

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКОЛА КАК ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ МИКРОПОР

А. И. ГЛУШКО

(Москва)

В механике разрушения можно выделить два независимых направления. Одно из них связано с квазистатическим нагружением, второе — с динамическим разрушением при больших импульсивных нагрузках. В линейной механике разрушения критерии прочности формулируются в виде ограничений на коэффициент интенсивности напряжений K_I в вершине трещины. Если величина K_I превышает критическое значение K_{Ic} , то считается, что возникает неустойчивое состояние и трещина начинает увеличиваться в размерах. При больших импульсивных нагрузках подход к разрушению на основе коэффициента интенсивности напряжений оказался безуспешным. При высокоскоростном ударе либо контактном взрыве в материале в течение нескольких микросекунд возникают значительные растягивающие напряжения, являющиеся причиной образования и роста микропор или микротрещин. В тех точках среды, где число и размер этих микродефектов превышает некоторое значение, происходит разрыв сплошности и образование свободных поверхностей. В этих процессах время является такой же важной величиной, как напряжения и деформации, а известные в линейной механике разрушения критерии прочности, не учитывающие время, оказываются непригодными для описания динамического разрушения.

Один из возможных способов включения времени в динамический критерий прочности предложен в [1, 2], где было сделано предположение: функция повреждаемости Φ есть функция истории нагружения. При таком довольно общем подходе возникает вопрос о виде функции Φ . Чтобы ответить на него, необходимо сделать ряд априорных предположений о процессе разрушения. Для некоторых материалов удается так подобрать функцию Φ , чтобы результаты, полученные при помощи интегрального критерия, удовлетворительно совпадали с экспериментальными данными.

Второй возможный способ связан с созданием теории разрушения, принимающей во внимание микроструктуру материала и учитывающей микроскопические явления. Многочисленные фрактографические исследования металлов, многослойных композиций, скальных пород, полимеров позволяют сделать вывод, что процесс динамического разрушения имеет универсальный характер и может быть расчленен на четыре стадии, протекающие в течение нескольких микросекунд: быстрое зарождение микродефектов (микропор или микротрещин); рост этих центров разрушения под действием растягивающих напряжений; слияние соседних микродефектов; расслоение и разделение материала с образованием одной или более свободных поверхностей в сплошной среде [3-5]. Таким образом видно, что динамическое разрушение принципиально отличается от квазистатического, при котором происходит развитие одной или нескольких магистральных трещин.

В зависимости от формы и величины импульса напряжений процесс динамического разрушения может прерваться на некоторой стадии. Очевидно, что появление значительного числа микродефектов может существенно изменить механические свойства материала, снизить его прочность. Поэтому важное значение имеет исследование уже первых двух стадий процесса динамического разрушения. Ниже будет предложена модель, учитывающая образование в материале микропор и их дальнейший рост под действием растягивающих напряжений.

1. В рассматриваемой модели предполагается, что в среде под действием растягивающих напряжений возможно появление микропор. Принимается, что скорость зарождения микропор N^* зависит только от гидростатического давления $N^* = N^*(p)$, $p = -1/3\sigma_{ii}$, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, точка означает производную по времени числа микропор N в единице объ-

ема, и все вновь возникающие микропоры имеют одинаковый объем v_0 . Оказалось, что для таких материалов, как медь, алюминий, органическое стекло, хорошее совпадение с экспериментальными данными дает следующая зависимость [3]:

$$N^*(p) = N_0 \exp [(p - p_{n0})/p_1]$$

где N_0 , p_1 — некоторые постоянные, p_{n0} — пороговое значение давления, ниже которого в среде не происходит образования новых пор.

