

## УСТОЙЧИВОСТЬ АППАРАТА НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ ПРИ НАЛИЧИИ РЕСИВЕРА

Л. А. МАСЛОВ, Я. Г. ПАНОВКО

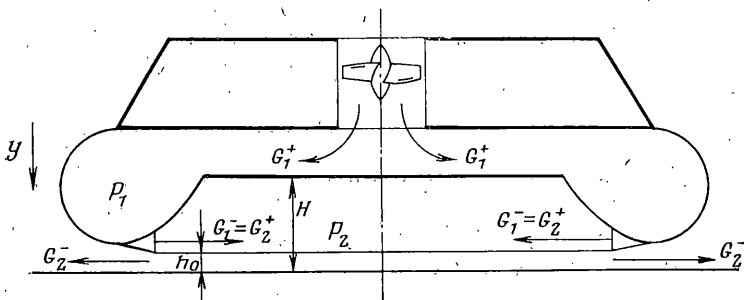
(Ленинград)

Рассматривается устойчивость (в малом) равновесного состояния парящего аппарата на воздушной подушке (АВП) при наличии в напорном тракте нагнетателя промежуточной емкости (ресивера), часть которой представляет собой деформируемое гибкое ограждение подкупольного пространства. По сравнению с прежней публикацией [1] помимо ресивера упрощенно учитывается инерционность ротора нагнетателя.

Дается соотношение, позволяющее вычислять значения критериального параметра устойчивости непосредственно по параметрам аппарата, ресивера и воздушной подушки.

1. Схема рассматриваемого аппарата показана на фиг. 1; подаваемый нагнетателем воздух через ресивер и отверстия на его внутренней стенке поступает в подкупольное пространство и затем выходит в атмосферу через щелевой зазор между нижней кромкой ограждения и экраном.

Аппарат рассматривается как абсолютно твердое тело, опирающееся на воздушную подушку, — своеобразное упруговязкое основание. Изложение касается случая, когда возмущенное движение АВП представляет собой поступательные вертикальные колебания.



Фиг. 1

В работе [1] подчеркивалось, что наиболее естественной и удобной методической основой для последующего решения задач об устойчивости и колебаниях АВП служат дифференциальные соотношения между отклонениями аппарата от равновесного состояния и возникающими при этом дополнительными силами поддержания. Такие соотношения интегрально описывают упругие и вязкие свойства системы и в этом смысле вполне аналогичны реологическим (определяющим) уравнениям, которые связывают тензоры деформаций и скоростей деформаций с тензорами напряжений в сплошных средах.

Соответственно упомянутые соотношения для АВП в [1] были названы реологическими уравнениями воздушной подушки. Можно надеяться на то, что этот, в данном случае условный термин, не вызовет ошибочных ассоциаций (например, относительно вязкости воздуха, которая здесь вовсе не учитывается). Так как рассматриваемая ниже система АВП включает промежуточный ресивер, соответствующее соотношение более точно называть реологическим уравнением всей системы.

Как и в других исследованиях колебаний АВП, примем, что в пределах каждой из емкостей (ресивер, воздушная подушка) плотность воздуха  $\rho$  и абсолютное давление  $p$  одинаковы во всех точках, но, конечно, изменяются во времени при колебаниях АВП.

Связь между производительностью нагнетателя и вызываемым им перепадом давления определяется при допущении, что в процессе колебаний АВП угловая скорость ротора остается неизменной. Это соответствует формальному предположению о бесконечно большом моменте инерции ротора (или о наличии идеальной системы регулирования). Такое часто принимаемое предположение существенно упрощает решение задачи, так же как и использованное в [1] противоположное допущение о безынерционности ротора. Конечно, в строгом решении следует считать момент инерции ротора конечным и отличным от нуля, включив в систему уравнений задачи также дифференциальное уравнение вращения ротора.

Упрощенным образом учитывается также податливость гибкого ограждения, поскольку ее точный учет в общем случае весьма сложен. Однако задача существенно упрощается в двух крайних случаях: когда частота колебаний АВП  $\omega$  значительно меньше собственной частоты гибкого ограждения  $k$  и когда имеет место обратное соотношение.

В первом случае, когда  $\omega \ll k$ , можно определять деформации ограждения статическими соотношениями; во втором случае, когда  $\omega \gg k$ , ресивер допустимо рассматривать как жесткий<sup>1</sup>. Как будет показано ниже, этим случаям соответствуют уравнения одинаковой структуры, но с различными системами коэффициентов.

2. Для того, чтобы составить реологическое уравнение АВП, нужно рассмотреть соотношения массообмена для всех емкостей, последовательно расположенных в напорном тракте нагнетателя. Число таких емкостей определяет порядок названного уравнения. Так, в безресиверной схеме нагнетатель подает воздух непосредственно в подкупольный объем — единственную емкость в напорном тракте нагнетателя; этому случаю соответствует уравнение первого порядка [1]. При наличии ресивера число емкостей равно двум (ресивер и воздушная подушка); тому же равен порядок реологического уравнения (см. ниже). Следует отметить также, что порядок реологического уравнения дополнительно возрастает при учете конечной инерции ротора нагнетателя, но здесь этот вопрос не рассматривается.

Массовые расходы воздуха, поступающего в емкость и выходящего из нее, обозначим соответственно через  $G^+$  и  $G^-$ , а ее объем — через  $V$ . Величины, относящиеся к ресиверу, будут обозначены индексом 1, а величины, относящиеся к воздушной подушке, — индексом 2. Дополнительным нулевым индексом отмечены равновесные значения соответствующих величин.

