

УПРАВЛЕНИЕ УГЛОВЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ
ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ СТАНЦИИ
ПРИ ПОМОЩИ ДВУХСТЕПЕННЫХ СИЛОВЫХ ГИРОСКОПОВ

В. Н. ВАСИЛЬЕВ, Д. М. ВЕЙНБЕРГ, Н. Н. ШЕРЕМЕТЬЕВСКИЙ

(Москва)

Система четырех двухстепенных силовых гироскопов-гиродинов изучается как исполнительный орган системы управления ориентацией долговременной орбитальной станции. Предлагается алгоритм управления гиродинами, исследуется динамика поворота станции вокруг продольной оси.

В системах управления ориентацией долговременных орбитальных станций наряду с традиционными реактивными двигателями все большее применение находят двигатели-маховики и силовые гироскопы [1-3]. Перспективными исполнительными органами гироскопических систем управления являются двухстепенные силовые гироскопы-гиродины. При создании гиросистем возникают две задачи: выбор числа и схемы установки гиродинов на станции и разработка алгоритмов управления гиродинами.

1. Основной характеристикой гиросистемы является область S вариации кинетического момента [3]. Требуемая область S^* зависит от моментов инерции станции и режимов ее ориентации. Необходимо найти схему установки гиродинов, при которой $S^* \subset S$, а число гиродинов и, следовательно, масса и энергопотребление гиросистемы минимальны. В тех случаях, когда наведение на изучаемые объекты осуществляется за счет поворотов станции вокруг продольной оси Ox [1], требуемая область S^* имеет форму цилиндра, вытянутого вдоль оси Ox (фиг. 1). Чтобы и область S имела максимальную протяженность вдоль оси Ox , оси прецессии n одинаковых гиродинов должны быть перпендикулярны оси Ox . При этом условии объем области S будет максимальным, если оси прецессии гиродинов установлены параллельно сторонам правильного n -угольника, плоскость которого перпендикулярна оси Ox . Для создания моментов по поперечным осям в исходном состоянии гиросистемы, когда ее кинетический момент равен нулю, главные оси гиродинов не должны быть компланарны. Это возможно, если в предлагаемой схеме установки используются не менее четырех гиродинов.

Схема установки четырех одинаковых гиродинов на станции изображена на фиг. 2. Единичные векторы, совпадающие по направлению с векторами кинетических моментов гиродинов G_j , обозначены g_j . Компоненты вектора кинетического момента гиросистемы, отнесенные к кинетическому моменту одного гироидина, равны

$$x = \sum_{j=1}^4 x_j, \quad y = y_1 + y_2, \quad z = z_3 + z_4 \quad (1.1)$$

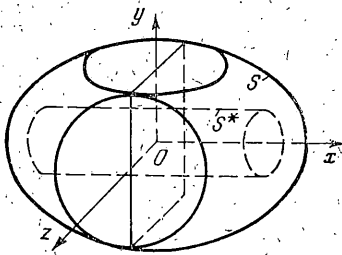
$$x_j = \cos \alpha_j, \quad y_1 = \sin \alpha_1, \quad y_2 = \sin \alpha_2, \quad z_3 = \sin \alpha_3, \quad z_4 = \sin \alpha_4$$

где x_j, y_1, y_2, z_3, z_4 — проекции единичных векторов на оси станции; α_j — угол прецессии j -го гироидина, отсчитываемый от оси Ox .

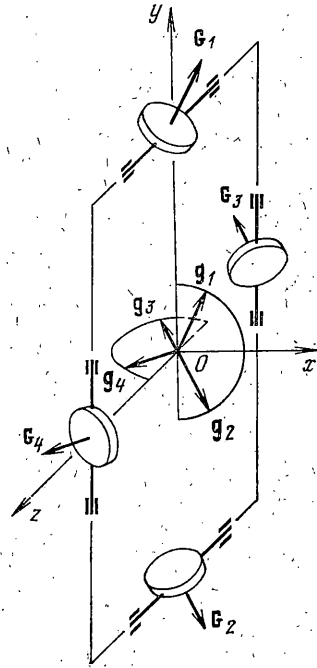
Основными характеристиками гиродина как исполнительного органа системы управления являются кинетический момент, диапазон изменения углов прецессии и максимальная скорость прецессии. Первые две величины определяют размеры и форму области S , третья — управляющий момент гиросистемы, т. е. скорость изменения ее кинетического момента относительно осей станции.