В дальнейшем важное значение будет иметь величина удельного объема микропор $V = \sum v_i$ ($i=1-N$), v_i — объем поры с номером i , и суммирование проводится по всем порам в единице объема. Для определения скорости изменения удельного объема микропор V необходимо сделать некоторые предположения. Будем считать, что известен закон изменения во времени объема одной изолированной микропоры $v^* = G(v, p)$, $G(v, p)$ — некоторая функция, и изменение объема какой-либо микропоры не оказывает влияния на изменение объема остальных. Примем, что число микропор в единице объема N достаточно велико и можно ввести функцию распределения $F(v, t)$, так что $F(v, t) dv$ определяет число пор, объем которых в момент времени t лежит в интервале $(v, v+dv)$. Тогда для скорости изменения удельного объема справедливо выражение

$$V^* = N^*(p) v_0 + \int_{v_0}^{\infty} F(v, t) G(v, p) dv \quad (1.1)$$

В выражении (1.1) первое слагаемое в правой части учитывает зарождение пор под действием растягивающих напряжений, второе слагаемое учитывает суммарное изменение объема образовавшихся пор. Если функция $G(v, p)$ линейна по v , $G(v, p) = a(p)v$, то из очевидного равенства

$$\int_{v_0}^{\infty} F(v, t) v dv = V$$

следует, что в этом случае выражение (1.1) приводится к дифференциальному уравнению

$$V^* = N^*(p) v_0 + a(p) V \quad (1.2)$$

Экспериментально было установлено, что для меди, алюминия, органического стекла функция $G(v, p)$ линейна по v и имеет вид [3]:

$$G(v, p) = a(p) v = \frac{1}{4} (p - p_{g0}) \theta(p - p_{g0}) v / \eta \quad (1.3)$$

где $\theta(x)$ — единичная функция Хевисайда, p_{g0} — пороговое значение давления, ниже которого не происходит изменения объема одной микропоры, η — коэффициент вязкости.

В этом случае для определения скорости V^* не требуется привлекать функцию распределения $F(v, t)$, так как V^* выражается, согласно (1.3), формулой (1.2), где $a(p) = \frac{1}{4} (p - p_{g0}) \theta(p - p_{g0}) / \eta$. Очевидно, что величина удельного объема микропор не может быть больше некоторого значения $V^* < 1$. Примем, что в тех точках среды, где выполняется равенство $V = V^*$, происходит разрыв сплошности и образование свободных поверхностей.

2. Основным допущением в предлагаемой модели является предположение о том, что среду с микропорами можно считать сплошной. Будем считать, что состояние среды описывается значениями тензора деформаций ϵ_{ij} , температуры T и удельного объема микропор V , т. е. суммарного объема микропор в единице объема.

Далее принимается [6], что существует зависящая от параметров состояния функция внутренней энергии $E = E(\varepsilon_{ij}, T, V)$. В случае изотропной среды внутренняя энергия является функцией только трех инвариантов $I_1 = \varepsilon_i^i$, $I_2 = \varepsilon_j^j \varepsilon_i^i$, $I_3 = \varepsilon_j^j \varepsilon_k^k \varepsilon_i^i$ тензора деформаций ε_{ij} , температуры и удельного объема микропор V . Компоненты тензора напряжений определяются затем по известным формулам Мурнагана [7]:

$$\sigma_{ij} = \rho \left(\frac{\partial E}{\partial \varepsilon_{ij}} - 2\varepsilon_{i\alpha} \frac{\partial E}{\partial \varepsilon_{\alpha j}} \right), \quad \rho = \rho_0 (\det \|\delta_j^i - 2\varepsilon_j^i\|)^{1/2} \quad (2.1)$$

где ρ_0 — начальное значение плотности.

Рассматривая движения этой сплошной среды, нужно ввести уравнения, определяющие изменение по времени параметров состояния среды. В процессе движения должны выполняться законы сохранения массы, импульса, энергии, энтропии (процессы теплопередачи не рассматриваются). Для описания изменения тензора деформаций принимается предложенная в [6] зависимость, учитывающая релаксацию девиатора тензора напряжений. Принимая во внимание уравнение (1.3), описывающее изменение удельного объема пор, получим в декартовой системе координат замкнутую систему одиннадцати уравнений относительно одиннадцати неизвестных функций $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{12}, T, u_1, u_2, u_3, V$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(E + \frac{u_i u_i}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho u_k \left(E + \frac{u_i u_i}{2} \right) - \sigma_{ik} u_i \right] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k u_i - \varepsilon_{ik}) &= 0 \quad (i=1,2,3) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + 2\varepsilon_{i\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} &= \Phi_{ii} \quad (i=1,2,3) \\ \frac{\partial (2\varepsilon_{ij})}{\partial t} + u_k \frac{\partial (2\varepsilon_{ij})}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + 2\varepsilon_{i\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_j} + 2\varepsilon_{j\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} &= \Phi_{ij} \\ &(ij=12,13,23) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + u_k \frac{\partial V}{\partial x_k} = N^*(p) v_0 + a(p) V$$

