

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР  
СЕМИНАРЫСеминар по механике сплошной среды  
под руководством Л. А. Галина и Н. Х. Арутюняна3 VI 1977. В. С. Тоноян (Ереван) *Некоторые контактные задачи однородных и неоднородных упругих тел.*

Приведены решения некоторых плоских задач, а именно однородного квадранта и полосы, однородной и неоднородной полуплоскости с вертикальными разрезами и без разрезов. Рассмотрены также пространственные задачи для однородного и неоднородного полупространства с цилиндрическим разрезом и без разреза и для конечных сплошных и полых цилиндров. В задачах, в которых тела ослаблены прямолинейными трещинами, принимается, что берега трещин не контактируют. Решение всех задач получено единым методом парных и тройных интегральных уравнений и таких же рядов уравнений. Определены с выделением особенностей нормальные напряжения в подошве штампа и вне разреза, а также нормальные перемещения вне штампа и на берегах разреза. Анализ доведен до числовых результатов.

10 VI 1977. В. И. Моссаковский, А. Г. Бискуп, Л. И. Маневич, А. А. Новопашин (Днепропетровск) *Аналитическая теория дифференциальных уравнений и смешанная задача теории упругости для полуплоскости.*

Рассмотрено применение аналитической теории дифференциальных уравнений к краевой задаче о давлении плоского штампа на упругую полуплоскость при наличии участков проскальзывания и сцепления. Проблема свелась к определению двух заранее неизвестных параметров линейного дифференциального уравнения типа Фукса с четырьмя особыми точками. При этом использована информация о поведении решений краевой задачи при обходе пар особых точек. В первой части для сведения двумерного поиска к одномерному предлагается установленная эмпирически связь между неизвестными параметрами и характеристиками обходов. Во второй части проводится асимптотическое исследование проблемы параметров с использованием геометрической аналогии между задачей линейного сопряжения и задачей отображения полуплоскости на дуговой четырехугольник.

28 X 1977. Л. А. Галин (Москва) *О гидродинамической теории смазки упругих тел.*

Рассмотрено несколько задач гидродинамической теории смазки упругих тел, в частности, исследовались плоские задачи для слоя. При решении задач гидродинамической теории смазки упругих тел необходимо определить дополнительные перемещения, обусловленные упругими деформациями. Это позволяет найти толщину смазочного слоя, который при использовании уравнений Рейнольдса позволяет решить задачу. Метод, применяемый при этом, корректен; здесь для определения перемещений имеется начало отсчета. Дано решение пространственной задачи в том случае, когда жесткий штамп конечной длины контактирует с упругим полупространством. Между ними имеется слой вязкой жидкости; площадка контакта является узкой областью.

20 I 1978. К. Н. Доможаков (Абакан) *Вопросы определения температурных напряжений в твердом теле при проникающем излучении.*

Рассматривалась динамическая задача термоупругости для полупространства, когда тепловыделение происходит под поверхностным слоем. Определено влияние рассеяния излучения в твердых телах, «мутных» для проникающего излучения (горная порода при сверхвысокочастотном облучении). При этом решена квазистатическая задача термоупругости для полупространства. Исследовалась задача облучения оптически прозрачных тел лазерным излучением. Получено приближенное решение в акустическом случае без учета отражения волн напряжений от свободной поверхности.

3 II 1978. И. Г. Горячева (Москва) *Нелинейные задачи при контактировании упругих тел.*

Рассмотрены плоская контактная задача для упругой шероховатой полосы, в верхнюю границу которой вдавливаются без трения жесткий штамп, и осесимметричная контактная задача для упругого шероховатого полупространства. Предпо-

лагается, что сближение контактирующих шероховатых тел за счет деформации микровыступов пропорционально давлению в степени, меньшей единицы. Для определения давления под штампом получено нелинейное интегральное уравнение типа Гаммерштейна. Решение его ищется методом последовательных приближений. Доказана сходимость метода и единственность полученного решения.

10 II 1978. В. И. Моссаковский, А. Б. Ковур (Днепропетровск) *Некоторые аспекты применения метода коллокации в контактных задачах теории упругости.*

Метод коллокации применен к исследованию контактных задач теории упругости для полуплоскости и полупространства. Преодолены специфические трудности, возникающие при построении коллокационного решения для контактных задач с известной, неизвестной и частично неизвестной границей области контакта. Приведены численные результаты, подтверждающие эффективность полученных приближенных решений.

10 III 1978. В. М. Александров, И. И. Кудиш (Москва) *Об асимптотическом решении контактных задач с учетом поверхностной структуры тел.*

Рассматривались плоские и осесимметричные контактные задачи для шероховатых тел, когда деформация микронеровностей является нелинейной функцией давления. Исследовались задачи с известной и неизвестной областью контакта. Указанные задачи сводятся к интегральным уравнениям второго рода с нелинейным внеинтегральным членом и некоторым дополнительным условиям. Исследование этих уравнений с малым или большим параметром при нелинейном члене произведено методами регулярных и сингулярных асимптотических разложений, позволившими в ряде случаев получить приближенные аналитические решения.

17 III 1978. Н. Р. Сибгатуллин, Н. А. Слезкин, Э. А. Сорокин (Москва) *Об устойчивости воздушной подушки с гибким ограждением.*

Рассматривалась нестационарная гидроупругая задача. Использовались уравнения теории Тимошенко — Кармана для равновесия кольцевой диафрагмы и уравнение изменения массы в баллоне при адиабатической зависимости давления от плотности. Установлены нелинейные уравнения изменения со временем высоты положения платформы аэростатической опоры и изменения расстояния от оси симметрии наименьшего зазора между диафрагмой и неподвижной плоскостью. Переход к уравнениям в вариациях позволяет получить характеристическое уравнение третьей степени и неравенства критерия устойчивости опоры по Гурвицу. Проверка выполнения этих условий проведена для ограниченного интервала значений параметров опоры. Отмечается удовлетворительное согласование графиков теоретических расчетов нейтральной кривой устойчивости и периода колебаний опоры с данными специально проведенных экспериментов.

