МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1978

УДК 531.55:521.1

МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕЕЙ

В. С. ХОРОШИЛОВ

(Днепропетровск)

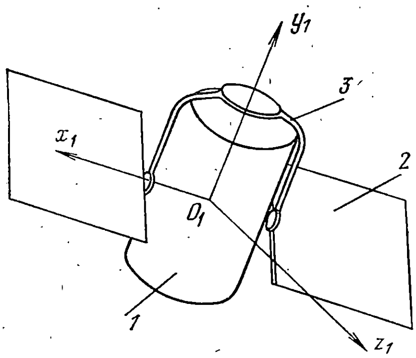
Рассматривается задача о геоцентрической стабилизации космического аппарата с управляемой солнечной батареей, движущегося по круговой орбите. Расчетная модель аппарата представлена в виде абсолютно жесткого тела – контейнера с упруго связанными с ним посредством сферических шарниров панелями солнечной батареи (недеформируемыми стержнями). Полагается, что элементы связей панелей с контейнером обладают демпфирующей способностью.

Выводятся уравнения вращательного движения деформируемого космического аппарата. Используется лагранжева форма уравнений. Получены приближенные уравнения движения относительно центра масс аппарата с деформируемыми элементами конструкции в предположении малости движений контейнера и деформаций панелей.

Уравнения позволяют исследовать процессы колебаний панелей солнечной батареи и контейнера, а также могут быть использованы при изучении устойчивости деформируемых космических аппаратов.

1. Рассматривается космический аппарат типа искусственного спутника Земли «Метеор», ориентируемый на центр Земли. Компоновка его изображена на фигуре, где обозначено: *1* — корпус космического аппарата, *2* — панель солнечной батареи, *3* — траверса.

На таких космических аппаратах при произвольном расположении Солнца относительно плоскости орбиты для непрерывной ориентации панелей солнечной батареи перпендикулярно вектору направления на Солнце необходим поворот солнечной батареи относительно корпуса космического аппарата вокруг двух взаимноперпендикулярных осей O_1x_1 и O_1y_1. Иногда оказывается достаточным обеспечить поворот панелей только относительно оси O_1y_1.



Ряд публикаций, например [1, 2], посвящен уточнению динамической модели космических аппаратов с учетом упругих колебаний деформируемых элементов.

В предлагаемой работе рассматривается движение деформируемого аппарата в предположении геоцентрической стабилизации. Для варианта компоновки космического аппарата типа объекта «Метеор» описываются колебания деформируемых элементов относительно их положений равновесия, соответствующих недеформированному состоянию.

Будем изучать случай движения космических аппаратов по круговой орбите с угловой скоростью ω. Влиянием возмущающих факторов пренебрегаем.

Следует отметить, что при рассмотрении медленно вращающихся (колеблющихся) космических аппаратов, например гравитационно-стабилизированных, наибольший интерес представляют колебания солнечной батареи, соответствующие низким частотам. При этом, если размеры панелей солнечной батареи относительно небольшие, то их, так же как и корпус космических аппаратов, условно можно считать жесткими, а гибкой принять только траверсу (фигура). Тогда расчетная модель аппарата будет представлять собой абсолютно жесткое тело с упруго связанными с ним посредством сферических шарниров панелями солнечной батареи (недеформируемыми стержнями), причем элементы связи панели солнечной батареи с корпусом космического аппарата обладают демпфирующей способностью.

Введем в рассмотрение следующие правые прямоугольные системы координат, необходимые для дальнейшего использования.

$O_ix_iy_iz_i$ — связанные системы координат, оси которых направлены по главным центральным осям инерции корпуса ($i=1$) и панелей солнечной батареи ($i=2$, 3).

$CXYZ$ — неподвижная инерциальная (абсолютная) система. Начало системы — в центре C Земли. Ось CY направлена по оси вращения Земли, а оси CX и CZ лежат в экваториальной плоскости Земли.