Здесь Φ_{ii}, Φ_{ij} — релаксационные члены, являющиеся функциями компонент тензора деформаций и удовлетворяющие соотношениям $\partial \rho / \partial \varepsilon_{ij} \Phi_{ij} = 0$. Например, можно принять их в следующей форме:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} &= -[\varepsilon_{ij}^{-1/3} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \delta_{ij}] \tau^{-1} \\ \Phi_{ij} &= -\left[\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{pq} \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon_{pq}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon_{11}} + \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon_{22}} - \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon_{33}} \right)^{-1} \delta_{ij} \right] \tau^{-1} \end{aligned}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера.

Последняя формула для релаксационных членов более предпочтительна для случая конечных деформаций. В этих формулах τ — характерное время релаксации и может быть произвольной положительной функцией параметров состояния [6]. Функции $a(p)$ и $N^*(p)$ определены выше.

В эту систему не включены уравнения неразрывности и уравнение возрастания энтропии. В [6] показано, что при выполнении соотношения $\partial \rho / \partial \varepsilon_{ij} \Phi_{ij} = 0$ уравнение неразрывности является следствием этой системы.

Если функция $\bar{E} = E(a_1, a_2, a_3, T, V)$, где $a_i = 1/(1 - 2\varepsilon_i)^{1/2}$, ε_i — компоненты ε_{ij} в главных осях, удовлетворяет неравенствам

$$\frac{a_1(\partial E/\partial a_1) - a_2(\partial E/\partial a_2)}{a_1^2 - a_2^2} > 0$$

$$\frac{a_2(\partial E/\partial a_2) - a_3(\partial E/\partial a_3)}{a_2^2 - a_3^2} > 0, \quad \frac{a_3(\partial E/\partial a_3) - a_1(\partial E/\partial a_1)}{a_3^2 - a_1^2} > 0 \quad (2.3)$$

то автоматически выполняется закон возрастания энтропии. Оказывается, что при выполнении неравенств (2.3) приведенная система уравнений будет гиперболична [6].

В описании свойств среды фигурируют две эмпирически определяемые функции, внутренняя энергия E и время релаксации касательных напряжений τ . Для таких металлов, как медь, алюминий, свинец, в [8] приведены полученные путем обработки экспериментальных данных интерполяционные формулы для внутренней энергии и времени релаксации. Эти формулы справедливы для описания свойств среды без микродефектов и не учитывают зависимость указанных функций от удельного объема микропор. В предлагаемой модели микроразрушения делается важное предположение, что внутренняя энергия пористого материала E_p может быть определена через внутреннюю энергию материала без микродефектов E_s по формуле

$$E_p(a_1, a_2, a_3, T, V) = E_s(a_1(1-V), a_2(1-V), a_3(1-V), T) \quad (2.4)$$

Здесь a_i ($i=1, 2, 3$) — определенные выше относительные удлинения по главным осям.

Это предположение основывается на том соображении, что внутренняя энергия пористого материала определяется деформациями «скелета» среды, а энергией, связанной с образованием свободных поверхностей пор, пренебрегается. Величина $(1-V)a_i$ как раз учитывает деформации скелета среды. Отметим, что аналогичный способ получения уравнения состояния для пористого материала рассматривался ранее в гидродинамическом приближении $\sigma_{ij} = 0, i \neq j$ [9].

