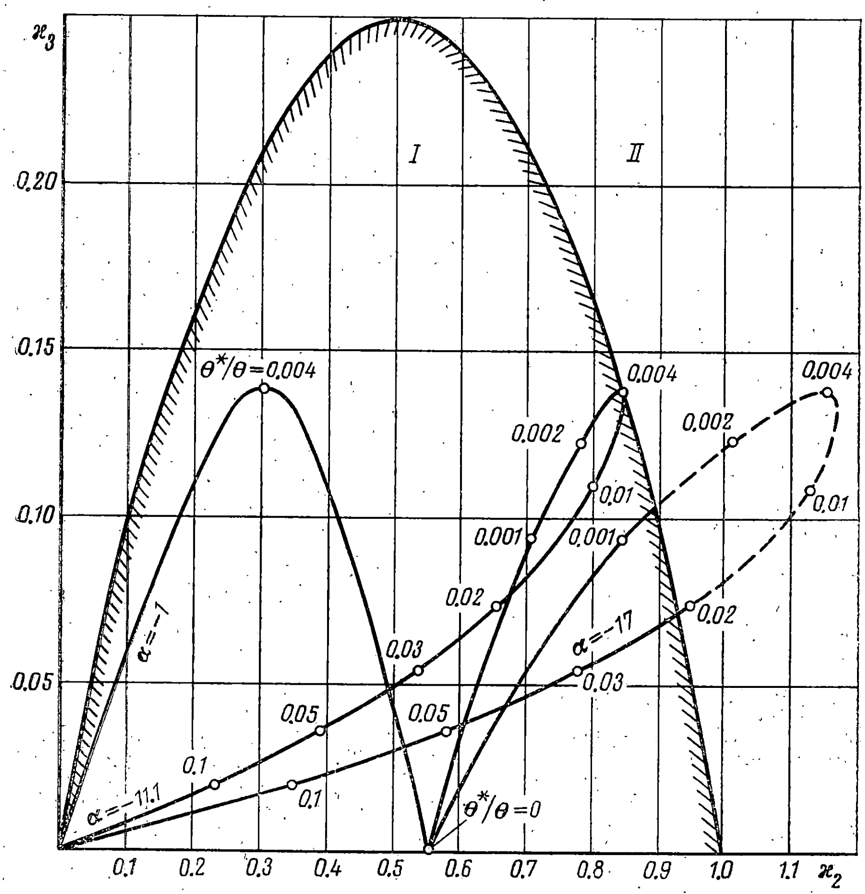
$$\varkappa_1 = b_1[c(b_2+m)]^{-1/2}, \quad \varkappa_2 = a_1 cm[b_1(b_2+m)]^{-1}, \quad \varkappa_3 = a_2 cm(b_2+m)^{-2}$$

и штрихами обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = [c/(b_2+m)]^{1/2} t$.

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (4.2), имеет вид

$$\varkappa_3 s^4 + \varkappa_1\varkappa_2 s^3 + s^2 + \varkappa_1 s + 1 = 0$$

Так как все коэффициенты этого уравнения положительны, то для устойчивости аппарата необходимо и достаточно выполнения единственного условия Рауса — Гурвица: $\varkappa_3 < \varkappa_2(1-\varkappa_2)$.



Фиг. 2

Области устойчивости (I) и неустойчивости (II) показаны на фиг. 2. Здесь же показаны кривые для условного аппарата со следующими данными: $m = 160 \cdot 10^3$ *кг*, $h_0 = 0.05$ *м*, $H = 2.5$ *м*, $p_0^+ = 2375$ *Па*, $G_0 = 196$ *кг/сек*, $\theta = 10.35$ *сек*, $n = 1.4$. Кривые соответствуют трем избранным значениям параметра $\alpha = -1$, $\alpha = -11.1$, $\alpha = -17$, а числа, указанные около точек, отмеченных на этих кривых, указывают значения отношения θ^*/θ. Так как величина $\varkappa_3$ не зависит от параметра α, все точки с равными значениями θ^*/θ располагаются на горизонтальных прямых.

Здесь видно, что хотя при некоторых значениях параметра α аппарат оказывается устойчивым при любых значениях параметра θ^*/θ (см., например, кривую для $\alpha = -1$, которая полностью лежит в области устойчивости), однако при достаточно больших абсолютных значениях α может оказаться, что в некотором интервале значений θ^*/θ аппарат неустойчив (см., например, участок кривой для $\alpha=-17$, показанный штриховой линией).