$O_1x_0y_0z_0$ — орбитальная система с началом в центре масс O_1 космического аппарата. Ось O_1x_0 направлена по текущему радиус-вектору орбиты, оси O_1y_0 и O_1z_0 параллельны соответственно трансверсали и нормали к плоскости орбиты.

В недеформированном состоянии соответствующие оси орбитальной и связанных систем координат, например O_1x_0 и O_ix_i, параллельны.

Взаимное положение систем координат $O_1x_0y_0z_0$ и $O_ix_iy_iz_i$ будем характеризовать углами ψ_i, ϑ_i, φ_i. При этом в процессе совмещения осей орбитальной и связанной систем координат после переноса их начал O_i в точку O_1 ψ_i (первый поворот) соответствует вращению вокруг оси O_1x_0, а φ_i (третий поворот) — вокруг O_1y_i.

Дадим математическое описание рассматриваемой системы с использованием уравнений Лагранжа.

При выводе уравнений движения будем следовать работе [3].

2. Кинетическую энергию космических аппаратов с панелями солнечной батареи представим в форме

$$T=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} M_i(\dot{x}_i^2+\dot{y}_i^2+\dot{z}_i^2)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}(A_ip_i^2+B_iq_i^2+C_ir_i^2)$$

Здесь M_i — масса; x_i, y_i, z_i — абсолютные координаты центра масс; A_i, B_i, C_i — главные центральные моменты инерции; p_i, q_i, r_i — проекции абсолютной угловой скорости на оси связанных систем координат, определяемые соотношениями

$$p_i=a_{11}^{(i)}\dot{\psi}_i-\dot{\vartheta}_i\sin\varphi_i+a_{31}^{(i)}\omega$$

$$q_i=a_{12}^{(i)}\dot{\psi}_i+\dot{\varphi}_i+a_{32}^{(i)}\omega$$

$$r_i=a_{13}^{(i)}\dot{\psi}_i+\dot{\vartheta}_i\cos\varphi_i+a_{33}^{(i)}\omega$$

$$a_{11}^{(i)}=\cos\vartheta_i\cos\varphi_i,\quad a_{12}^{(i)}=-\sin\vartheta_i,\quad a_{13}^{(i)}=\cos\vartheta_i\sin\varphi_i$$

$$a_{31}^{(i)}=(C\cos\psi_i+D\sin\psi_i)\sin\vartheta_i\cos\varphi_i-(A\cos\psi_i+B\sin\psi_i)\sin\varphi_i$$

$$a_{32}^{(i)}=(C\cos\psi_i+D\sin\psi_i)\cos\vartheta_i$$

$$a_{33}^{(i)}=(C\cos\psi_i+D\sin\psi_i)\sin\vartheta_i\sin\varphi_i+(A\cos\psi_i+B\sin\psi_i)\cos\varphi_i$$

$$A=\cos\psi_0,\ C=\sin\psi_0,\ B=\mp\sin\psi_0,\ D=\pm\cos\psi_0$$

где ψ_0 — угол, определяющий в рассматриваемый момент положение траверсы (плоскости панелей) в недеформированном состоянии.

При проведении выкладок в дальнейшем можно без потери общности принять $B=-\sin\psi_0$, $D=\cos\psi_0$.

Примем, что координаты условных узлов крепления (K_1 и K_2) панелей солнечной батареи к корпусу космических аппаратов в системах $O_ix_iy_iz_i$ есть 0, b_j, 0 (для K_1 $j=1$, 2; для K_2 $j=3$, 4).