3. Будем рассматривать решения системы (2.2), зависящие только от одной пространственной координаты x в декартовой системе $OXYZ$, и введем обозначения: t — время, ρ — плотность, u — скорость по оси OX ; $\varepsilon_x, \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$ — компоненты тензора деформаций ε_{ij} , $\varepsilon_{ij} = 0, i \neq j$; σ_{xx} — компонента тензора напряжений σ_{ij} ; V — удельный объем микропор. Тепловые эффекты не рассматриваются. Тогда система уравнений одномерного движения, являющаяся следствием системы (2.2), записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 - \sigma_{xx})}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = - \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{3\tau} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} = N_0 v_0 \exp\left(\frac{p - p_{n0}}{p_1}\right) \theta(p - p_{n0}) + \frac{3(p - p_{s0})}{4\eta} V \theta(p - p_{s0})$$

Для внутренней энергии принимается зависимость [8]:

$$E_s(\delta, D) = 1/2(c_0^2 - 1/3 b_0^2)(\delta - 1)e_0(\delta) + 2b_0^2 e_1(\delta)D, \quad \delta = \rho/\rho_0, \quad D = 3\delta_2^2$$

$$e_0(\delta) = 1 + (\delta - 1) \left[e_{00} - \frac{e_{01}}{\delta} - \frac{3e_{02}}{(\delta - 1)^2} \left(\ln \delta + 1 - \delta + \frac{(\delta - 1)^2}{2} \right) \right] \quad (3.2)$$

$$e_1(\delta) = 1 + e_{11}(\delta - 1) + e_{12}(\delta - 1)^2 + e_{13}(\delta - 1)^3, \quad d_2 = 1/\sqrt{1 - 2\varepsilon}$$

где ρ_0 — начальная плотность материала, c_0 , b_0 — скорость продольных и поперечных волн в недеформированном состоянии соответственно; e_{00} , e_{01} , e_{02} , e_{11} , e_{12} , e_{13} — постоянные коэффициенты.

Тогда при помощи соотношений (2.1) компонента σ_{xx} тензора напряжений σ_{ij} определяется по формуле [6]:

$$\sigma_{xx} = -p + 2\rho_0 b_0^2 \delta' e_1(\delta') d_1 \\ p = \rho_0 [(c_0^2 - \frac{1}{3} b_0^2) (\delta' - 1) p_0(\delta') + 2b_0^2 p_1(\delta') \delta'^2 D]$$

$$p_0(\delta') = 1 + p_{01}(\delta' - 1) + p_{02}(\delta' - 1)^2 + p_{03}(\delta' - 1)^3, \quad \delta' = \frac{\delta}{(1 - V)^3}$$

$$p_1(\delta') = p_{10} + p_{11}(\delta' - 1) + p_{12}(\delta' - 1)^2, \quad \varepsilon_x = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{\delta'}{1 - 2\varepsilon} \right)^2 \right]^{1/2}$$

где p_{01} , p_{02} , p_{03} , p_{10} , p_{11} , p_{12} — постоянные коэффициенты.

Система уравнений (3.1) описывает движения упруговязкой среды с микроредфектами и конечными деформациями. Исследуем поведение предложенной модели среды на примере двух одномерных задач. В первой задаче рассмотрим отражение импульса сжатия от свободной границы в плоском слое. Во второй задаче — соударение двух пластин различной толщины, налетающих одна на другую с относительной скоростью u_0 .

Пусть $x_1(t)$, $x_2(t)$ — координаты границ плоского слоя в первой задаче или координаты одной из пластин во второй задаче, $x_3(t)$, $x_4(t)$ — координаты второй пластины. Функции $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ заранее неизвестны и определяются из решения задачи. Введем безразмерные переменные

$$\xi = \frac{x - x_1(t)}{x_2(t) - x_1(t)}, \quad t' = \frac{c_0 t}{l}, \quad x' = \frac{x}{l}, \quad l = x_2(0) - x_1(0)$$

$$\sigma' = \frac{\sigma_{xx}}{\rho_0 c_0^2}, \quad u' = \frac{u}{c_0}, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad g(t, \xi) = (x_2' - x_1') \xi + x_1'$$

Аналогичным образом вводятся безразмерные переменные для задачи о соударении пластин. В безразмерных переменных система (3.1) может быть преобразована к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho u - \rho g) + \frac{x_2' - x_1'}{x_0(t)} \rho &= 0 \\ \frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho u^2 - \sigma - \rho u g) + \frac{x_2' - x_1'}{x_0(t)} \rho u &= 0 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon g) + \frac{x_2' - x_1'}{x_0(t)} \varepsilon &= -\frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{3\tau} \frac{l}{c_0} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial \xi} - \frac{\delta}{\partial \xi} (gV) + \frac{x_2' - x_1'}{x_0(t)} V &= \\ = \left[N_0 v_0 \exp\left(\frac{p - p_{n0}}{\rho_1}\right) \theta(p - p_{n0}) + \frac{3(p - p_{g0})}{4\eta} V \theta(p - p_{g0}) \right] \frac{l}{c_0} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь $x_0(t) = x_2(t) - x_1(t)$ или во второй задаче $x_0(t) = x_4(t) - x_1(t)$, штрихи у независимых и зависимых переменных опущены.