31 III 1978. К. Г. Гулян (Ереван) *Некоторые контактные задачи о взаимодействии тонкостенных стрингеров с клиновидными упругими пластинами.*

Рассмотрены контактные задачи о передаче нагрузки от стрингера конечной и полубесконечной длины к одной или двум клиновидным упругим пластинам. В случае конечного стрингера исследование свелось к решению сингулярных интегрально-дифференциальных уравнений, которые при помощи аппарата ортогональных многочленов Чебышева и Якоби сводятся к эквивалентным квазивполне регулярным бесконечным системам алгебраических уравнений, а в случае полубесконечного стрингера к решению разностных функциональных уравнений для аналитических функций. Получены аналитические формулы для контактных напряжений и исследованы характер их особенностей в зависимости от угла раствора клиньев, а также от геометрических и упругих характеристик контактирующих пар. В ряде случаев проведен численный анализ, на основе которого изучены закономерности изменения компонент напряженно-деформированного состояния клиновидных пластин, усиленных стрингерами.

7 IV 1978. К. Л. Агаян (Ереван) *Исследование некоторых классов контактных задач о передаче нагрузки от стрингеров малой толщины к сплошным и ослабленным трещинами упругой бесконечной пластине и полосе.*

Исследованы контактные задачи о передаче нагрузки от стрингеров малой толщины к бесконечной пластине и полосе как сплошным, так и ослабленным трещинами. Рассмотрены также вопросы взаимодействия тонкостенных элементов в виде стрингеров с бесконечной пластиной и полосой, имеющих определенным образом ориентированные трещины. Прямолинейные стрингеры конечной длины, приваренные к поверхностям пластины или к краям полосы, трактуются как одномерные упругие континуумы. В математическом отношении задачи сводились к исследованию сингулярных интегро-дифференциальных уравнений или же систем сингулярных интегральных уравнений. Методом ортогональных многочленов Чебышева решение этих задач приводится к решению квазивполне регулярных бесконечных систем линейных уравнений. В ряде случаев осуществлена численная реализация обсуждаемых задач, по результатам которой для характерных механических величин построены графики и составлены таблицы.

21 IV 1978. Л. А. Галин (Москва) *Качение нагретого цилиндра по упругой полуплоскости.*

Известны эксперименты, когда нагретое тело (в данном случае цилиндр) катилось по холодному телу (здесь — упругая полуплоскость). При этом был установлен замечательный эффект: нагретое тело в течение длительного времени катилось самопроизвольно без приложения нагрузки. Дано объяснение и исследование этого явления. При этом имеет место эффект, как бы противоположный качению цилиндра по границе вязкоупругой полуплоскости. Там при качении перед цилиндром возникает деформация, которая создает момент, противодействующий перекачиванию. В случае же качения нагретого цилиндра деформация возникает позади цилиндра, и момент, наоборот, способствует перекачиванию. Цилиндр и полуплоскость состоят из различных материалов, причем различны упругие постоянные, коэффициенты линейного расширения и теплопроводности. Вводится подвижная система координат и находится поле температур, обусловленное источниками тепла, расположенными на площадке контакта, причем эта площадка перемещается с некоторой постоянной скоростью. Используется метод температурного потенциала. Для его нахождения необходимо получить решение уравнения Пуассона, в правой части которого будет найденное поле температур. Полное решение складывается из функции, удовлетворяющей уравнению Пуассона, и бигармонической функции, для нахождения которой нужно удовлетворить некоторым граничным условиям. При этом оказывается возможным найти скорость движения цилиндра.

**Семинар по механике оболочек и пластин**  
под руководством С. А. Алексева, А. А. Гольденвейзера, В. И. Феодосьева

8 VI 1977. П. А. Жилин (Ленинград) *Новый метод построения теории тонких упругих оболочек.*

Предлагается новый метод построения уравнений движения и определяющих уравнений тонких упругих оболочек, не требующий предположений о характере перемещений и напряжений в теле оболочки, а также о характере действующих на оболочку нагрузок. Вывод определяющих уравнений проводится на основе групповых методов теории симметрии.

В рамках метода доказаны теоремы единственности, взаимности и Клайперона, а также сформулированы вариационные принципы линейной теории оболочек.

26 X 1977. Д. И. Шерман (Москва) *О задаче Дирихле для двухсвязной области частного вида с локально сближенными границами.*

Как известно, решение такой задачи в целом сопряжено со значительными трудностями, возрастающими по мере сближения границ области. В связи с этим разработан метод асимптотического анализа явления в локальной зоне между крутовыми границами области, который может быть обобщен на случай области с более сложной формой границ и на многосвязные области.

16 XI 1977. И. Пацельт (Венгрия) *О вариационных принципах в теории упругости составных тел.*

Систематически рассмотрены вариационные принципы для упругих тел, составленных из элементов различного материала. Предполагается, что перемещения

и деформации малы; на поверхностях контакта модуль перемещений может претерпевать заданный разрыв непрерывности  $h$ .

На основе модифицированных вариационных принципов Рейсснера, стационарности дополнительной работы и др. выводятся функционалы, которые используются в теории конечных элементов при  $h=0$ . Далее формулируется новая «несогласованная модель напряжения» учитывающая  $h \neq 0$ .

21 XII 1977. А. П. Качалов (Ленинград) *Дифракция высокочастотной звуковой волны на выпуклой оболочке.*

Рассматривается задача о дифракции высокочастотной звуковой волны на тонкой выпуклой оболочке, помещенной в идеальную жидкость.

Принимается, что длина волны падающего возмущения много меньше характерного размера оболочки, но не слишком маленькая, чтобы можно было применить уравнения теории оболочек.

Сначала строится отраженное поле и соответствующие ему колебания оболочки. В окрестности границы свет-тьнь построенное решение перестает быть асимптотическим и для его описания используются интегралы Фока. В теневой части интегралы берутся по вычетам, тем самым определяется серия волн соскальзывания.

При некоторых условиях возникает поверхностная волна, затухающая по трассе очень медленно. Эта волна, проходя по теневой части оболочки, выходит на освещенную ее часть и дает дополнительный вклад в дифракционное поле.

28 XII 1977. Л. Н. Покровский (Москва) *Нелинейная теория мягких оболочек.*

Предложен вариант нелинейной теории мягких оболочек, основывающийся на идеях С. А. Алексеева. Деформации и смещения предполагаются малыми, но конечными. Выведены нелинейные уравнения мягкой оболочки в произвольной координатной системе координат, связанной с недеформированной поверхностью. Рассмотрен предельный случай мягкой оболочки, не способной воспринимать напряжения сдвига, и показано, что полученные уравнения переходят в уравнения сетчатой оболочки.