Используя очевидные условия связи

$$\mathrm{CO_1+O_1K_1=CO_2+O_2K_1},\quad \mathrm{CO_1+O_1K_2=CO_3+O_3K_2}$$

в соответствии с определением центра масс системы, получим следующие формулы для нахождения координат центров масс корпуса космического аппарата и панелей солнечной батареи:

$$x_1=x_0-\left(\sum_{i=1}^{2}M_{i+1}e_i\right)M^{-1},\quad y_1=y_0-\left(\sum_{i=1}^{2}M_{i+1}e_i'\right)M^{-1}$$

$$z_1=z_0-\left(\sum_{i=1}^{2}M_{i+1}e_i''\right)M^{-1},\quad x_2=x_0+\left(e_1\sum_{i=1,i\neq2}^{3}M_i-M_3e_2\right)M^{-1}$$

$$y_2=y_0+\left(e_1'\sum_{i=1,i\neq2}^{3}M_i-M_3e_2'\right)M^{-1},\quad z_2=z_0+\left(e_1''\sum_{i=1,i\neq2}^{3}M_i-M_3e_2''\right)M^{-1}$$

$$x_3=x_0+\left(e_2\sum_{i=1}^{2}M_i-M_2e_1\right)M^{-1},\quad y_3=y_0+\left(e_2'\sum_{i=1}^{2}M_i-M_2e_1'\right)M^{-1}$$

$$z_3=z_0+\left(e_2''\sum_{i=1}^{2}M_i-M_2e_1''\right)M^{-1},\quad M=\sum_{i=1}^{3}M_i$$

$$e_1=b_1d_{12}^{(1)}-b_2d_{12}^{(2)},\quad e_2=b_3d_{12}^{(1)}-b_4d_{12}^{(3)};\quad e_1'=b_1d_{22}^{(1)}-b_2d_{22}^{(2)}$$

$$e_2'=b_3b_{22}^{(1)}-b_4d_{22}^{(3)},\quad e_1''=b_1d_{32}^{(1)}-b_2d_{32}^{(2)};\quad e_2''=b_3d_{32}^{(1)}-b_4d_{32}^{(3)}$$

Здесь x_0, y_0, z_0 — абсолютные координаты центра масс системы «корпус космического аппарата — панели солнечной батареи», а $d_{ij}^{(i)}$ — направляющие косинусы осей O_ix_i, O_iy_i, O_iz_i в абсолютной системе координат, причем

$$\{d_{ij}^{(i)}\}=\{c_{ij}\}\{a_{ij}^{(i)}\}\qquad(2.1)$$

где $\{c_{ij}\}$ — матрица направляющих косинусов между осями орбитальной и абсолютной систем координат.

Используя формулу (2.1), а также известные кинематические соотношения Пуассона, кинетическую энергию космического аппарата можно представить в виде

$$
\begin{gathered}
T=\frac{1}{2}(\dot{x}_0^2+\dot{y}_0^2+\dot{z}_0^2)\sum_{i=1}^{3}M_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}(A_ip_i^2+B_iq_i^2+C_ir_i^2)+\\
+k_0\Big\{\sum_{i=1}^{2}k_i[b_{2i-1}^2(p_1^2+r_1^2)+b_{2i}^2(p_{i+1}^2+r_{i+1}^2)]-2k_1b_1b_2(p_1p_2\alpha_4-\\
-r_1p_2\alpha_5-p_1r_2\alpha_6-r_1r_2\alpha_7)-2k_2b_3b_4(p_1p_3\alpha_8-r_1p_3\alpha_9-p_1r_3\alpha_{10}+r_1r_3\alpha_{11})+\\
+k_3[b_1b_3(p_1^2+r_1^2)-b_3b_2(p_1p_2\alpha_4-r_1p_2\alpha_5-p_2r_2\alpha_6+r_1r_2\alpha_7)-\\
-b_1b_4(p_1p_3\alpha_8-r_1p_3\alpha_9-p_1r_3\alpha_{10}+r_1r_3\alpha_{11})+b_2b_4(p_2p_3\alpha_{12}-r_2p_3\alpha_{13}-\\
-p_2r_3\alpha_{14}+r_2r_3\alpha_{15})]\Big\}
\end{gathered}
\tag{2.2}
$$

$$
k_0=\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{3}M_i\right)^{-2},\qquad k_3=-2M_2M_3\sum_{i=1}^{3}M_i
$$