Тогда первая задача сводится к следующей краевой задаче. В прямоугольнике ($0 \leq t \leq T$, $0 \leq \xi \leq 1$) требуется найти решение системы (3.3), удовлетворяющее граничным условиям

$$\sigma(0, t) = \sigma_0(t), \quad \sigma(1, t) = 0, \quad x_1 \dot{=} u(0, t), \quad x_2 \dot{=} u(1, t)$$

и начальным данным

$$u(\xi, 0) = \varepsilon(\xi, 0) = V(\xi, 0) = 0, \quad \rho(\xi, 0) = 1, \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1$$

Здесь $\sigma_0(t)$ — некоторая известная функция, $\sigma_0(t) < 0$ при $t < t_1$, $\sigma_0(t) = 0$, $t > t_1$; t_1 — некоторый момент времени.

В задаче о соударении пластин требуется найти решение системы (3.3), удовлетворяющее нулевым граничным условиям и начальным данным

$$u(\xi, 0) = u_0, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_0; \quad u(\xi, 0) = 0, \quad \xi_0 \leq \xi \leq 1 \\ \rho(\xi, 0) = 1, \quad \varepsilon(\xi, 0) = V(\xi, 0) = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

где ξ_0 — координата точки контакта пластин при $t=0$, $u_0 > 0$.

Решение задачи о соударении пластин ищется в прямоугольнике ($0 \leq t \leq t^*$, $0 \leq \xi \leq 1$), где t^* — момент времени, при котором в точке контакта возникают растягивающие напряжения. При $t > t^*$ ищется решение системы (3.3) для каждой пластины отдельно с соответствующими начальными условиями при $t=t^*$ и нулевыми граничными условиями.

Для численных расчетов в прямоугольнике ($0 \leq t \leq T$, $0 \leq \xi \leq 1$) вводится сетка с шагом по времени Δt и шагом по пространственной переменной h . В точках $\xi=0$ и $\xi=1$ значения неизвестных функций определяются из граничных условий и соотношения вдоль характеристики

$$\rho(u-\lambda) \frac{du}{dt} - (u-\lambda)^2 \frac{d\rho}{dt} + \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{3\tau} = 0 \\ \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \frac{\partial}{\partial \xi}$$

где λ — корень характеристического уравнения

$$(u - \xi x_0 \dot{'}(t) - \lambda x_0(t)) [(u - \xi x_0 \dot{'}(t) - \lambda x_0(t))^2 + \partial\sigma/\partial\rho] = 0 \quad (3.4)$$

Для численного решения уравнений (3.3) во внутренних точках прямоугольника используется явная схема первого порядка точности [10]. Разностная схема будет устойчивой, если выполняется условие $|\lambda\Delta t/h| < 1$ для всех значений λ , удовлетворяющих уравнению (3.4)

$$\lambda_1 = \frac{u - \xi x_0 \dot{'}(t)}{x_0(t)}, \quad \lambda_{2,3} = \frac{u - \xi x_0 \dot{'}(t) \pm \sqrt{-\partial\sigma/\partial\rho}}{x_0(t)}$$

Зависимость времени релаксации τ от параметров состояния принималась в следующем виде, $\tau = +\infty$, если интенсивность касательных напряжений

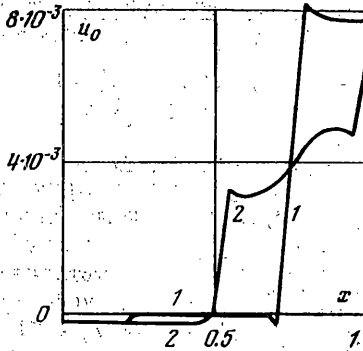
$$\sigma = (1/2(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{13}^2 + 2\sigma_{23}^2)^{1/2}$$

меньше некоторого значения σ_* и $\tau = \tau_0 > 0$ при больших интенсивностях. Как указано в [6], при таком выборе функций τ среда обладает всеми основными свойствами пластического материала, который удовлетворяет критерию пластичности Мизеса.