Получены нелинейные уравнения мягкой цилиндрической оболочки, находящейся под действием внутреннего давления, и рассмотрена задача об осесимметричных колебаниях такой оболочки.

15 II 1978. В. Н. Антонов (Москва) *Применение метода суммарных представлений при исследовании колебаний оболочек, соприкасающихся с жидкостью.*

Методом суммарных представлений Г. Н. Положего исследованы собственные колебания соосных цилиндрических оболочек, частично заполненных сжимаемой жидкостью. Установлено, что каждой возможной комбинации нормальных перемещений точек внутренней и наружной оболочек соответствуют две частоты собственных упругих колебаний, значения которых зависят от того, в одну или в разные стороны направлены перемещения в сходственных точках оболочек.

Получено численное решение задач о собственных колебаниях в жидкости полуэллиптической оболочки и цилиндрической оболочки с прямоугольными отверстиями, имеющими свободные и жестко защемленные края.

15 III 1978. А. М. Проценко (Москва) *Распространение волн по цилиндрической оболочке.*

Исследована асимптотика волновых уравнений осесимметричной задачи теории упругости для круглого стержня, цилиндрической полости и цилиндрической оболочки. Получены асимптотические формулы для фазовых скоростей в зависимости от волнового числа. Показано, что асимптотическая скорость длинных волн равна скорости распространения волн в стержнях. Построен оператор Грина для полубесконечной оболочки.

29 III 1978. И. Д. Грудев (Москва) *Уравнения теории упругости для толсто-стенных оболочек.*

Рассмотрены упругие оболочки, толщина которых сравнима с наименьшим радиусом кривизны срединной поверхности. Из уравнений теории упругости составлена система уравнений произвольного порядка без использования кинематических гипотез типа Кирхгофа — Лява. В первом приближении полученные уравнения совпадают с уравнениями классической теории оболочек.

В наиболее простом случае сделаны оценки разрешимости уравнений, из которых следует существование пограничных слоев разного порядка.

Решена задача о напряженном состоянии оболочки вращения, состоящей из двух коаксиальных цилиндров и тороидального доннышка. Результаты решения позволили численно оценить вклад линейных и нелинейных членов разложения.

12 IV 1978. А. Д. Шамровский (Запорожье) *Алгоритм поиска параметров асимптотического интегрирования в задачах теории пластинок.*

На примере дифференциальных уравнений статической теории упругости в декартовых координатах рассмотрен алгоритм поиска непротиворечивых показателей изменчивости и других параметров асимптотического интегрирования. Алгоритм позволяет произвести полную классификацию возможных наборов параметров, исходя из критерия минимального упрощения исходных уравнений, и допускает реализацию на ЭЦВМ. Применение алгоритма к указанным уравнениям позволило найти как все известные (найденные ранее А. Л. Гольдштейном) варианты упрощенных двумерных уравнений, соответствующих классической теории пластинок, так и ряд новых вариантов.

7 VI 1978. А. В. Булыгин (Казань) *Некоторые вопросы изгибания поверхностей и их приложение к теории тонких упругих оболочек.*

Рассматриваются оболочки, срединная поверхность которых или имеет излом, или касается плоскости по кривой линии (поверхности типа тора), причем последние детально изучаются. Вводятся особые нерегулярные изгибания поверхности (например функция прогиба может иметь логарифмическую особенность или разрыв первого рода), обладающие лишь тангенциальной непрерывностью — квазиизгибания. С помощью введенного понятия анализируется механика работы оболочек. Для оболочек типа тора показано, что их уравнения упругого равновесия, помимо интегралов обычного вида (безмоментных, чисто моментных и простых краевых эффектов), имеют особые интегралы, тесно связанные с квазиизгибаниями, названные интегралами внутреннего краевого эффекта. Решен ряд задач статики, устойчивости колебаний тороидальных оболочек.

14 VI 1978. В. Л. Бердичевский (Москва) *Вывод нелинейной теории оболочек из трехмерной теории упругости.*

Уравнения нелинейной теории оболочек получены вариационно-асимптотическим методом. В общем случае физической и геометрической нелинейности, анизотропии и неоднородности построена теория первого приближения. При дополнительных условиях изотропии, однородности и физической линейности получены три следующих приближения с учетом поправок порядка  $h_*$  ( $h_* = h/R$ ,  $h$  — толщина,  $R$  — характерный радиус кривизны)  $h_*$  и  $h_{**}$  ( $h_{**} = h/l$ ,  $l$  — масштаб деформации) и  $h_*$  и  $h_{**}^2$ .

**Семинар по динамике сплошной среды**  
под руководством Н. В. Зволинского, Г. С. Шапиро, С. С. Григоряна

14 XI 1977. Е. Н. Веденянин (Москва) *Численное решение динамических задач упругопластического течения металлов.*

Проведено численное исследование переходных волновых процессов в твердом теле с помощью метода характеристик, предложенного В. Н. Кукуджановым.

Анализируются особенности построения корректной разностной схемы на границе контура, в угловых точках и т. п. Особо рассмотрен случай неограниченного решения в некоторой точке границы области и предложены эффективные алгоритмы расчета. Исследуются модели упругопластической среды с деформационным и скоростным упрочнением, выполнен их сравнительный анализ. Рассматривается влияние температурных факторов.

Получено решение ряда осесимметричных и плоских задач для тел сложной геометрической формы, представляющих значительный научный и практический интерес.

28 XI 1977. А. А. Золотарев (Ростов-на-Дону) *Развитие корабельных волн в вязкой жидкости.*

В линейной постановке рассматривается задача о развитии поверхностных возмущений в вязкой несжимаемой жидкости бесконечной глубины, вызванных равномерным и прямолинейным перемещением по свободной поверхности системы нормальных напряжений.

Возвышение свободной поверхности жидкости, полученное методом интегральных преобразований, исследуется асимптотически для больших и малых времен. Построено асимптотическое разложение решения для переднего фронта корабельных волн, переходящее при исчезающей вязкости в соответствующее решение идеальной жидкости. Определены также асимптотики поверхностных возмущений, характеризующие процесс зарождения и развития как систем продольных и поперечных волн, так и границы корабельного следа. Показано, что последние формулы переходят в известные решения идеальной жидкости лишь при определенном соотношении вязкости и времени.