$$
k_1=\sum_{i=1}^{2}M_iM_{i+1}(M_i+M_{i+1})+2M_1M_2M_3,\qquad k_2=\sum_{i=1}^{2}M_iM_3(M_i+M_3)+2M_1M_2M_3
$$

$$
\alpha_1=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i2}\,\overset{(2)}{a}_{i2},\quad \alpha_2=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i2}\,\overset{(3)}{a}_{i2},\quad \alpha_3=\sum_{i=1}^{3}\overset{(2)}{a}_{i2}\,\overset{(3)}{a}_{i2},\quad \alpha_4=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i3}\,\overset{(2)}{a}_{i3}
$$

$$
\alpha_5=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i1}\,\overset{(2)}{a}_{i3},\quad \alpha_6=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i3}\,\overset{(2)}{a}_{i1},\quad \alpha_7=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i1}\,\overset{(2)}{a}_{i1}
$$

$$
\alpha_8=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i3}\,\overset{(3)}{a}_{i3},\quad \alpha_9=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i1}\,\overset{(3)}{a}_{i3},\quad \alpha_{10}=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i3}\,\overset{(3)}{a}_{i1}
$$

$$
\alpha_{11}=\sum_{i=1}^{3}\overset{(1)}{a}_{i1}\,\overset{(3)}{a}_{i1},\quad \alpha_{12}=\sum_{i=1}^{3}\overset{(2)}{a}_{i3}\,\overset{(3)}{a}_{i3}
$$

$$
\alpha_{13}=\sum_{i=1}^{3}\overset{(2)}{a}_{i1}\,\overset{(3)}{a}_{i3},\quad \alpha_{14}=\sum_{i=1}^{3}\overset{(2)}{a}_{i3}\,\overset{(3)}{a}_{i1},\quad \alpha_{15}=\sum_{i=1}^{3}\overset{(2)}{a}_{i1}\,\overset{(3)}{a}_{i1}
$$

$$
\overset{(i)}{a}_{21}=(A\cos\psi_i+B\sin\psi_i)\sin\vartheta_i\cos\varphi_i+(C\cos\psi_i+D\sin\psi_i)\sin\varphi_i
$$

$$
\overset{(i)}{a}_{22}=(A\cos\psi_i+B\sin\psi_i)\cos\vartheta_i
$$

$$
\overset{(i)}{a}_{23}=(A\cos\psi_i+B\sin\psi_i)\sin\vartheta_i\sin\varphi_i-(C\cos\psi_i+D\sin\psi_i)\cos\varphi_i
$$

3. Отклонением поля тяготения Земли от центрального ньютоновского будем пренебрегать. Тогда силовую функцию, определяющую действие гравитационного поля Земли на космический аппарат, можно представить в виде

$$
U=\mu\sum_{i=1}^{3}\iiint\limits_{M_i}\frac{1}{R_i}\,dM_i \tag{3.1}
$$

$$
R_i^2=X_i^2+Y_i^2+Z_i^2,\quad \mu=M_0f,\quad X_i=x_i+x_i^*d_{11}^{(i)}+y_i^*d_{12}^{(i)}+z_i^*d_{13}^{(i)}
$$

$$Y_i = y_i + x_i^* d_{21}^{(i)} + y_i^* d_{22}^{(i)} + z_i^* d_{23}^{(i)}, \quad Z_i = z_i + x_i^* d_{31}^{(i)} + y_i^* d_{32}^{(i)} + z_i^* d_{33}^{(i)}$$

f — постоянная тяготения, M_0 — масса Земли, x_i^*, y_i^*, z_i^* — координаты переменной точки интегрирования в системе координат $O_i x_i y_i z_i$.

