

## МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ СЕМИНАРЫ

Семинар по механике деформируемого твердого тела под руководством  
Ю. Н. Работнова, Л. А. Галина, Г. С. Шапиро, В. Д. Ключникова

6 III 1978. Е. Л. Любарта (Оренбург) *Кинетические уравнения теории ползучести и длительной прочности.*

Предложено ввести в известное уравнение Ю. Н. Работнова для параметра поврежденности еще один структурный параметр, характеризующий нестационарность напряженного состояния. Учет этого параметра приводит к нелинейному правилу суммирования поврежденности. Показана применимость предложенных уравнений для описания экспериментов на длительную прочность при переменном напряжении. Решая ряд задач, анализ которых показал, что перераспределение напряжений приводит к изменению долговечности в два-три раза по сравнению с известными решениями, полученными без учета нового структурного параметра.

20 III 1978. Р. А. Арутюнян (Ленинград) *Разрыхление и разрушение пластических тел.*

Необратимое изменение объема или разрыхление пластической среды связывается с первым инвариантом тензора остаточных микронапряжений в рамках уравнений теории пластичности с трансляционным и изотропным упрочнением. Показано, что при малых путях пластической деформации будет наблюдаться квадратичная зависимость разрыхления от пути пластической деформации. Этот факт позволяет, во-первых, объяснить наблюдаемую в опытах квадратичную зависимость продольного удлинения образца при знакопеременном кручении (эффект М. Ропай) и, во-вторых, дать простую интерпретацию критерия циклического разрушения Коффина: разрушение образца наступает при накоплении критической величины разрыхления. Существенным при этом является вывод, что критерий Коффина будет хорошо выполняться в области малых амплитуд и пригоден для описания циклического разрушения чистых металлов и стабильных сплавов.

Приведены также результаты опытов на исследование циклических нагружений и старения, которые показывают, что эффекты неустойчивости состава среды могут привести к существенному изменению закономерностей деформирования и разрушения реальных металлов и сплавов. Наблюдаемые в опытах отклонения от критерия разрушения Коффина объясняются влиянием неустойчивости состава материала. Это предположение подтверждается также опытами Рая и Штуве, в которых показано, что число циклов до разрушения сокращается в два-три раза, если в промежутках между циклами образец выдерживается в течение нескольких минут при комнатной или повышенных температурах. Этот эффект полностью отсутствует для чистых металлов (испытывались образцы из алюминия высокой чистоты).

Предложен новый параметр упрочнения, обобщающий параметр Одвишта и способный описать неустойчивость состава материала с учетом процессов пластической деформации и разрыхления среды. Полученные таким образом уравнения теории пластичности позволяют сформулировать новый критерий циклического разрушения. Для стабильной среды данный критерий переходит в критерий Коффина. Для нестабильных материалов число циклов до разрушения зависит также от неустойчивости состава среды и истории процесса. Таким образом предложенный критерий циклического разрушения способен охватить отмеченные выше эффекты, для описания которых критерий Коффина не пригоден.

27 III 1978. В. Д. Бондарь (Новосибирск) *Исследование плоской задачи нелинейной упругости.*

Плоская статическая задача (плоская деформация) рассматривается в рамках упругих сред, линейных физически и с геометрической нелинейностью общего вида, в Эйлеровых комплексных переменных.

Для перемещений и напряжений устанавливаются представления через две аналитические функции, обобщающие известные представления Колосова линейной упругости. Изучаются краевые задачи для комплексных потенциалов. Исследуются особенности задачи для несжимаемого упругого материала Муни. Показывается, что результаты линейной упругости могут быть получены из рассмотренных нелинейных теорий в качестве некоторых предельных случаев.

В нелинейной постановке дано точное решение ряда задач и исследованы нелинейные эффекты.

3 IV 1978. А. А. Локшин (Москва) *Волновые уравнения с памятью и распространение особенностей.*

Рассматривается фундаментальное решение уравнения продольных колебаний наследственно-упругого стержня. Предполагается, что ядро ползучести имеет в нуле особенность типа  $t^{\beta-1} |\ln t|^\gamma$ . Оказывается, что если эта особенность является более сильной, чем чисто логарифмическая, то фундаментальное решение бесконечно дифференцируемо в окрестности фронта волны. Напротив, если особенность ядра ползучести слабее, чем логарифмическая, то производная по времени от фундаментального решения не является ограниченной функцией в окрестности фронта волны. Если особенность ядра является логарифмической, то можно получить явные формулы для решения, из которых следует, что оно непрерывно при  $t > 0$ , однако при малых временах его производная по времени стремится к бесконечности при подходе к волновому фронту, т. е. имеет степенную особенность, убывающую с ростом времени. Таким образом, решение постепенно сглаживается и за достаточно большой промежуток времени может стать сколь угодно гладким вблизи фронта.

Если заменить в исходном уравнении вторую производную по пространственной координате на оператор Лапласа по трем координатам, то соответствующее фундаментальное решение будет также сглаживаться (в случае логарифмической памяти среды), однако на малых временах на фронте имеется бесконечный разрыв, который затем исчезает за характерное время.

24 IV 1978. В. А. Ибрагимов (Ивано-Франковск) *Некоторые задачи о распространении трещин в упругопластических телах.*

Предложены эффективные аналитические методы и получены точные или приближенные решения антиплоских и плоских задач о неподвижном разрезе и распространяющихся магистральных трещинах для различных определяющих законов пластичности. Дано обобщение теории инвариантного интегрирования и его приложение к анализу асимптотик, обеспечивающее теоретическую основу новых перспективных направлений развития феноменологических концепций роста трещин в упругопластических телах.