Область S системы четырех гиродинов при неограниченных углах прецессии представляет собой симметричную относительно осей координат фигуру, вытянутую вдоль оси Ox (см. фиг. 1). Граница области S описывается уравнениями

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 2[(4 - y^2)(4 - z^2)]^{1/2} - 8 &= 0 \\ x^2 &\geq 4 - y^2, \quad x^2 \geq 4 - z^2 \\ |y| - 2 &= 0, \quad x^2 \leq 4 - z^2 \\ |z| - 2 &= 0, \quad x^2 \leq 4 - y^2 \end{aligned}$$



Фиг. 1



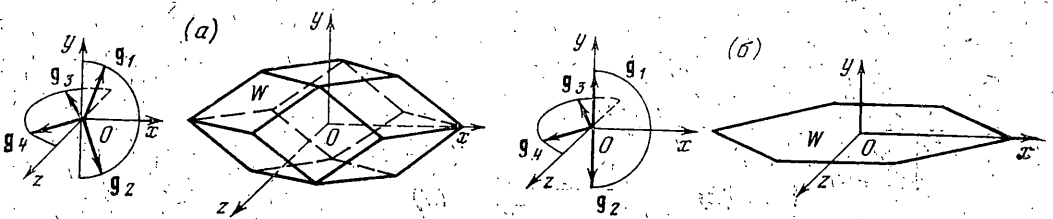
Фиг. 2

Каждой точке из области S может быть поставлена в соответствие область W изменения вектора управляющего момента, под которой будем понимать геометрическое место возможных положений конца вектора управляющего момента гиросистемы M' . Проекции вектора управляющего момента, отнесенные к кинетическому моменту гиродина, равны

$$\begin{pmatrix} m_{x'} \\ m_{y'} \\ m_{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 & -y_2 & -z_3 & -z_4 \\ x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & x_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

где $\lambda_j = \alpha_j \dot{\alpha}_j$ — скорость прецессии j -го гиродина.

Область W является наглядной характеристикой управляющих свойств гиросистемы и в общем случае представляет собой многогранник, размеры которого пропорциональны кинетическому моменту гиродина и максимальной скорости прецессии (фиг. 3, а). Особенность гиросистемы состоит в том, что область W зависит не только от положения точки внутри области S , но и от взаимного положения главных осей, т. е. углов прецессии гиродинов. В особых ситуациях, когда главные оси одной пары гиродинов параллельны осям прецессии другой пары (фиг. 3, б), область W вырождается в плоскую фигуру и гиросистема не может реализовать одну из компонент вектора управления станцией. Поскольку точки области S не определяют однозначно углы прецессии гиродинов, взаимное положение



Фиг. 3

главных осей можно регулировать таким образом, чтобы особые ситуации не возникали или слабо влияли на управление станцией.

2. Практический интерес представляет разработка алгоритма управления системой четырех гиродинов: наряду с рациональной схемой установки гиродин на станции она должна способствовать минимизации массовых и энергетических показателей гиросистемы.

Пусть вектор управления станцией определен как функция углов и скоростей поворота станции и углов прецессии гиродин $M = M(\varphi_i, \omega_i, \alpha_j)$. Вектор управляющего момента гиросистемы является функцией углов и скоростей прецессии гиродин $M' = M'(\alpha_j, \lambda_j)$. Задача управления гиродинами заключается в нахождении скоростей прецессии, обеспечивающих выполнение равенства $M(\varphi_i, \omega_i, \alpha_j) = M'(\alpha_j, \lambda_j)$.

Подставляя в левую часть выражения (1.2) вместо m' вектор M , отнесенный к кинетическому моменту одного гироина, получим систему уравнений, которым должны удовлетворять искомые скорости прецессии

$$-y_1\lambda_1 - y_2\lambda_2 - z_3\lambda_3 - z_4\lambda_4 = m_x, \quad x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2 = m_y, \quad x_3\lambda_3 + x_4\lambda_4 = m_z. \quad (2.1)$$

Поскольку число неизвестных скоростей прецессии больше числа уравнений, систему (2.1) для однозначного решения следует дополнить четвертым уравнением. Это уравнение должно описывать процесс регулирования взаимного положения главных осей гиродин.

