

формулы с весом, выбираемым в зависимости от свойств изображений искомой функции. Узлы таких формул однозначно определяются из условия точности квадратур для целых степеней времени. Наиболее эффективными оказались формулы наивысшей степени точности, в которых узлы и коэффициенты — комплексные числа. Построены новые формулы такого вида для дробных степеней времени, изучено расположение их узлов на комплексной плоскости.

Указанные методы применялись для вычисления дробно-экспоненциальной функции Работнова  $\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t)$ , функций Ржаницына  $K_{\alpha, \beta}(t)$  и Вульфсон — Колтунова  $K_{\alpha, \beta}(A, t)$ , а также интегралов от них. В случае применения формул наивысшей степени точности для дробных степеней времени получено практически полное совпадение с имеющимися таблицами  $\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t)$  и  $K_{\alpha, \beta}(A, t)$ -функций.

Для линейного вязкоупругого материала, описываемого ядром Работнова, рассмотрены некоторые краевые квазистатические и динамические задачи. В частности, изучались одномерные по координате задачи изгиба вязкоупругой балки на упругом основании, задача Ламе для толстого кольца, плоская задача линейной вязкоупругости для полосы, свободные затухающие колебания балки. Из сопоставления полученных результатов с результатами, найденными другими численными методами, можно сделать вывод о высокой эффективности предлагаемого метода обращения. Вычисления производились на ЭВМ.

## МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ СЕМИНАРЫ

Семинар по механике деформируемого тела и конструкций  
под руководством Н. Х. Арутюняна и А. Р. Ржаницына

13 II 1978. Б. Е. Победря (Москва) *Метод аппроксимаций в вязкоупругости и его развитие.*

Описывается метод аппроксимаций А. А. Ильюшина для решения квазистатических задач линейной теории вязкоупругости с нерелаксирующим объемом.

Рассматривается обобщение этого метода для изотропной теории вязкоупругости при двух независимых ядрах релаксации для стареющих материалов. Формируются некоторые теоремы об общем представлении основных краевых квазистатических задач линейной изотропной теории вязкоупругости в операторном виде. Описывается принципиальная схема эксперимента, позволяющего определить резольвентные ядра неразностного типа, входящие в решение краевой задачи, которая получается применением принципа Вольтерра из аналогичного решения соответствующей упругой задачи.

Предлагается метод численной реализации упругого решения, позволяющий получать решение квазистатической задачи линейной теории вязкоупругости по решениям соответствующих упругих задач, найденных численно или экспериментально.

Указывается обобщение метода аппроксимаций и метода численной реализации упругого решения на случай квазистатических задач линейной теории вязкоупругости для структурно-анизотропных сред.

27 II 1978. А. И. Марков (Москва) *Об одном методе оценки и прогнозирования прочности бетона.*

В основу метода положены условия разрушения, полученные с учетом разрушения бетона с отрывом при однородном напряженном состоянии.

При одноосном сжатии (растяжении) условия содержат две интегральные характеристики, отражающие количество связей (кристаллизационных контактов) и их интенсивность, осложненную локальной неоднородностью структуры бетона. Интегральные характеристики определяются расчетно-экспериментальным путем с применением дифференциального контрактометра.

При сложном напряженном состоянии условия разрушения содержат две независимые константы прочности бетона  $R_p$ ,  $R_c$  и компоненты первого инварианта тензора напряжений.

Прогнозирование и оценка предельного сопротивления бетона разрушению осуществляется при стабилизированных факторах, т. е. постоянстве вещественного состава бетона, условий его твердения и испытания.

Метод не ограничен диапазоном пределов прочности, видом бетона, длительностью его твердения и позволяет учесть влияние истории нагружения внешними силами на предельное сопротивление бетона разрушению, а также регулировать масштабный фактор прочности. Ограничение метода имеет место при одноосном напряженном состоянии, когда прочность зерна заполнителя в бетоне меньше прочности его связующего. Учет неоднородности напряженного состояния бетона, обусловленной совместным проявлением сдвига и отрыва, производится введением в условия разрушения (при сложном напряженном состоянии) полуэмпирической функции.

13 III 1978. И. Г. Филиппов (Москва) *О некоторых математических методах решения динамических задач линейной теории вязкоупругости.*

Рассматривались три метода решения динамических задач в линейной теории вязкоупругости.

В первом развивался метод рядов, если время воздействия возмущений конечное или если начальные условия заданы на конечной части физического пространства. Данный метод позволяет решать динамические задачи при произвольном виде ядер вязкоупругости операторов, но при внешних воздействиях, довольно гладких или «размазанных» по времени или по координатам.