Дальнейший анализ показывает, что вершины всех петлеобразных кривых в плоскости ($\varkappa_2$, $\varkappa_3$) имеют одинаковые ординаты

$$(\varkappa_3)_{\max}=\frac{H}{6h_0}\frac{p_0^+}{np_0}$$

Абсциссы этих вершин возрастают с увеличением абсолютного значения α. Всем вершинам соответствует равенство

$$\theta\theta^*=3H/2g \tag{4.3}$$

Соответственно близость изображающей точки ($\varkappa_2$, $\varkappa_3$) к границе области устойчивости, т. е. степень устойчивости аппарата, уменьшается с увеличением абсолютного значения параметра крутизны характеристики нагнетателя α и с приближением произведения $\theta\theta^*$ к критическому значению (4.3); напротив, с удалением величины $\theta\theta^*$ от значения (4.3) в сторону уменьшения или увеличения степень устойчивости аппарата на воздушной подушке возрастает.

5. Если в (2.4) принять, что $N^+=N^+(\omega)$ при неизменном расходе топлива, то вместо (2.5) получим

$$\frac{I\omega_0}{N_0}\frac{d(\Delta\omega)}{dt}=\gamma\frac{\Delta\omega}{\omega_0}-\frac{\Delta G^+}{G_0}-\frac{\Delta p}{p_0^+},\qquad \gamma=\frac{\partial M^+}{\partial\omega}\frac{\omega_0}{M_0^+} \tag{5.1}$$

где γ – параметр крутизны характеристики двигателя при постоянном расходе топлива, $M^+=M^+(\omega)$ — вращающий момент на валу двигателя, $\partial M^+/\partial\omega$ – производная в точке, соответствующей равновесному режиму.

Исключив из уравнений (1.1), (1.2), (2.3) и (5.1) переменные величины G^+, G^-, $\Delta\omega$ и выполнив все операции, указанные в п. 3, получим реологическое уравнение и дифференциальное уравнение свободных колебаний аппарата в прежнем виде (3.1) и (4.2). Однако коэффициенты реологического уравнения в рассматриваемом случае определяются выражениями

$$a_1=\frac{1}{A_2}\left[\frac{A_1\theta p_0^+}{np_0}+\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\theta^*\right],\qquad a_2=\frac{\theta\theta^*p_0^+}{A_2np_0}$$

$$b_1=\frac{1}{A_2}\left(\frac{A_1\theta}{H}+\frac{\theta^*}{h_0}\right)p_0^+F,\qquad b_2=\frac{\theta\theta^*p_0^+F}{A_2H},\qquad c=\frac{A_1}{A_2}\frac{p_0^+F}{h_0}$$

$$A_1=1-\frac{\gamma}{\beta},\qquad A_2=\frac{3}{2}-\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\frac{\gamma}{\beta}$$

При малых абсолютных значениях параметра α переменность N^+ при постоянном расходе топлива мало меняет оценку устойчивости аппарата. Так, например, для аппарата, параметры которого были указаны выше, приняв $\alpha=-1$, $\beta=10$, $\gamma=0.25$, $\theta^*/\theta=0.004$, для случая $N^+=N^+(\omega)$ получаем $\varkappa_2=0.310$ и $\varkappa_3=0.138$, а для случая $N^+=\text{const}$ можно найти $\varkappa_2=0.316$ и $\varkappa_3=0.138$.

При больших абсолютных значениях параметра α влияние переменности N^+ на запас устойчивости аппарата более заметно. Для рассмотренного примера, но при $\alpha=-11.1$ получаем $\varkappa_2=0.568$ и $\varkappa_3=0.150$, если $N^+=N^+(\omega)$, и существенно иные значения: $\varkappa_2=0.829$ и $\varkappa_3=0.138$, если $N^+=\text{const}$.

Авторы благодарны Г. Ю. Степанову за полезное обсуждение работы.

Поступила 25 IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Маслов Л. А., Пановко Я. Г.* Колебания аппарата на воздушной подушке как твердого тела на обобщенном упруговязком основании. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 4.
2. *Маслов Л. А., Пановко Я. Г.* Устойчивость аппарата на воздушной подушке при наличии ресивера. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 5.