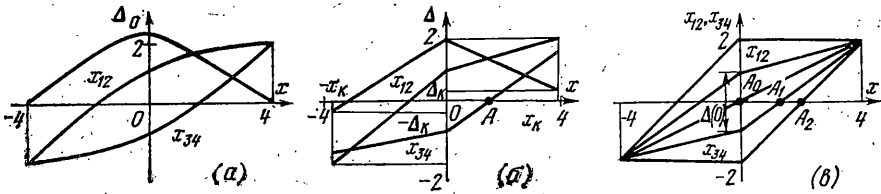
Пусть x_{12} и x_{34} — проекции на ось Ox суммарных векторов кинетических моментов двух пар гиродин, у которых оси прецессии параллельны соответственно осям Oy и Oz . Эти проекции определяют долю каждой пары в кинетическом моменте гиросистемы по оси Ox : $x_{12} + x_{34} = x$. Если величины x_{12} и x_{34} заданы, то углы прецессии гиродин однозначно определяются равенствами $x_1 + x_2 = x_{12}$, $y_1 + y_2 = y$, $x_3 + x_4 = x_{34}$, $z_3 + z_4 = z$.

Величины x_{12} и x_{34} можно представить в виде: $x_{12} = \frac{1}{2}(x + \Delta)$, $x_{34} = \frac{1}{2}(x - \Delta)$, где $\Delta = x_{12} - x_{34}$ — разность кинетических моментов двух пар гиродин по оси Ox . Следовательно, углы прецессии гиродин однозначно определяются вектором кинетического момента гиросистемы и величиной разности Δ .

Варьируя величину Δ , можно изменять взаимное положение главных осей гиродин и объем области W . Максимальному объему области W соответствуют положения осей, наиболее благоприятные для создания управляющих моментов в произвольном направлении. Характерной особенностью таких положений является взаимное угловое «удаление» векторов g_j . Различные критерии взаимного удаления можно использовать для вычисления разности Δ .

Удобной мерой взаимного углового удаления главных осей системы гиродин является объем V многогранника, построенного на концах векторов g_j :

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & 0 \\ x_1 - x_3 & y_1 & z_3 \\ x_1 - x_4 & y_1 & z_4 \end{vmatrix}$$



Фиг. 4

Выражая координаты вершин через разность Δ и проекции вектора кинетического момента гиросистемы на координатные оси, получим

$$V = \frac{1}{6} \left| \frac{a}{b}(x-\Delta) - \frac{b}{a}(x+\Delta) \right| \left[\left(1 - \frac{a^2}{16} \right) \left(1 - \frac{b^2}{16} \right) \right]^{1/2}$$

$$a = [(x+\Delta)^2 + 4y^2]^{1/2}, \quad b = [(x-\Delta)^2 + 4z^2]^{1/2}.$$

Разность Δ_0 , при которой объем V максимален и, следовательно, положение главных осей гиросистемы благоприятно для управления, является решением уравнения

$$\partial V / \partial \Delta_0 = 0 \quad (2.2)$$

Для упрощения алгоритма управления гиродинами желательно получить аналитическое выражение разности как функции кинетического момента гиросистемы $\Delta_0 = \Delta_0(x, y, z)$. Для практически важного случая $y = z = 0$ объем V_1 четырехгранника вычисляется по формуле

$$V_1 = 1/48 \Delta \{ [16 - (x+\Delta)^2] [16 - (x-\Delta)^2] \}^{1/2}$$

и принимает максимальное значение при

$$\Delta_0(x, 0, 0) = \left\{ \frac{2}{3} (16+x^2) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{16-x^2}{16+x^2} \right)^2} \right] \right\}^{1/2}$$

Функции $\Delta_0(x, 0, 0)$, $x_{12}(x)$ и $x_{34}(x)$ изображены на фиг. 4, а. Функция $\Delta_0 = \Delta_0(x, 0, 0)$ может быть аппроксимирована кусочно-линейной зависимостью.