Разложим функции $1/R_i$ в ряд по степеням b_j/R, x_i^*/R, y_i^*/R, z_i^*/R (R — расстояние между центрами масс Земли и рассматриваемой системы). Пренебрегая членами выше второго порядка малости по сравнению с единицей после интегрирования в соответствии с формулой (3.1), получим выражение для силовой функции в виде

$$\begin{aligned}
U = {} & \frac{\mu}{R}\sum_{i=1}^{3} M_i - \frac{k_0\mu}{R^3}\Big\{\Big[\sum_{i=1}^{2} M_1 M_{i+1}^2 (b_{2i-1}^2 + b_{2i}^2) - 2\sum_{i=1}^{2} M_1 M_{i+1}^2 b_{2i-1} b_{2i}\alpha_i + \\
& + 2M_1 M_2 M_3 \sum_{i=1}^{2} (b_{2i-1}^2 + b_{2i}^2 - 2b_{2i-1} b_{2i}\alpha_i) + \\
& + \sum_{i=1}^{2} M_{i+1} M_1^2 (b_{2i-1}^2 + b_{2i}^2 - 2b_{2i-1} b_{2i}\alpha_i) + \\
& + [(b_1 - b_3)^2 + b_2^2 + b_4^2 - 2b_2(b_1 - b_3)\alpha_1 + 2b_4(b_1 - b_3)\alpha_2 - 2b_2 b_4\alpha_3] \times \\
& \times \sum_{i=1}^{2} M_{i+1} M_{4-i}^2 - 2M_1 M_2 M_3 (b_1 b_3 - b_2 b_3\alpha_1 - b_1 b_4\alpha_2 - b_2 b_4\alpha_3)\Big\} + \\
& + 3\frac{k_0\mu}{R^3}\Big[\sum_{i=1}^{2} (M_1 M_{i+1}^2 \beta_i^2 + M_2 M_{2i-1}^2 \beta_{2i-1}^2 + M_3 M_i^2 \beta_{i+1}^2) + \\
& + 2M_1 M_2 M_3 (\beta_1\beta_2 + \beta_1\beta_3 - \beta_2\beta_3)\Big] + \frac{1}{2}\frac{\mu}{R^3}\sum_{i=1}^{3}\{(B_i + C_i - 2A_i)[a_{11}^{(i)}]^2 + \\
& + (C_i + A_i - 2B_i)[a_{12}^{(i)}]^2 + (A_i + B_i - 2C_i)[a_{13}^{(i)}]^2\}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\beta_1 = b_1 a_{12}^{(1)} - b_2 a_{12}^{(2)}; \quad \beta_2 = b_3 a_{12}^{(1)} - b_4 a_{12}^{(3)}$$

$$\beta_3 = (b_1 - b_3) a_{12}^{(1)} - b_2 a_{12}^{(2)} + b_4 a_{12}^{(3)}$$

4. Уравнения движения космического аппарата в форме Лагранжа имеют вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\chi_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial \chi_i} = \frac{\partial U}{\partial \chi_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \chi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot\chi_i} \quad (\chi = \varphi, \psi, \vartheta) \tag{4.1}$$

где Φ — потенциал упругих сил, а F — функция рассеяния энергии.

Потенциал Φ зададим в виде квадратичной формы с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned}
\Phi = {} & -{}^1/_2[k_1'(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 + k_2'(\psi_1 - \psi_2)^2 + k_3'(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \\
& + k_1''(\vartheta_1 - \vartheta_3)^2 + k_2''(\psi_1 - \psi_3)^2 + k_3''(\varphi_1 - \varphi_3)^2]
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Функцию F представим в форме

$$\begin{aligned}
F = {} & -{}^1/_2[\varkappa_1'(\dot\vartheta_1 - \dot\vartheta_2)^2 + \varkappa_2'(\dot\psi_1 - \dot\psi_2)^2 + \varkappa_3'(\dot\varphi_1 - \dot\varphi_2)^2 + \\
& + \varkappa_1''(\dot\vartheta_1 - \dot\vartheta_3)^2 + \varkappa_2''(\dot\psi_1 - \dot\psi_3)^2 + \varkappa_3''(\dot\varphi_1 - \dot\varphi_3)^2]
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Подставим выражения (2.2), (3.2), (4.2), (4.3) в уравнения (4.1).