5 XII 1977. Л. Г. Еременко (Ростов-на-Дону) *Волновое сопротивление вязкой жидкости движению поверхностных нормальных напряжений.*

В линейной постановке рассматривается плоская задача о волновом сопротивлении вязкой жидкости бесконечной глубины равномерному движению системы поверхностных нормальных напряжений. Волновое сопротивление определяется интегралом Л. Н. Сретенского. Возвышение свободной поверхности получено методом интегральных преобразований. В отличие от работы Л. Н. Сретенского, в которой решение представлялось рядом по степеням вязкости, в данной работе разложение решения проводится по степеням некоторого выражения, модуль которого меньше единицы. Найдено асимптотическое решение в случае произвольной вязкости. При исчезающей вязкости получены известные решения. Показано, что полученные формулы переходят в известные решения для идеальной жидкости лишь в неустановившемся режиме.

19 XII 1977. Л. А. Толоконников (Тула) *О дифракции звуковых волн на эллипсоидах вращения.*

Рассматриваются задачи дифракции звуковых волн на эллипсоидах вращения в идеальной жидкости. С помощью интегральных соотношений между цилиндрическими бесселевыми и волновыми сфероидальными функциями найдено решение задачи дифракции цилиндрической волны на абсолютно мягком и жестком эллипсоидах. Определен закон колебаний эллипсоида под действием падающей волны. Получены решения задач о рассеянии плоской волны на движущихся с дозвуковой скоростью мягком и жестком эллипсоидах. Решена задача о дифракции плоской волны на двух эллипсоидах вращения.

Исследуется влияние вязкости жидкости на рассеяние звуковых волн эллипсоидами вращения. Методом возмущений решена задача о рассеянии плоской волны на эллипсоиде с малым эксцентриситетом. Рассмотрено распространение звука в вязкой среде, содержащей эллипсоидальные частицы, и определены эффективные параметры такой неоднородной среды.

9 I 1978. М. А. Гринфельд (Москва) *Распространение слабых ударных волн в нелинейно-упругой среде.*

Применяемый метод исследования сингулярных поверхностей состоит в использовании бесконечной совокупности тождеств, получаемых с помощью динамических геометрических и кинематических условий совместности. В случае слабого разрыва эта совокупность тождеств оказывается рекуррентной,  $M$  первых соотношений системы описывают изменение  $M-1$  первых ненулевых векторов разрыва. В случае ударных волн в нелинейно-упругой среде рекуррентность определяющей системы нарушается, однако она вновь возрождается в каждом порядке последовательных приближений при нахождении решения в виде рядов по малому параметру, характеризующему масштаб интенсивности слабой ударной волны в начальный момент. Метод в первом приближении приводит к законам изменения интенсивности, отличающимся от предсказываемых линеаризованными теориями, но согласующимися с результатами, полученными Л. Д. Ландау для сжимаемой жидкости Крюссара, и с помощью теории коротких волн.

23 I 1978. Б. А. Друянов (Москва) *Динамическая задача о распространении деформации в упрочняющихся жестко пластических телах.*

Рассматривается неустановившееся динамическое течение изотропно упрочняющихся жесткопластических тел, подчиняющихся условию пластичности Треска или

Мизеса. За параметр упрочнения принимается параметр Оджвиста. Исследуется вопрос существования волны слабого разрыва. Показано, что у жесткопластической границы возможен скачок максимальной скорости сдвига. При этом ее скорость распространения равна  $\sqrt{\kappa/\rho}$  ( $\kappa$  — локальный пластический модуль,  $\rho$  — плотность). Сильные разрывы скорости возможны только при линейном законе упрочнения.

6 II 1978. Г. В. Смирнов (Минск) *Расчеты двумерных течений металлов при косых соударениях пластин.*

Численно решены задачи о взаимодействии бегущей детонационной волны либо с пакетом пластин, либо с пластинкой, ударяющей по слою металла, который рассматривается в гидродинамическом приближении с уравнением состояния Ми — Грюнайзена. Пластины предполагаются несжимаемыми, а волновое поле в политропном газе и металле рассчитывается либо методом характеристик, либо сквозным счетом по методу Годунова.

Рассмотрена также упругопластическая задача о соударении плит из разнородных материалов с целью качественного и количественного анализа влияния параметров соударения и краевых условий на зоны растягивающих напряжений.

20 III 1978. М. А. Галахов (Москва) *Теория смазки упругих тел и расчет опор качения.*

Изложены положения упругодинамической теории смазки, постановки стационарных задач о смазке упругих тел. Смазка рассматривается как нелинейная максвелловская среда. Учтены распространение тепла, влияние касательных напряжений, зависимость вязкости смазки от давления и температуры. Проведено численное решение одномерной изотермической задачи и ее асимптотическое исследование при недостаточной смазке. Предложен метод решения одномерной неизомермической задачи. Учтено влияние кривизны цилиндров и толщины упругого основания на функцию Грина для перемещений поверхностей. Обоснована допустимость использования функции Грина для полуплоскости при решении задачи о толщине пленки. Получены формулы для толщины пленки при качении цилиндра и шара, формулы для напряжений трения и температуры пленки. Результаты применены к исследованию механики шариковых подшипников. Разработаны прикладные программы расчета.

3 IV 1978. А. А. Космодемьянский (Москва) *О существовании волны разгрузки.*

Как известно, существование волны разгрузки вытекает из существования решения у системы функциональных уравнений специального вида. В предположении, что диаграмма напряжение — деформация материала выпукла вверх, доказано существование решения у такой системы с нужными свойствами. С помощью общей теоремы исследуется форма волны разгрузки. Подробно рассмотрена задача о мгновенном приложении к концу стержня импульса давления. Для этого случая устанавливается время существования сильной волны разгрузки в зависимости от величины приложенного давления. Выписываются аналитические формулы, дающие уравнение волны разгрузки после распада сильной волны. Описан графоаналитический способ определения асимптоты к волне разгрузки.

17 IV 1978. И. В. Симонов (Москва) *Движущаяся нагрузка на слое идеально уплотняющегося материала при условии нерегулярного отражения ударной волны от жесткого основания.*

Модельная задача о движущейся по слою импульсивной нагрузке в режиме с образованием косой ударной волны сведена к решению функционального уравнения для определения неизвестной линии фронта. Алгоритм решения и последующего расчета поля давлений реализован в численной программе. Анализ расчетных данных позволил сделать ряд важных качественных выводов о затухании волны и поведении решения вблизи фронта.