Поскольку в общем случае получить аналитическое решение уравнения (2.2) не удастся, в качестве желаемой разности целесообразно использовать некоторую функцию, сохраняющую основные особенности разности $\Delta_0(x, y, z)$. Эта функция должна быть четной относительно всех переменных и обращаться в нуль на границах области S . Для выбора этой функции воспользуемся следующими соображениями. Область вариации кинетического момента пары гиросистем с параллельными осями прецессии представляет собой круг с радиусом, превышающим вдвое кинетический момент гиросистемы. Возможности каждой пары будут использоваться эффективно, если при изменении кинетического момента по оси Ox они достигают границ своих областей S_i одновременно. В этом случае объем четырехгранника обращается в нуль лишь на границах области S и распределение кинетического момента между парами может быть близким к решению, которое дает уравнение (2.2). Простой способ выполнения этого условия состоит в том, что приращения кинетического момента каждой пары по оси Ox относительно начального кинетического момента пары

назначаются пропорционально расстоянию до границы каждой области S_1 :

$$\frac{x_{12} - \frac{1}{2}\Delta_1(y, z)}{x_{12}' - x_{12}} = \frac{x_{34} + \frac{1}{2}\Delta_1(y, z)}{x_{34}' - x_{34}} \quad (x > 0)$$

$$x_{12}' = (4 - y^2)^{1/2}, \quad x_{34}' = (4 - z^2)^{1/2}$$

где $\Delta_1(y, z)$ — разность кинетических моментов двух пар по оси Ox при $x=0$.

Из последнего равенства получим

$$\Delta(x, y, z) = \Delta_1(y, z) - \frac{\Delta_1(y, z) - \Delta_k \operatorname{sign} x}{x_k} |x| \quad (2.3)$$

$$\Delta_k = (4 - y^2)^{1/2} - (4 - z^2)^{1/2}, \quad x_k = (4 - y^2)^{1/2} + (4 - z^2)^{1/2}$$

Функция $\Delta_1(y, z)$ должна иметь те же особенности, что и разность $\Delta_0(0, y, z)$. Эти особенности сохраняет, например, функция

$$\Delta_1(y, z) = \frac{1}{4} [(4 - y^2)(4 - z^2)]^{1/2}$$

Функции $\Delta(x, 0, 1)$, $x_{12}(x)$ и $x_{34}(x)$ изображены на фиг. 4, б.

Предлагаемое распределение кинетического момента между парами гиродинов устраняет особые ситуации, возникающие при нулевом кинетическом моменте. Особые ситуации, возникающие при ненулевом кинетическом моменте по оси Ox в точке A (см. фиг. 4, б), сохраняются при любом способе распределения кинетического момента. Поскольку в режиме стабилизации накопление импульса внешних возмущающих моментов ограничено уровнем срабатывания системы разгрузки, особые ситуации не возникают, если уровень срабатывания системы разгрузки находится левее точки A . Положение точки A можно регулировать соответствующим выбором начальной разности $\Delta(0)$ (фиг. 4, в). С увеличением $\Delta(0)$ от нуля до четырех точка A перемещается из положения A_0 в положение A_2 . Если $\Delta(0) = 0$ или $\Delta(0) = 4$, то при нулевом кинетическом моменте главные оси гиродинов компланарны, и гиросистема не сможет создавать управляющие моменты либо по поперечным осям, либо по оси Ox . Выбор $\Delta(0) = 2$ обеспечивает компромиссное решение, при котором угловое положение главных осей гиродинов благоприятно для создания управляющих моментов в любом направлении, а управляющий момент по оси Ox близок к максимальному моменту гиросистемы. При поворотах станции, когда кинетический момент гиросистемы изменяется в широком диапазоне, особая ситуация в расположении гиродинов может возникать лишь на короткое время, что не приводит к потере ориентации.

С практической точки зрения достаточно обеспечить рациональное распределение кинетического момента по оси Ox при $|y| < 1$ и $|z| < 1$. Это позволяет заменить $\Delta_1(y, z)$, $x_{12}'(y)$ и $x_{34}'(z)$ их значениями при $y=z=0$ и упростить выражение (2.3)

$$\Delta = 2 - \frac{1}{2} |x| \quad (2.4)$$

Разность кинетических моментов Δ , вычисляемую по формулам (2.3) или (2.4), будем считать желаемой. Если скорость изменения фактической разности $x_{12} - x_{34}$ принять пропорциональной ошибке $\Delta - (x_{12} - x_{34})$, то уравнение регулирования взаимного положения гиродинов запишется в виде $\tau(x_{12} - x_{34}) + (x_{12} - x_{34}) = \Delta$ или $y_1 \lambda_1 + y_2 \lambda_2 - z_3 \lambda_3 - z_4 \lambda_4 = -m_*$, $m_* = (\Delta - x_{12} + x_{34})/\tau$, где τ — постоянная времени регулирования взаимного положения гиродинов.