Будем рассматривать малые колебания корпуса космического аппарата и панелей солнечной батареи. Тогда линеаризованные уравнения движения изучаемой системы могут быть представлены следующим образом:

$$
\begin{gathered}
(A_1+F_1)\ddot{\psi}_1-(A_1+B_1-C_1)\omega\dot{\varphi}_1-F_2\ddot{\psi}_2-F_3\ddot{\psi}_3+(C_1-B_1+F_1-F_2-\\
-F_3)\omega^2\psi_1+2k_0\omega^2(F_2'+F_2''+k_2')(\psi_1-\psi_2)+2k_0\omega^2(F_3'+F_3''+k_2'')(\psi_1-\psi_3)+\\
+\varkappa_2'(\dot{\psi}_1-\dot{\psi}_2)+\varkappa_2''(\dot{\psi}_1-\dot{\psi}_3)=0\\
(A_m+2k_0k_lb_k^2)\ddot{\psi}_m-(A_m+B_m-C_m)\omega\dot{\varphi}_m-F_m\ddot{\psi}_1+k_0k_3b_2b_4\ddot{\psi}_\nu+\\
+[C_m-B_m+k_0(2k_lb_k^2-k_0^{-1}F_m+k_3b_2b_4)]\omega^2\psi_m-\\
-\omega^2\{2k_0[F_m'+M_1M_2M_3(2b_mb_k-b_nb_k)]+\varkappa_m\}(\psi_1-\psi_m)-\\
-2k_0\omega^2[(M_2M_3^2+M_3M_2^2)b_2b_4+M_1M_2M_3b_2b_4](\psi_\nu-\psi_m)-\xi_m(\dot{\psi}_1-\dot{\psi}_m)=0\\
(C_1+F_4)\ddot{\vartheta}_1-F_5\ddot{\vartheta}_2-F_6\ddot{\vartheta}_3-\{\omega^2F_5-2k_0\omega^2[F_2'+M_1M_2M_3(2b_1b_2-b_3b_2)]-\\
-k_1'\}(\vartheta_1-\vartheta_2)-\{\omega^2F_6-2k_0\omega^2[F_3'+M_1M_2M_3(2b_3b_4-b_1b_4)]-k_1''\}(\vartheta_1-\vartheta_2)-\\
-\left\{6k_0\omega^2\left[\sum_{m=2}^{3}(M_1M_m^2+M_mM_1^2)b_s^2+F_7(b_1-b_3)^2+M_1M_2M_3(2b_1^2-b_3(b_1-b_3))\right]+\right.\\
\left.+3(A_1-B_1)\omega^2\right\}\vartheta_1+\sum_{s=1,\ m,k=2}^{s,\ m=3,\ k=4}\{6k_0\omega^2(M_1M_m^2+M_mM_1^2)b_sb_k+\varepsilon_mF_7(b_1-b_3)b_k+\\
+M_1M_2M_3[b_sb_k+\varepsilon_m(b_1-b_3)b_k]\}\vartheta_m-\varkappa_1'(\dot{\vartheta}_1-\dot{\vartheta}_2)+\varkappa_1''(\dot{\vartheta}_1-\dot{\vartheta}_3)=0\\
(C_m+2k_0k_lb_k^2)\ddot{\vartheta}_m-F_m\ddot{\vartheta}_1+k_0k_3b_2b_4\ddot{\vartheta}_\nu+\\
+\{\omega^2F_m-2k_0\omega^2[F_m'+M_1M_2M_3(b_sb_k-b_nb_k)]-\varkappa_m^*\}(\vartheta_1-\vartheta_m)-\\
-(k_0k_3\omega^2b_2b_4+2k_0\omega^2F_8)(\vartheta_\nu-\vartheta_m)-\\
-\{6k_0\omega^2[(M_1M_m^2+M_mM_1^2)b_k^2+F_7b_k^2+2M_1M_2M_3b_k^2]+3(A_m-B_m)\omega^2\}\vartheta_m+\\
+6k_0\omega^2\{F_m'+M_1M_2M_3[b_sb_k+\varepsilon_m(b_1-b_3)b_k]\}\vartheta_1+\\
+(6k_0\omega^2F_7b_2b_4-M_1M_2M_3b_2b_4)\vartheta_\nu-\xi_m'(\dot{\vartheta}_1-\dot{\vartheta}_m)=0\\
B_i\ddot{\varphi}_i+(A_i+B_i-C_i)\omega\dot{\psi}_i+4(C_i-A_i)\omega^2\varphi_i+\delta_i[\varkappa_3'(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_2)+\\