24 IV 1978. А. Н. Ковшов (Москва) *О дифракции упругой волны на полости. Численное решение.*

С применением разностной схемы второго порядка точности построено численное решение задач о дифракции продольной упругой волны на сферической и цилиндрической полости. Детально обследованы динамические поля напряжений около полостей. Методика позволяет применять метод установления и получить решение соответствующих статических задач.

22 V 1978. Н. А. Веклич, Б. М. Малышев (Москва) *Динамическое взаимодействие упругих пластин с идеальной несжимаемой жидкостью.*

Приводятся результаты теоретического и экспериментального исследований. Получено точное решение задачи об ударе по жесткому прямоугольному сосуду, наполненному жидкостью. Для плоской задачи о взаимодействии упругой «плотины» с жидкостью в полубесконечном канале предложен новый вариант уравнения колебаний плотины. При воздействии «землетрясения» на плотину получено решение задачи в виде разложения прогибов плотины в ряд по собственным ортогональным функциям. Решены плоские задачи об ударе по упругой пластине, находящейся на поверхности жидкости и осесимметричная задача об ударе по упругому диску на поверхности жидкости. Разработана методика и программа для решения на ЭВМ соответствующих нестационарных задач. Экспериментальные данные для присоединенной массы ограниченного прямоугольного сосуда и для нескольких первых собственных частот плотины постоянной толщины и диска находятся в удовлетворительном согласии с предсказаниями теории.

5 VI 1978. Ю. К. Энгельбрехт (Таллин) *О волновых процессах в нелинейных средах.*

На базе нелинейных математических моделей твердой деформируемой среды исследуются нелинейные волновые процессы деформации, которые возбуждаются краевым воздействием типа импульса конечной длины. Развита лучевой метод для нелинейных волн с расчленением волнового процесса на отдельные связанные волны. Амплитуды отдельных волн определяются из решений соответствующих отдельных уравнений переноса или их системы. Такой подход позволяет учесть связанность отдельных волн и возникновение ударных волн при гладких краевых условиях. В последнем случае проведен также анализ устойчивости разрыва. Изучены задачи связанности одномерных продольной и поперечной волн в сплошной среде и в тонкой пластинке, задачи связанности одномерных продольных волн в неоднородной среде, задачи учета дифракционной расходимости направленного пучка.

**Семинар по механике систем твердых тел и гироскопов  
под руководством А. Ю. Ишлинского, Д. М. Климова, Е. А. Деянина**

9 I 1978. М. Ф. Диментберг, А. И. Меняйлов (Москва) *Случайные колебания одномассовой виброударной системы.*

Исследуются колебания линейной одномассовой системы с симметричными жесткими ограничителями под действием случайных возмущений типа белого шума. При помощи специального негладкого преобразования уравнение движения системы приведено к виду, не содержащему дельта-функций. Для случая коэффициента восстановления  $r=1$  получено точное решение стационарного уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова (ФПК), соответствующего преобразованному уравнению движения; из этого решения найдена совместная плотность обобщенной координаты и скорости. В общем случае  $r < 1$  задача исследуется при помощи асимптотического метода усреднения уравнения для энергии за период соответствующей консервативной системы. Из решения уравнения ФПК, соответствующего укороченному уравнению для энергии, найдена зависимость в виде квадратур для стационарной плотности вероятности энергии.

16 I 1978. В. П. Ильчанинов (Уфа) *Динамика трехстепенного гироскопа в кардановом подвесе на вращающемся основании.*

Рассматривается движение трехстепенного гироскопа, установленного на вращающемся по произвольному закону основании. На основе решения нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами для больших углов поворотов колец получены выражения угловых скоростей ухода главной оси гироскопа в инерциальном пространстве, происходящего вследствие инерционности колец карданова подвеса. Предложен способ компенсации выявленных уходов.

Изучается влияние упругих моментов и сил сопротивления на движение гироскопа во вращающемся подвесе. Нелинейные дифференциальные уравнения решаются методом осреднения по нескольким частотам, развитым Н. В. Бутениным.



16 I 1978. В. П. Ильчанинов, В. Г. Терешин (Уфа) *О влиянии принудительного вращения на динамику двухстепенного гироскопа и физического маятника.*

Рассматривается поведение двухстепенного гироскопа и физического маятника, установленных на равномерно вращающемся основании, так что между их выходными осями и осью вращения основания имеется некоторый произвольный угол. Решение нелинейных уравнений движения гироскопа и маятника находится методом Гамильтона – Якоби, выражено через эллиптические функции и является справедливым при любых начальных условиях и для любых промежутков времени. Приведено выражение, характеризующее фазовые траектории возможных одномерных периодических движений: либрации и ротации. Исследована устойчивость движения двухстепенного гироскопа и физического маятника. Частота собственных колебаний подвижной части гироскопа и маятника определяется не только параметрами самого измерителя, но также псевдоупругими силами, возникающими при вращении основания, и зависит от угла между выходной осью измерителя и осью принудительного вращения основания.

13 II 1978. В. Е. Езовских (Москва) *Метод негладких преобразований для виброударных задач с подвижными ограничениями.*

Предлагается и обосновывается негладкая замена переменных, приводящая к исчезновению в правых частях уравнений движения виброударных систем с нестационарными связями членов, содержащих функции с разрывами второго рода, обусловленными ударным взаимодействием с ограничением. В результате применения этого преобразования облегчается использование приближенных методов, таких, как метод осреднения. Решен ряд характерных задач о движении точки в зазоре: с вязким трением, с гармонической вынуждающей силой, при наличии упругой связи. Приводятся некоторые обобщения метода на случай нескольких независимых переменных и на случай отличного от единицы коэффициента восстановления при ударе.

27 II 1978. Л. Г. Лобас (Киев) *Новый способ вывода уравнений Аппеля и Лагранжа.*

Предлагается единообразный способ вывода уравнений Аппеля и Лагранжа второго рода, отличный от классического.