Система уравнений (2.4), дополненная полученным уравнением, позволяет однозначно определить скорости прецессии гиродинов

$$\begin{vmatrix} -y_1 & -y_2 \\ x_1 & x_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{12} \\ m_y \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} -z_3 & -z_4 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{34} \\ m_z \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

$$m_{12} = \frac{1}{2}(m_x + m_*), \quad m_{34} = \frac{1}{2}(m_x - m_*)$$

Если информация о положении главных осей гиродинов поступает в виде тригонометрических функций угла прецессии, то скорости прецессии вычисляются по формулам вида

$$\lambda = -\frac{x_2 m_{12} + y_2 m_y}{y_1 x_2 - x_1 y_2} \quad \lambda_0 = \frac{x_1 m_{12} + y_1 m_y}{y_1 x_2 - x_1 y_2}$$

Однако вычисление по этим формулам имеет недостатки: в особых ситуациях знаменатель обращается в нуль. Операцию деления на нуль можно исключить, если для вычисления скоростей прецессии воспользоваться итерационными методами. Умножив уравнения (2.5) на транспонированные матрицы коэффициентов, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & c \\ c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 & x_1 \\ y_2 & x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m_{12} \\ m_y \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & d \\ d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_3 & x_3 \\ z_4 & x_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m_{34} \\ m_z \end{pmatrix}$$

$$c = g_1 \cdot g_2, \quad d = g_3 \cdot g_4$$

Эта форма записи позволяет вычислить скорости прецессии по итерационным формулам (h — номер приближения)

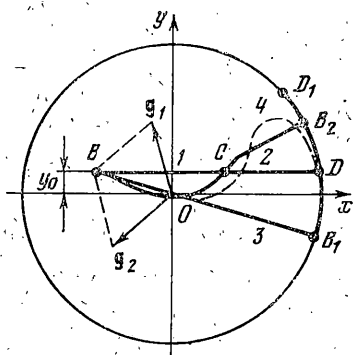
$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}_{|h} &= \begin{pmatrix} y_1 & x_1 \\ y_2 & x_2 \end{pmatrix}_{|h-1} \begin{pmatrix} -m_{12} \\ m_y \end{pmatrix}_{|h-1} - \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}_{|h-1} \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_1 \end{pmatrix}_{|h-1} \\ \begin{pmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{pmatrix}_{|h} &= \begin{pmatrix} z_3 & x_3 \\ z_4 & x_4 \end{pmatrix}_{|h-1} \begin{pmatrix} -m_{34} \\ m_z \end{pmatrix}_{|h-1} - \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}_{|h-1} \begin{pmatrix} \lambda_4 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}_{|h-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Скорость прецессии каждого гироина, вычисленная по формуле (2.6), содержит две составляющие. Одна из них определяет долю гироина в реализации вектора управления станцией, другая определяет его движение в процессе регулирования взаимного положения главных осей.

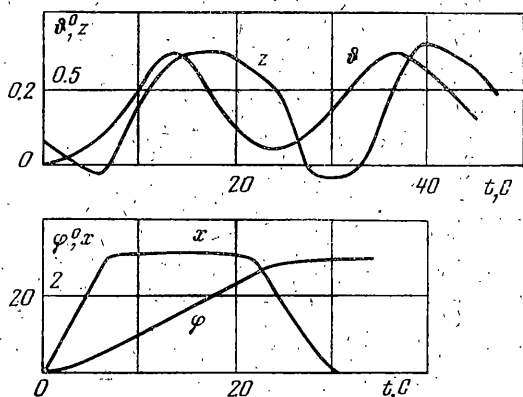
3. Время разгона станции в процессе поворота существенно зависит от траектории движения вектора кинетического момента и величины кинетических моментов, накопленных по поперечным осям. Возможные траектории движения вектора кинетического момента пары гиродинов внутри области S_1 изображены на фиг. 5. Точка B характеризует исходное состояние, y_0 — кинетический момент по оси Oy , накопленный к началу поворота. Для разгона станции вокруг оси Ox кинетический момент пары гиродинов должен быть переведен в точку D . Движение по траектории BD происходит при условии $y_0 - y(t) = 0$, по траекториям BB_1D_1D и BOB_2D — при условии