5 VI 1978. В. С. Екельчик (Ленинград) *Резольвентные слабо сингулярные операторы в линейной теории вязкоупругости.*

Выполнен сравнительный анализ свойств порождающих операторов Абеля  $J^*(t)$  и Ржаницына  $R_{\alpha,\beta}^*(t)$  и резольвентных операторов Работнова  $\mathcal{R}_{\alpha,\beta}^*(-\beta, t)$  и Вульфсон — Колтунова  $K_{\alpha,\beta}^*(A, t)$ . Рассмотрен характер кривых ползучести (релаксации) в полулогарифмических координатах, сопоставлены фазовые диаграммы комплексного модуля упругости и спектры ползучести (релаксации), соответствующие этим операторам. На основе порождающего оператора Гаврильяка — Негами  $G_{\alpha,\beta,\gamma}^*(t)$  построен резольвентный оператор  $N_{\alpha,\beta,\gamma}^*(A, t)$  с асимметричным спектром, обобщающий рассмотренные выше. Возможное дальнейшее обобщение приводит к операторам: порождающему  $S_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^*(t)$  и резольвентному  $V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^*(t)$ , содержащему шесть параметров. Для последних операторов также изучен вид фазовой диаграммы и соответствующие им спектры.

Обсуждена процедура определения констант предлагаемых ядер по экспериментальным данным и приведен пример аппроксимации обобщенной кривой податливости эпоксидного связующего ЭД-6. Сделан вывод, что применение алгебры резольвентных операторов позволяет эффективно использовать операторы  $N_{\alpha,\beta,\gamma}^*(A, t)$  и  $V_{\alpha,\beta,\gamma}^*(A, t)$  при решении многих задач линейной вязкоупругости. Для численной реализации ядер и вязкоупругих функций целесообразно воспользоваться преобразованием Лапласа.

5 VI 1978. В. С. Екельчик, В. М. Рябов (Ленинград) *Применение численных методов обращения преобразования Лапласа при решении некоторых задач линейной вязкоупругости.*

Во многих задачах линейной вязкоупругости использование преобразования Лапласа по времени приводит к более простым задачам в изображениях. Однако точное вычисление интеграла Меллина, задающего обращение, как правило, невозможно. Рассматривается применение различных интерполяционных квадратурных

формулы с весом, выбираемым в зависимости от свойств изображений искомой функции. Узлы таких формул однозначно определяются из условия точности квадратур для целых степеней времени. Наиболее эффективными оказались формулы наивысшей степени точности, в которых узлы и коэффициенты — комплексные числа. Построены новые формулы такого вида для дробных степеней времени, изучено расположение их узлов на комплексной плоскости.

Указанные методы применялись для вычисления дробно-экспоненциальной функции Работнова  $\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t)$ , функций Ржаницына  $K_{\alpha, \beta}(t)$  и Вульфсон — Колтунова  $K_{\alpha, \beta}(A, t)$ , а также интегралов от них. В случае применения формул наивысшей степени точности для дробных степеней времени получено практически полное совпадение с имеющимися таблицами  $\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t)$  и  $K_{\alpha, \beta}(A, t)$ -функций.

Для линейного вязкоупругого материала, описываемого ядром Работнова, рассмотрены некоторые краевые квазистатические и динамические задачи. В частности, изучались одномерные по координате задачи изгиба вязкоупругой балки на упругом основании, задача Ламе для толстого кольца, плоская задача линейной вязкоупругости для полосы, свободные затухающие колебания балки. Из сопоставления полученных результатов с результатами, найденными другими численными методами, можно сделать вывод о высокой эффективности предлагаемого метода обращения. Вычисления производились на ЭВМ.

## МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ СЕМИНАРЫ

Семинар по механике деформируемого тела и конструкций  
под руководством Н. Х. Арутюняна и А. Р. Ржаницына

13 II 1978. Б. Е. Победря (Москва) *Метод аппроксимаций в вязкоупругости и его развитие.*

Описывается метод аппроксимаций А. А. Ильюшина для решения квазистатических задач линейной теории вязкоупругости с нерелаксирующим объемом.

Рассматривается обобщение этого метода для изотропной теории вязкоупругости при двух независимых ядрах релаксации для стареющих материалов. Формируются некоторые теоремы об общем представлении основных краевых квазистатических задач линейной изотропной теории вязкоупругости в операторном виде. Описывается принципиальная схема эксперимента, позволяющего определить резольвентные ядра неразностного типа, входящие в решение краевой задачи, которая получается применением принципа Вольтерра из аналогичного решения соответствующей упругой задачи.

Предлагается метод численной реализации упругого решения, позволяющий получать решение квазистатической задачи линейной теории вязкоупругости по решениям соответствующих упругих задач, найденных численно или экспериментально.

Указывается обобщение метода аппроксимаций и метода численной реализации упругого решения на случай квазистатических задач линейной теории вязкоупругости для структурно-анизотропных сред.

27 II 1978. А. И. Марков (Москва) *Об одном методе оценки и прогнозирования прочности бетона.*

В основу метода положены условия разрушения, полученные с учетом разрушения бетона с отрывом при однородном напряженном состоянии.

При одноосном сжатии (растяжении) условия содержат две интегральные характеристики, отражающие количество связей (кристаллизационных контактов) и их интенсивность, осложненную локальной неоднородностью структуры бетона. Интегральные характеристики определяются расчетно-экспериментальным путем с применением дифференциального контрактометра.

При сложном напряженном состоянии условия разрушения содержат две независимые константы прочности бетона  $R_p$ ,  $R_c$  и компоненты первого инварианта тензора напряжений.

Прогнозирование и оценка предельного сопротивления бетона разрушению осуществляется при стабилизированных факторах, т. е. постоянстве вещественного состава бетона, условий его твердения и испытания.