27 II 1978. Л. Г. Лобас (Киев) *Неголономная система, моделирующая качение трицикла по плоскости.*

Выведены в общем случае уравнения движения трицикла, в линейной постановке рассмотрена устойчивость по Ляпунову движения с постоянной скоростью и техническая устойчивость при движении с переменной скоростью. Построены области устойчивости прямолинейного движения трицикла с квазиупругими колесами в предположениях гипотезы увода в задаче о шимми носового колеса. Рассмотрена устойчивость качения тора по клотоиде при реализации классических неголономных связей. Сформулированы гипотезы качения упругого тела, приводящие к уравнениям неголономных связей и описывающие криволинейное движение с любой скоростью по траектории произвольной кривизны. В качестве иллюстративного рассмотрен пример кругового качения диска с упругим пневматиком. Построена область устойчивости по Ляпунову на плоскости: радиус окружности – скорость движения.

27 III 1978. А. Л. Жупиев, Ю. В. Михлин (Днепропетровск) *Устойчивость и бифуркации нормальных колебаний нелинейных консервативных систем.*

Рассмотрены нелинейные консервативные системы, допускающие нормальные формы колебаний. В качестве модельной принята система, потенциал которой является однородной четной функцией координат. Задача устойчивости нормальных колебаний формулируется как задача на собственные значения уравнений в вариациях. Получены простые соотношения для определения точек смены устойчивости, которые на основании теории Флоке – Ляпунова являются одновременно точками бифуркации. Исследованы типы периодических решений, ответвляющихся от решений в нормальных формах. Рассмотрена зависимость числа форм колебаний и их устойчивости от асимметрии механических характеристик системы двух связанных осцилляторов. Полученные результаты допускают обобщение на неоднородные системы.

10 IV 1978. Л. В. Гойхман (Москва) *Механизм волнообразования на поверхности качения контактирующих тел.*

Рассматривается задача о периодическом ударном взаимодействии подвижной нагрузки, имеющей внутренний источник продольных возмущений, с балкой на упругом основании. Результат взаимодействия является импульсным процессом с детерминированным тактовым интервалом. Движение балки, нагруженной вертикальной и горизонтальными пульсирующими силами, описывается уравнением Матвея с правой частью.

Показано, что внутри тактового интервала при наличии когерентных источников наряду с бегущими изгибными образуются амплитудно-модулированные стоячие волны. Найдены условия установления амплитуд. Приводятся результаты экспериментальной проверки.

15 V 1978. Г. М. Виноградов, А. В. Збруцкий, М. А. Павловский, В. И. Шабатов (Киев, Москва) *Влияние пространственных движений основания на динамику динамически настраиваемых гироскопов.*

Исследуется влияние нелинейностей, обусловленных особенностями кинематики подвеса гироскопа и несовершенной упругостью материала торсионов на точность динамической настройки.

Отмечается, что при угловой вибрации в случае динамической неустойчивости системы при главном и комбинационных резонансах гистерезисное трение, обусловленное несовершенной упругостью материала торсионов, является основной причиной ограничения амплитуды колебаний. Приводятся условия динамической неустойчивости и амплитуды нелинейных колебаний. Показано, что поступательная вибрация и ускорения основания и вызываемые ими прогибы торсионов оказывают влияние на их угловую жесткость, точность динамической настройки и динамическую устойчивость гироскопа. Рассматривается влияние неравномерности торсионов упругого подвеса при поступательной вибрации основания на погрешности прибора.

22 V 1978 В. Ф. Журавлев, С. Е. Кухтевич (Москва) *Об устойчивости вращающегося аппарата с одноканальной системой стабилизации.*

Динамика аппарата описывается системой двух линейных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами. Матрица коэффициентов переменной части является ортогональной. Построены точные границы области устойчивости в пространстве параметров.

#### Семинар по теории оптимального управления движением под руководством Ф. Л. Черноусько, Г. К. Пожарицкого

9 II 1978. А. А. Любушин (Москва) *О применении метода усреднения к задачам оптимального управления.*

Рассматриваются некоторые вопросы оптимального управления системами, приведенными к виду с вращающейся фазой, причем частота фазы зависит от вектора медленных переменных (существенно нелинейный случай). Рассматривается частный случай, когда для нахождения приближенного решения задачи можно усреднять по явно входящей быстрой фазе. В общем случае предлагается алгоритм, позволяющий найти управление, минимизирующее функционал с погрешностью порядка  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$  — малый параметр), в виде функции от быстрой фазы.

16 II 1978. А. М. Самсонов (Ленинград) *Необходимые условия оптимальности в задачах проектирования упругих пластин с ребрами жесткости.*

Рассмотрены некоторые задачи оптимального проектирования пластин с ребрами жесткости — упругими тонкими стержнями, жестко спаянными с пластиной. В статической задаче получено необходимое условие стационарности интеграла от некоторой функции прогиба пластины при управлении положением замкнутого ребра. Показано, что скорость изменения функционала при варьировании зависит от направления вращения ребра.

В задаче выбора оптимального распределения изгибной и крутильной жесткостей ребра получены необходимые условия стационарности и условия типа Вейерштрасса.

са. Рассмотрены функционалы, не зависящие от производных прогиба пластины, и энергетические функционалы.

В задаче максимизации основной частоты колебаний пластины с ребром при управлении жесткостями и данном объеме конструкции доказано, что стационарное распределение управлений удовлетворяет условию типа Вейерштрасса.

23 II 1978. В. В. Кулагин (Ленинград) *Некоторые задачи оптимальной амортизации.*

Для системы амортизации с одной степенью свободы рассмотрена задача синтеза оптимального управления (характеристики амортизатора), минимизирующего максимальное отклонение. Предложен подход к приближенному решению задачи, основанный на замене исходной задачи некоторой эквивалентной минимаксной задачей с последующей аппроксимацией ее конечномерной задачей о минимаксе.

Описаны множества начальных данных и внешних воздействий, для которых характеристика типа сухого трения является оптимальной или приближенно оптимальной.

Рассмотрена одна задача об оптимальном амортизаторе в игровой постановке.

2 III 1978. Н. В. Баничук (Москва) *Об оптимальной анизотропии скручиваемых упругих стержней.*

Рассмотрено кручение упругого стержня из локально ортотропного материала, имеющего в каждой точке плоскость упругой симметрии, нормальную к оси стержня. Сформулирована задача максимизации крутильной жесткости стержня за счет оптимального ориентирования осей ортотропии в каждой точке его поперечного сечения. Получено условие стационарности функционала, связывающее значения углов наклона осей ортотропии с функцией напряжений, и проведен анализ стационарных режимов распределения упругих модулей. Выделены направления с большим и меньшим модулем сдвига. Доказано, что полученные условия оптимальности являются не только необходимыми, но и достаточными. При помощи этих условий отыскание функций напряжений и распределения углов наклона осей ортотропии оптимального стержня сведено к решению задачи о кручении изотропного однородного стержня. Оценен выигрыш, получаемый за счет оптимизации, и приведены конкретные примеры распределений упругих модулей в скручиваемых стержнях.