$$\int_0^T [y_0 - y(t)] dt = 0, \quad y(0) = y(T) = y_0$$

где T — время перехода из точки B в точку D . На участках BB_1 и BO гироины создают возмущающий момент по оси Oy . Возникающие по оси Oy угловые отклонения максимальны в точках D и C . На участках DD_1D и CB_2D осуществляется отработка угловых рассогласований по оси Oy . Хотя движение по траекториям 2 и 3 сопровождается угловыми отклонениями станции по поперечным осям, время перехода из точки B в точку D при небольших y_0 меньше, чем по траектории 1. С увеличением кинетических моментов по поперечным осям время перехода по траекториям 2 и 3 увеличивается, по траектории 1 уменьшается. При $y_0 < 0.5$ минимальное время перехода обеспечивает траектория 2. Разгон станции практически заканчивается в точках B_1 и B_2 . Минимальное время разгона обеспечивает траектория 3. Угловые отклонения по поперечной оси, соответствующие траектории 3, больше, чем для траектории 2. Минимальные угловые отклонения обеспечивает траектория 1.



Фиг. 5



Фиг. 6

Движение по любой траектории может быть обеспечено выбором алгоритма вычисления вектора управления станцией. С точки зрения общей длительности маневра станции предпочтительным (при $y_0 < 0.5$) является движение по траекториям 2 и 3.

Типовой поворот станции вокруг оси Ox на угол $\varphi = 30^\circ$ изображен на фиг. 6. При интегрировании уравнений движения орбитальной станции на ЦВМ были приняты следующие значения параметров: моменты инерции станции, отнесенные к кинетическому моменту одного гиросдина, $\tau_{xx} = 130c$, $\tau_{yy} = \tau_{zz} = 10\tau_{xx}$, $\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0.1\tau_{xx}$, $\tau_{yz} = 0$; кинетические моменты, накопленные гиросистемой по поперечным осям $y_0 = z_0 = 0.3$. Скорости прецессии гиросинов вычислялись по формулам (2.6) с учетом соотношения (2.4) при $\tau = 1$ сек. Компоненты вектора управления станцией формировались как кусочно-линейные функции угловых скоростей и отклонений станции, что позволило в области S_1 реализовать траекторию 4, промежуточную между траекториями 2 и 3 по динамике процесса разгона.

Максимальная скорость приводов прецессии гиросинов принималась равной $\lambda = 0.2$ рад/сек.

В пространственном маневре, который совершает станция, можно выделить процесс собственно поворота по оси Ox и переходный процесс по осям Oy или Oz . Время собственно поворота мало отличается от времени плоского поворота станции. Время переходного процесса определяется величиной углового отклонения по поперечной оси, возникающего в конце поворота, и зависит от сочетания внутренних возмущающих моментов, вызываемых накоплением кинетических моментов гиросистемы и центробежными моментами инерции станции. Вызываемые этими причинами возмущения могут либо взаимно компенсироваться, либо складываться. В первом случае угловые отклонения и время переходного процесса уменьшаются, во втором увеличиваются. Процессы, изображенные на фиг. 6, соответствуют неблагоприятному сочетанию указанных факторов.

В заключение следует отметить, что рассмотренная гиросистема может управлять угловым положением станции при выходе из строя одного гиросина. В этом случае время поворотов увеличивается и существенно зависит от направления поворота.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Б. Н., Шереметьевский Н. Н., Данилов-Нитусов Н. Н., Вейнберг Д. М. Электромеханическая система для ориентации и стабилизации автономных модулей и легких орбитальных станций. Системы управления. М., «Наука», 1978.
2. Ишлинский А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М., «Наука», 1976.
3. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М., «Наука», 1974.

Поступила 10 V 1977