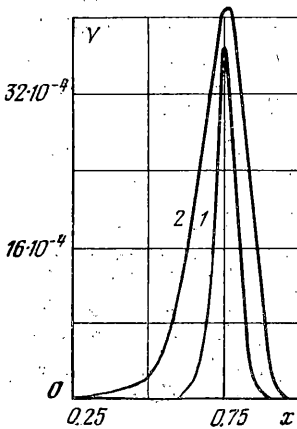
Для расчетов в качестве сплошной среды бралась медь, параметры которой взяты из [3, 9]: $\rho_0 = 8.9$ г/см³, $c_0 = 4.651$ км/сек, $b_0 = 2.1409$ км/сек,

$p_{01}=1.94175$, $p_{02}=0.83013$, $p_{03}=-0.13544$, $p_{10}=3.4054$, $p_{11}=1.78118$,
 $p_{12}=-1.2150$, $e_{11}=3.4054$, $e_{12}=0.89094$, $e_{13}=-0.40499$, $p_{\tau 0}=5 \cdot 10^9$ дин/см²,
 $p_1=2 \cdot 10^9$ дин/см², $p_{g0}=5 \cdot 10^9$ дин/см², $\eta=200$ дин/см², $N_0=2.8 \cdot 10^{12}$ 1/см³,
 $v_0=4.155 \cdot 10^{-12}$ см³.

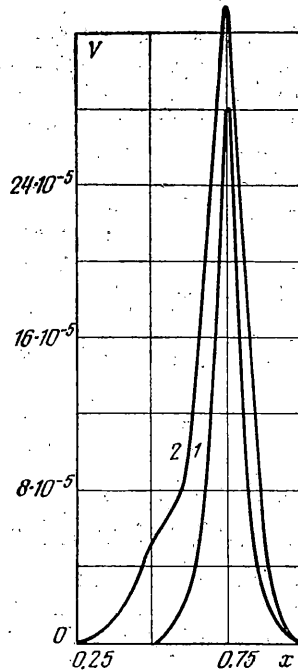
4. В рассматриваемой модели сплошной среды не делается никаких предположений о малости деформации. Если компоненты тензора деформаций ε_{ij} значительно меньше единицы, то в формулах Мурнагана можно пренебречь членами вида $\varepsilon_{ij} \partial E / \partial \varepsilon_{ij}$ ($i, j=1, 2, 3$), а в третьем и четвертом уравнениях (2.2) — членами вида $\varepsilon_{ij} \partial u_j / \partial x_k$ ($k, i, j=1, 2, 3$). Если в этих уравнениях можно пренебречь также конвективными членами $u_k \partial \varepsilon_{ij} / \partial x_k$ ($i, j, k=1, 2, 3$), то формулы Мурнагана и соответствующие уравнения в (2.2) переходят в известные в теории бесконечно малых деформаций соотношения. Очевидно, что при решении многих задач можно ограничиться рассмотрением бесконечно малых деформаций.



Фиг. 1



Фиг. 3



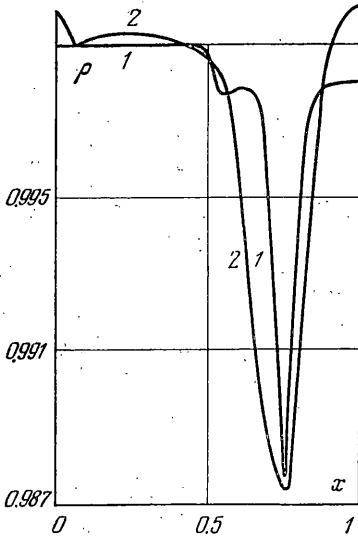
Фиг. 2

Задача о соударении пластин решалась численно без предположения о малости компонент тензора ε_{ij} . Анализ результатов показал, что при скорости соударения $u_0=110$ м/сек компоненты тензора ε_{ij} не превышают значения 0.01. При таких значениях компонент ε_{ij} задачу о соударении пластин можно решать в рамках теории бесконечно малых деформаций.