Исследована также задача совместной оптимизации формы стержня и анизотропных свойств материала. Показано, что оптимальная форма поперечного сечения стержня при оптимальном распределении упругих модулей совпадает с формой сечения изотропного стержня, обладающего максимальной крутильной жесткостью.

9 III 1978. В. В. Стрыгин (Куйбышев) *Асимптотические и качественные методы исследования колебаний сингулярно возмущенных систем вблизи границ области устойчивости.*

В докладе выделены два класса сингулярно возмущенных систем. Для первого, характеризуемого многообразием стационарных положений, развивается метод интегральных многообразий, исследуются критические случаи устойчивости и анализируется проблема бифуркации интегральных многообразий. В частности, для малых автоколебаний, рождающихся из положения равновесия, предложен алгоритм их отыскания. Для второго класса — уравнений с запаздыванием — доказано, что «смена устойчивости» положения равновесия является необходимым и достаточным условием бифуркации малых автоколебаний. Для отыскания нелокальных автоколебаний развиваются проекционные методы. В качестве приложений рассмотрена проблема стабилизации вращающихся тел с помощью пассивных демпферов и проблема обоснования прецессионной теории гироскопических систем.

16 III 1978. А. А. Зевин (Днепропетровск) *Накопление возмущений в нелинейных системах второго порядка.*

Рассматриваются некоторые задачи о накоплении возмущений в системе, описываемой скалярным дифференциальным уравнением второго порядка с ограниченным по абсолютной величине управлением — возмущением. Максимизируемый функционал определяется экстремальными значениями координаты или скорости на конечном интервале времени  $[0, T]$ .

Показано, что в диссипативных системах предельным является периодическое решение, соответствующее управлению, доставляющему правой части дифференци-

ального уравнения максимум или минимум при положительной или отрицательной скорости соответственно.

В задаче о накоплении периодических возмущений выявлены некоторые общие свойства оптимального управления, и исследована зависимость максимума функционала от периода колебаний. Установлено число переключений оптимального управления в зависимости от соотношения между периодами искомого и предельного (при  $T \rightarrow \infty$ ) решений.

Полученные результаты позволяют решать задачи об оптимальном возбуждении периодических колебаний в нелинейных системах второго порядка, а также вычислять верхние оценки амплитуд колебаний неавтономных систем по заданным характеристикам возмущающего воздействия.

23 III 1978. В. Л. За к (Москва) *Об одной задаче уклонения от многих преследователей.*

Ф. Л. Черноушко была поставлена задача об уклонении безынерционной управляемой точки, скорость которой ограничена по абсолютной величине, от любого числа безынерционных преследующих точек, скорости которых также ограничены по величине и строго меньше предельно допустимой скорости уклоняющейся точки. Было построено управление, обеспечивающее уклонение, причем уклоняющаяся точка оставалась в окрестности номинальной прямолинейной траектории.

Решается задача, являющаяся обобщением задачи Ф. Л. Черноушко. Рассматривается движение одной уклоняющейся безынерционной точки  $E$  и  $n$  преследующих безынерционных точек в  $m$ -мерном пространстве. Скорости всех точек выбираются из выпуклых компактов. Предполагается, что множество допустимых скоростей точки  $E$  шире, чем у каждой из преследующих точек. Номинальное движение точки  $E$  состоит в скольжении по заданному лучу с максимальной скоростью. Построено кусочно-программное управление точкой  $E$ , такое, что, оставаясь в заданной окрестности номинального движения,  $E$  избегает точной встречи со всеми преследователями на бесконечном интервале времени. Дана оценка снизу минимального расстояния точки  $E$  от всех преследующих точек.

30 III 1978. С. В. Чистяков (Ленинград) *Последовательные методы решения игровых задач преследования с ограниченной продолжительностью.*

Рассматриваются две игровые задачи преследования с ограниченной продолжительностью: игра сближения в заданный момент времени и игра на перехват. Для этих задач предложены методы последовательных приближений функции значения. Установлена их равномерная сходимость к функции значения на любом ограниченном пространстве состояний игры. На основе этих методов предложены способы построения максимизирующих последовательностей стратегий, а в случае конечной сходимости соответствующих методов предложены и способы построения оптимальных стратегий. Тем самым одновременно получены и новые конструктивные теоремы существования решения рассматриваемых игр. В форме решений выведенных функциональных уравнений получены необходимые и достаточные условия того, чтобы заданная функция была функцией значения рассматриваемых игр. Метод исследования позволяет преодолевать принципиальные трудности отыскания решения нерегулярных игровых задач динамики. Приводятся иллюстрирующие примеры.

6 IV 1978. Г. К. П о ж а р и ц к и й (Москва) *Игра сближения объектов с разногиперными двигателями.*

Рассматривается игровая задача сближения двух объектов, неуправляемое движение которых описывается системой линейных дифференциальных уравнений. Управление одного из игроков органичено по абсолютной величине, а на управление другого наложено ограничение интегрального типа (импульсное ограничение). Функционалом является расстояние между объектами в заданный момент времени. Построены оптимальные управления и цена игры во всем пространстве позиций.

13 IV 1978. Л. М. Беркович, М. Л. Нечаевский (Куйбышев) *Об интегрируемости задачи Мещерского — Леви-Чивита и некоторых ее обобщений.*

Рассматривается уравнение Мещерского — Леви-Чивита, описывающее движение тела с переменной массой в ньютоновском гравитационном поле. Исследуется вопрос

о возможности сведения этого уравнения к линейному с помощью преобразования переменных. Показано, при каких законах изменения массы это возможно. Приводится общий вид нелинейного нестационарного дифференциального уравнения второго порядка, приводимого к линейному стационарному уравнению.

27 IV 1978. К. И. Науменко (Киев) *Оптимальное управление линейной системой с запаздываниями в управляющих воздействиях.*

Рассматривается задача оптимального управления нестационарной линейной системой с интегральным квадратичным функционалом при наличии запаздываний в управлениях. Введением сопряженной переменной задача синтеза оптимального закона управления сводится к исследованию двухточечной краевой задачи, и закон управления определяется из решения соответствующего уравнения Риккати. Предлагаемый метод позволяет получить решение как на конечном, так и на бесконечном интервале времени.