Во втором методе подход Вольтерра к решению волновых уравнений обобщался для интегро-дифференциальных уравнений, описывающих динамическое поведение вязкоупругих сред, проявляющих мгновенную упругость. Получены приближенные формулы решения задач Коши для интегро-дифференциальных уравнений, обобщающие формулы Вольтерра для решения соответствующей задачи Коши для волновых уравнений. Приводился вид обобщенной функции Вольтерра.

Третий метод посвящен приближенным методам обращения преобразований Лапласа при решении динамических задач в линейных вязкоупругих средах в случае, когда времена протекания волновых процессов в вязкоупругих средах меньше наименьшего времени релаксации.

Приводились примеры решения конкретных нестационарных задач.

27 III 1978. Г. А. Генцев (Москва) *Вопросы теории затвердевающих сред.*

Приведена классификация и получены соответствующие системы дифференциальных уравнений для пространственной и плоской задачи статики затвердевающих сред. Дополняющая условия равновесия система шести дифференциальных уравнений представляет собой уравнения Эйлера — Остроградского, реализующие условный экстремум интенсивности касательных напряжений. Рассмотрены точные и приближенные методы определения перемещений. Последние основаны на использовании статического и кинематического методов, дающих предельным перемещениям соответственно верхнюю и нижнюю оценку. Получено решение ряда одномерных задач статики затвердевающей среды, и установлены случаи, когда конечная по величине внешняя нагрузка вызывает в среде бесконечно большие напряжения. Изложен метод оценки несущей способности систем из хрупких материалов, основанный на статике абсолютно затвердевающей (недеформируемой) среды.

10 IV 1978. А. А. Зевин (Ленинград) *Некоторые методы расчета и оптимального проектирования элементов конструкций, деформирующихся во времени.*

Рассмотрены два метода решения задач наследственной теории упругости для анизотропного или кусочно-неоднородного тела, свойства которого описываются несколькими операторами со слабосингулярными ядрами. Первый основан на интегральном представлении функции обобщенного дробно-экспоненциального оператора.

Второй представляет собой метод численного обращения преобразования Лапласа, основанный на разложении решения по интегралам от дробно-экспоненциальных функций. Коэффициенты разложения определяются из условия минимума квадратичной погрешности в пространстве оригиналов.

При некоторых ограничениях на класс операторов принцип Вольтерра распространяется на случай неоднородной наследственно-старееющей среды. В частности, показано, что если неоднородность обусловлена различным возрастом материала в различных точках тела, то решение смешанной граничной задачи может быть получено на основе принципа Вольтерра.

Рассмотрена задача выбора оптимальной формы однородного наследственно-старееющего тела из условия минимума некоторого функционала (например объема) при ограничениях на напряжения и (или) перемещения.

Показано, что при внешних воздействиях, допускающих разделение переменных во времени и координатам, оптимальная форма может быть найдена из решения задачи для упругого тела с возможно другими ограничениями, зависящими от наследственных свойств материала. При смешанных граничных условиях задача приводится к оптимизации упругого тела, подверженного воздействию двух групп нагрузок.

24 IV 1978. И. И. Темнов (Одесса) *Теория формирования технологических напряжений в железобетонных изделиях.*

Излагается теория расчета напряженного состояния преднапряженных железобетонных элементов при термообработке. Теория базируется на рассмотрении неоднородной системы, включающей связи переменной длины между интенсивно-старееющим бетоном и арматурой и изменяющуюся во времени расчетную схему. Расчетная методика основана на составлении и решении в матричной форме интегральных уравнений теории ползучести. Построенный алгоритм позволяет детально проследить процесс формирования напряженного состояния элемента при его изготовлении и проверить трещиностойкость. Для учета особенностей формирования напряжений, связанных с переменной расчетной схемой, использован принцип наложения, естественный для линейной теории ползучести бетона.

Элементы матриц функции напряжений, связанной с наличием вынужденных деформаций, определялись как для плоской задачи неоднородного тела путем решения интегро-дифференциального уравнения в численном виде. Процесс изменения вынужденных деформаций описывается системой дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса. Для получения тепло- и влагофизических и физико-механических характеристик бетона в специфических условиях термообработки выполнены комплексные экспериментальные исследования. Достоверность результатов расчетов подтверждена опытными данными, полученными в производственных условиях.

Результаты позволили разработать способ расчета оптимальных режимов изготовления преднапряженных железобетонных изделий, исходя из условий минимальной продолжительности термообработки и условий трещиностойкости.