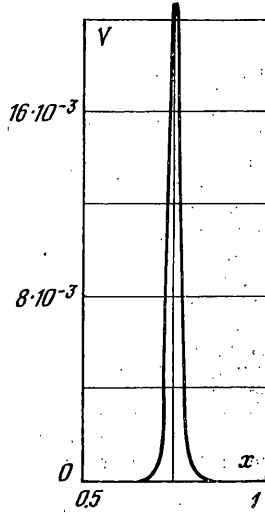
Рассмотрим результаты решения первой задачи. Если не принимать во внимание возможность появления в среде микродефектов, то, как показывают расчеты, прямоугольный импульс давления, перемещающийся слева направо, не меняет своей формы вплоть до отражения. В процессе отражения происходит удвоение скорости и переход в ненагруженное состояние, и затем после отражения от свободной границы импульс восстанавливает свою первоначальную форму, но движется в обратном направлении справа налево, причем, если на границе прикладываются сжимающие напряжения, то в отраженной волне между передним и задним фронтом действуют растягивающие напряжения.

В среде с микродефектами с момента, когда растягивающие напряжения превысят пороговое значение p_{no} , p_{go} , происходит искажение отраженного импульса. Отраженная волна не имеет заднего фронта и приобретает форму ступеньки.

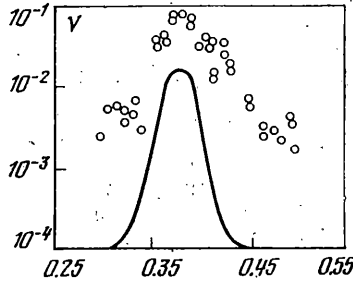
При расчете скорость частиц между передним и задним фронтами волны, распространяющейся слева направо, была равна 0.004. На фиг. 1 представлена зависимость скорости u от координаты ξ в момент формирования отраженной волны (кривая 1). Видно, что скорость частиц между передним фронтом, распространяющимся влево, и задним фронтом, совпадающим с правой границей пластины, вдвое больше скорости в импульсе до отражения. Кривая 2 на фиг. 1 представляет зависимость скорости в отраженной волне, движущейся влево; видно, что учет процесса микроразрушения приводит к тому, что импульс не имеет прямоугольной формы и отсутствует задний фронт волны.



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

На фиг. 2 представлены зависимости удельного объема микропор в моменты времени $t=0.312$ (кривая 1) и $t=0.364$ (кривая 2). Очевидно, что в более поздний момент времени величина удельного объема микропор имеет большее значение. Эти результаты показывают, что учет процесса микроразрушения приводит к изменению поля напряжений внутри материала.

5. Перейдем к результатам численного решения задачи о соударении двух пластин. В решении можно выделить три четко различимые стадии процесса соударения. От точки контакта в момент соударения начинают распространяться в противоположных направлениях волны сжатия. Параметры состояния среды между движущимися фронтами постоянны и не зависят от времени.

Вторая стадия — отражение волн сжатия от свободных границ. В мишени, т. е. пластине, покоившейся до удара, после отражения скорость удваивается, а за фронтом разгрузки образуется ненагруженное состояние. В налетающей пластине за фронтом разгрузки наступает состояние покоя, т. е. $u=0$, $\sigma_{ij}=0$.

В некоторый момент времени t^* волны разгрузки встречаются в точке x^* внутри пластины, имеющей большую толщину. Состояние среды в этот момент времени характеризуется разрывом скоростей в точке встречи фронтов и равенством нулю напряжений, причем разрыв скоростей $\Delta u = u_1 - u_2 < 0$ (u_1 — скорость слева от точки x^* , u_2 — скорость справа от x^*). При $t > t^*$ наступает третья стадия процесса соударения; в среде начинают распространяться в противоположных направлениях волны растяжения.