4 V 1978. А. С. Братусь (Москва) *Приближенный синтез оптимального управления параболическими системами.*

Рассматривается задача синтеза оптимального управления системой, описываемой уравнением в частных производных параболического типа, с терминальным функционалом. Предлагается приближенный метод решения этой задачи. Искомое управление в форме синтеза может быть получено аналитически, если известна функция Грина соответствующей краевой задачи. Получены оценки погрешности метода. Приведены примеры.

11 V 1978. И. П. Ченцов (Киев) *Применение градиентных методов к задачам оптимального управления разрывными процессами.*

Рассматриваются вопросы применения численных методов типа градиентных к решению некоторых задач оптимального управления с разрывными траекториями, которые сводятся к конечномерным задачам математического программирования. Указывается рекуррентный метод вычисления градиента функционала, заданного на разрывной траектории, для задач с управляемыми и неуправляемыми скачками. Предлагается способ определения градиента для задачи оптимального управления разрывным процессом, когда она решается в классе ступенчатых функций. Рассматривается также задача программного управления случайным процессом с управляемыми и неуправляемыми скачками, которые задаются конечно-разностными уравнениями. Эта задача решается методом стохастического квазиградиента, причем при вычислении квазиградиента не используется сопряженная система.

18 V 1978. Г. К. Пожарицкий (Москва) *Игровые задачи для систем с сухим трением.*

Рассматривается игровая задача управления системами с сухим трением, когда один из игроков (минимизирующий) может изменять модуль силы трения, а на управление второго наложены ограничения интегрального (импульсного) типа. Определена цена игры на время до «мягкой» встречи при движении игроков по прямой. Решена аналогичная задача в случае, когда управление минимизирующего игрока ограничено по абсолютной величине, и оба игрока управляют одной и той же точкой, а также игровая задача об успокоении маятника, если максимизирующий игрок управляет трением в подвесе.

Рассмотрена игровая задача о сближении двух точечных объектов. На управление минимизирующего игрока наложено ограничение интегрального (импульсного) типа, а на другой объект действует сила сухого трения, модулем которой можно управлять. Функционалом является расстояние в фиксированный момент времени. Показано существование эвивокальной поверхности. Для всех рассмотренных задач определены оптимальные управления в форме синтеза и цена игры.

25 V 1978. А. А. Меликян (Москва) *Оптимальный синтез в минимаксной задаче многоимпульсной коррекции движения.*

Рассмотрена динамическая система, подверженная действию помех, ограниченных по величине. Отклонение, вызванное помехами, корректируется заданным конечным числом импульсов, ресурс которых ограничен. Отыскивается оптимальный

(в смысле минимизации некоторого функционала) способ подачи корректирующих импульсов. Решение задачи строится в виде синтеза, элементами которого являются некоторые «сигнальные» поверхности в фазовом пространстве, по достижении которых следует подавать корректирующий импульс. Применение метода динамического программирования приводит к краевой задаче с неизвестной границей. Получены необходимые условия оптимальности, позволяющие выделить границу, которая является искомой сигнальной поверхностью. Эти условия вместе с известными соотношениями метода динамического программирования образуют полную систему необходимых условий оптимальности, позволяющую решить поставленную задачу. С помощью предложенного подхода в явном виде решена конкретная задача оптимального управления, допускающая переход к автономному режиму.

1 VI 1978. В. К. Горбунов (Фрунзе) *Метод параметризации задач оптимального управления.*

Предлагается метод сведения задач оптимального управления с терминальными условиями к конечномерным. В отличие от известных приемов разностных аппроксимаций, здесь сохраняются дифференциальные уравнения.

Для редуцированной конечномерной задачи получены конечные соотношения, сводящие вычисления частных производных (первых и вторых) к решению задачи Коши для исходной и сопряженной систем. Для вычисления вторых производных используются «матричные импульсы», введенные Р. Габасовым и Ф. М. Кирилловой в теорию особых управлений. Получены необходимые условия оптимальности, обобщающие принцип максимума Л. С. Понтрягина для процессов с параметрами. Эти условия имеют вид системы нелинейных уравнений и неравенств и могут быть использованы для решения редуцированной задачи.

13 VI 1978. У. Пилки (США) *Задачи оптимального проектирования динамических систем.*

Изложены некоторые принципы организации в США вычислительных работ на ЭВМ при решении проблем расчета характеристик и оптимизации сложных динамических систем.

Изложен подход автора к решению задач оптимизации параметров механических систем с конечным числом степеней свободы. Сначала решается вспомогательная задача о программном оптимальном управлении системой, в которой характеристика оптимизируемого узла, описываемая функцией фазовых координат и параметров, заменяется управлением, зависящим только от времени. Решение этой задачи дает информацию о предельных возможностях исследуемой системы. Затем вместо фазовых координат в функцию, описывающую динамические свойства оптимизируемого узла, подставляется фазовая траектория оптимального программного движения, и производится минимизация по параметрам нормы отклонения характеристики узла от программного управления. Такой подход отличается от традиционных методов параметрической оптимизации тем, что не требует интегрирования уравнений движения на каждом шаге итерационной процедуры поиска минимума оптимизируемого функционала, однако требует знания программного управления и соответствующей ему фазовой траектории.

15 VI 1978. В. М. Мамалыга (Москва) *Построение синтеза оптимального по быстродействию управления колебательной системой.*

Рассматривается вопрос об оптимальном по быстродействию управлении движением точки подвеса маятника вдоль горизонтальной прямой, обеспечивающем его перемещение из произвольного состояния на заданное расстояние с полным гашением колебаний. На скорость точки подвеса накладывается ограничение в виде неравенства общего вида. Предложен алгоритм построения синтеза. Приводятся соотношения, которые с точностью до периода колебаний дают оценку оптимального времени процесса, что позволяет до решения задачи синтеза судить о времени оптимального процесса. Аналитически рассчитан квазиоптимальный режим управления, максимальное отличие которого по функционалу от оптимального процесса не превосходит периода колебаний. Предложен способ коррекции движения для данной системы. Рассмотренная задача важна в связи с исследованием и автоматизацией режимов работы подъемно-транспортных установок (мостовых кранов).