22 V 1978. Ю. И. Кудышин (Москва) *Некоторые контактные задачи в металлических конструкциях.*

Методом линейного сопряжения решаются следующие задачи:

1. О напряженном состоянии упругой полуплоскости, подкрепленной на кромке гибкой балкой и внутри полуплоскости прямолинейным стрингером конечной длины, находящимся на конечном расстоянии от балки и расположенным перпендикулярно к ней. Балка нагружена поперечной сосредоточенной силой, стрингер — продольной силой, приложенной на конце.

2. О напряженном состоянии упругой полуплоскости с прямолинейным разрезом конечной длины, находящимся на конечном расстоянии от кромки и расположенным перпендикулярно к ней. Края разреза подкреплены упругими стрингерами, нагруженными на конце сосредоточенной силой. Кромка полуплоскости подкреплена гибкой балкой, нагруженной сосредоточенной поперечной силой.

3. О напряженном состоянии двух пересекающихся полуплоскостей, кромки которых подкреплены гибкими балками. В точке пересечения балок действует поперечная сосредоточенная сила.

В результате решений получены сингулярные интегро-дифференциальные уравнения относительно касательных сил взаимодействия полуплоскости со стрингером. В последней задаче получено интегральное уравнение относительно сил взаимодействия между полуплоскостями.

Для определения нормальной реакции балки получена квадратурная формула.

5 VI 1978. К. А. Роценс (Рига) *Типичные задачи технологической механики многослойных композитов из древесины с искусственно измененной структурой.*

Первая группа задач посвящена сжатию неограниченного слоя. Рассматривается вариант структурно-нестабильного тела, изменения свойств которого определяются напряжением и продолжительностью действия напряжения, при этом все три составляющие общей деформации (упругая, упругозапаздывающая и остаточная)

имеют каждая свою функцию нелинейности. Предложенные математические модели на основе дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами подтверждаются экспериментальными результатами, полученными при испытании на сжатие слоя древесины поперек волокон в области изменения ее естественной макроструктуры (сплющивание полостей анатомических элементов древесины) в случае прямой и обратной ползучести, повторного ступенчатого нагружения — разгрузки, деформирования с постоянной скоростью, а также для случая одновременного воздействия постоянных напряжений и нестационарного температурного поля. Решение этой группы задач осуществляется методами численного интегрирования системы нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, а задача сжатия неограниченного слоя в случае нестационарного температурного поля — последовательным интегрированием шаг за шагом по времени уравнения одномерной теплопроводности и уравнения состояния.

Вторая группа задач посвящена оценке эффективных упругих податливостей ортотропного тела с трубообразными полостями прямоугольного сечения по известным упругим характеристикам тетрагонального материала матрицы и изотропного наполнителя, относительноному объемному содержанию материала матрицы, наполнителя и полостей. Определение податливостей осуществляется приемами сопротивления материалов, пользуясь оценками Рейса и Фойта. Полученные аналитические зависимости подтверждаются экспериментально определенными значениями основных податливостей для наполненной (сплавом металлов, смолами и полистиролом) древесины, а также для прессованной древесины (полости древесины замещены материалом, образующим клеточные стенки древесины).

Третья группа задач посвящена многослойным телам. Модель деформирования упругих многослойных тел обобщена применительно к несбалансированным (несимметричное расположение однотипных слоев относительно срединной плоскости) телам, и методами сопротивления материалов получены зависимости для определения всех эффективных упругих податливостей и жесткостей по известным деформативным характеристикам, относительноному объемному содержанию и порядку укладки слоев. Определены эффективные временные зависимости всех податливостей моноклинного многокомпонентного слоистого тела в случае действия постоянных напряжений, используя в качестве закона деформирования слоев интегральные уравнения Больцмана — Вольтерра с ядром ползучести в виде показательной функции. На основе модели деформирования несбалансированных композитов решена задача по определению разбухания и коробления первоначально сбалансированного тела. Полученные аналитические зависимости подтверждаются экспериментальными результатами, полученными при испытании ортотропных многослойных пластин из слоев древесины с искусственно измененной структурой и условиях одностороннего увлажнения.

Технический редактор Т. В. Скворцова

Сдано в набор 04.08.78 Подписано к печати 16.10.78 Т-19720 Формат бумаги 70×108<sup>1/16</sup>  
Высокая печать Усл. печ. л. 18,2 Уч.-изд. л. 21,5 Бум. л. 6,5 Тираж 1710 экз. Зак. 790

Издательство «Наука». 103717 ГСО, Москва К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография издательства «Наука». 121099, Москва, Шубинский пер., 10