Для меди при скорости налетающей пластины $u_0 = 74$ м/сек величина растягивающих напряжений превышает пороговое значение давления p_{n0} , p_{g0} и в среде начинают зарождаться, а затем увеличиваться в размерах микропоры. Между фронтом, распространяющимся влево и фронтом, движущимся вправо, возникает некоторое распределение удельного объема микропор. В любой момент времени функция распределения удельного объема микропор $V(x, t)$ имеет глобальный максимум

$$V(t) = \max_{x_1(t) \leq x \leq x_2(t)} V(x, t)$$

расположенный вблизи точки встречи фронтов разгрузки x_* . С течением времени функция $V(t)$ не убывает и достигает некоторого наибольшего значения.

На фиг. 3 приведены зависимости $V(x, t)$ от координаты x для моментов времени $t = 0.257$ (кривая 1) и $t = 0.360$ (кривая 2). Распределения плотности в те же моменты времени представлены на фиг. 4 (кривые 1, 2 соответственно).

На фиг. 5 изображена зависимость $V(x, t)$ в момент времени $t_1 = 0.257$ при скорости $u_0 = 110$ м/сек. На фиг. 6 точками представлена зависимость этой же величины, полученная в результате обработки экспериментальных данных по соударению двух медных пластин [3] при скорости $u_0 = 110$ м/сек (другие параметры в [3] не приводятся). Для сравнения на фиг. 6 сплошной кривой представлена зависимость $V(x, t)$ при $u_0 = 110$ м/сек и $t_1 = 0.257$, полученная численно на основе предложенной модели. Интересно отметить, что экспериментальные данные и численные результаты совпадают по порядку величин. Этот факт можно рассматривать как подтверждение предложенной выше модели микроразрушения.

Для моментов времени $t > t_1 = 0.257$ при $u_0 = 110$ м/сек величина удельного объема микропор резко возрастает и становится больше единицы. Принимая во внимание ограничение $V \leq V^* < 1$, можно сделать вывод, что в этом случае в среде происходит отрыв в точке x^* в момент времени t^* , такой, что выполняются равенства

$$V(x^*, t^*) = \max_{x_1(t) \leq x \leq x_2(t)} V(x, t^*) = V^*$$

Оказывается, что для моментов времени $t_1 \leq t \leq t_1 + 5\Delta t$ точка x_0 , в которой величина $V(x, t)$ достигает максимума, с точностью до шага по пространственной переменной не зависит от времени. Тогда можно принять, что откол происходит в момент $t_1 = 0.257$ в точке x_0 , соответствующей максимуму функции $V(x, t)$, представленной на фиг. 6. Таким образом в рамках предлагаемой модели можно определить место и время откола, если известна величина V^* .

Автор благодарит Н. В. Зволинского и А. Н. Ковшова за внимание к работе.

Поступила 22 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Tuler F. R., Butcher B. M. A criterion for the time dependence of dynamic fracture. *Internat. J. Fracture Mech.*, 1968, vol. 4, No. 4.
2. Gilman J. J., Tuler F. R. Dynamic fracture by spallation in metals. *Internat. J. Fracture Mech.*, 1970, vol. 6, No. 2.
3. Barbee T. W., Jr, Seaman L., Crewdson R., Curran D. Dynamic fracture criteria for ductile and brittle metals. *J. Mater.*, 1972, vol. 7, No. 3.
4. Бичем К., Пеллу Р. Электронная фратография — средство изучения микромеханизма процессов разрушения. В кн.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968, стр. 311—346.
5. Shockey D. A., Seaman L., Curran D. R. The influence of microstructural features on dynamic fracture. In: *Metallurgical effects at high strain rates*. New York — London, Plenum Press, 1973, p. 473.
6. Годунов С. К., Роменский Е. И. Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах. ПМТФ, 1972, № 6.
7. Murnaghan F. D. Finite deformation of an elastic solid. *Amer. J. Math.*, 1937, vol. 59, No. 2.
8. Годунов С. К., Козин Н. С., Роменский Е. И. Уравнение состояния упругой энергии металлов при нешаровом тензоре деформаций. ПМТФ, 1974, № 2.
9. Herrmann W. Constitutive equation for dynamic compaction of ductile porous materials. *J. Appl. Phys.*, 1969, vol. 40, No. 6.
10. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., 1963, стр. 99.