+k_3'(\varphi_1-\varphi_2)]+\zeta_i[\varkappa_3''(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_3)+k_3''(\varphi_1-\varphi_3)]=0\\
F_1=2k_0(k_1b_1^2+k_2b_3^2+k_3b_1b_3)\quad (m=2,\ 3,\ l=1,\ 2,\ s=1,\ 3)\\
F_m=k_0(2k_lb_sb_k+k_3b_nb_k)\quad (k=2,\ 4,\ n=3,\ 1)\\
F_m'=(M_1M_m^2+M_mM_1^2)b_sb_k+\varepsilon_m(M_2M_3^2+M_3M_2^2)(b_1-b_3)b_k\\
F_m''=M_1M_2M_3\chi_m,\quad \varepsilon_2=1,\quad \varepsilon_3=-1,\quad \chi_2=b_2(b_1-b_3),\quad \chi_3=b_3b_4\\
F_4=2k_0(k_1b_1^2+k_2b_3^2+k_3b_1b_3),\quad F_5=k_0b_2(2k_1b_1+k_3b_3)\\
F_6=k_0b_4(2k_2b_3+k_3b_1),\quad F_7=M_2M_3^2+M_3M_2^2\\
F_8=(M_2M_3^2+M_3M_2^2+M_1M_2M_3)b_2b_4\\
\nu=3,\ 2,\quad \varkappa_2=k_2',\quad \varkappa_3=k_2'',\quad \xi_2=\varkappa_2',\quad \xi_3=\varkappa_2'',\quad \varkappa_2^*=k_1',\quad \varkappa_3^*=k_1''\\
\xi_2'=\varkappa_1',\quad \xi_3'=\varkappa_1'',\quad (i=1,\ 2,\ 3)\quad \delta_1=\zeta_1=1,\quad \delta_2=\zeta_3=-1,\quad \delta_3=\zeta_2=0
\end{gathered}
\tag{4.4}
$$

причем положено $\psi_0=0$ $(A=D=1,\ B=C=0)$.

Таким образом, получено математическое описание исследуемой системы.

Как видно из (4.4), рассматриваемое движение космического аппарата описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка. Они содержат диссипативные члены, пропорциональные угловым скоростям вращения, а также члены, учитывающие упругие силы, пропорциональные углам поворота панелей солнечной батареи относительно корпуса космического аппарата. Предложенные уравнения позволяют исследовать колебания панелей солнечной батареи и изучить влияние этих колебаний на вращательное движение космического аппарата. Уравнения могут быть использованы при изучении устойчивости деформируемых, в частности гравитационно-стабилизированных искусственных спутников Земли.

Поступила 22 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Grote P. W., Mc Munn J. C., Gluck R.* Equations of motion of flexible spacecraft. AIAA Paper, No. 19, 1970.
2. *Likins P. W.* Quasicoordinate equations for flexible spacecraft. AIAA Journal, 1975, vol. 13, No. 4, p. 524–526.
3. *Сарычев В. А.* Исследования динамики системы гравитационной стабилизации. В сб.: Искусственные спутники Земли, вып. 16. М., Изд-во АН СССР, 1963.