Примем, что  $p_a$  — атмосферное давление;  $p^+ = p - p_a$  — избыточное давление;  $p^* = p_2^+ / p_1^+$  — отношение избыточных давлений;  $\Delta p_1$  и  $\Delta p_2$  — отклонения давлений в ресивере  $p_1$  и воздушной подушке  $p_2$  от равновесных значений  $p_{10}$  и  $p_{20}$ ;  $F$  — площадь горизонтальной проекции подкупольного пространства;  $P = \Delta p_2 F$  — дополнительная сила поддержания аппарата (положительное направление — вверх);  $n$  — показатель политропы состояния воздуха в ресивере и воздушной подушке;  $m$  — масса аппарата;  $H$  — средняя высота подкупольного пространства;  $\Pi$  — периметр гибкого ограждения;  $h$  — расстояние от нижней кромки ограждения до экрана;  $y$  — вертикальное перемещение аппарата от равновесного положения (положительное направление — вниз);  $\theta = \rho_0 V_0 / G_0$  — постоянная времени соответ-

<sup>1</sup> Здесь имеется в виду наиболее существенная низшая (первая) парциальная собственная частота гибкого ограждения. В полном анализе следует учитывать, что ограждение представляет собой систему с распределенными параметрами и обладает бесконечным числом собственных частот.

ствующего объема;  $\partial G_1/\partial p_1^+ < 0$  — крутизна расходно-напорной характеристики нагнетателя в точке, соответствующей равновесному режиму работы;  $\alpha = (\partial G_1/\partial p_1^+) (p_{10}^+/G_0)$  — параметр, характеризующий чувствительность системы подачи воздуха к изменению давления в ресивере;  $t$  — время.

Далее, согласно изложенной в [1] методике, можно составить следующую систему исходных уравнений:

уравнения массообмена

$$\frac{d}{dt} (\rho_1 V_1) = G_1^+ - G_1^-, \quad \frac{d}{dt} (\rho_2 V_2) = G_2^+ - G_2^- \quad (2.1)$$

уравнения состояния воздуха

$$\rho_1 = \rho_{10} \left( \frac{p_1}{p_{10}} \right)^{1/n} \approx \rho_{10} \left[ 1 + \frac{\Delta p_1}{n p_{10}} \right], \quad \rho_2 = \rho_{20} \left( \frac{p_2}{p_{20}} \right)^{1/n} \approx \rho_{20} \left[ 1 + \frac{\Delta p_2}{n p_{20}} \right] \quad (2.2)$$

уравнения массовых расходов воздуха

$$G_1^+ \approx G_0 \left( 1 + \frac{\alpha \Delta p_1}{p_{10}^+} \right)$$

$$G_1^- = G_2^+ \approx G_0 \left[ 1 + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{2(p_{10}^+ - p_{20}^+)} \right] \quad (2.3)$$

$$G_2^- = G_0 \frac{h}{h_0} \left( 1 + \frac{\Delta p_2}{2 p_{20}^+} \right)$$

Приближенные равенства справедливы с точностью до малых второго порядка.

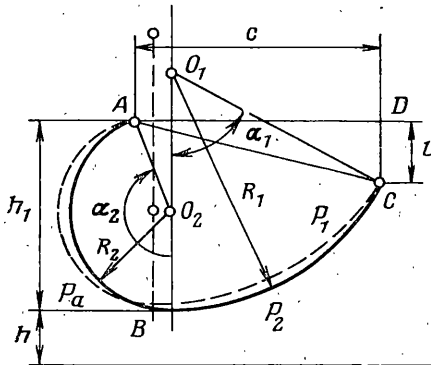
Влияние податливости (деформативности) гибкого ограждения на объем ресивера и высоту парения учтем в рамках приближенного статического рассмотрения [2]. Гибкое ограждение моделируется в виде цилиндрической, идеально гибкой, невесомой и нерастяжимой оболочки. Будем считать, что внутри оболочки  $ABC$  (фиг. 2) с нижней кромкой  $B$  давление равно  $p_1$ , на внешней поверхности  $AB$  давление равно атмосферному  $p_a$ , а на поверхности  $BC$  — давлению в подушке  $p_2$ . При данных величинах  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $c$ ,  $l$  и  $L$  можно найти углы  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и радиусы  $R_1$ ,  $R_2$  из четырех соотношений.

Три соотношения носят чисто геометрический характер

$$L = R_1 \alpha_1 + R_2 \alpha_2, \quad l = R_1 (1 - \cos \alpha_1) + R_2 (1 - \cos \alpha_2)$$

$$c = R_1 \sin \alpha_1 + R_2 \sin \alpha_2, \quad R_2/R_1 = 1 - p^*$$

за четвертое вытекает из условия равенства натяжений  $(p_1 - p_a)R_2 = (p_1 - p_2)R_1$  слева и справа от кромки  $B$ .



Фиг. 2

Из этих соотношений видно, что при заданных величинах  $L$ ,  $l$  и с-форма оболочки, которая определяется радиусами  $R_1$  и  $R_2$  и углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , зависит только от отношения избыточных давлений

$$p^* = \frac{p_2^+}{p_1^+} \approx p_0^* \left[ 1 + \frac{(\Delta p_2 - p_0^* \Delta p_1)}{p_{20}^+} \right]$$

Соответственно при малых изменениях  $p^*$  объем  $V_1$  и размер  $h_1$  гибкого ограждения определяются выражениями

$$V_1 = V_{10} + \frac{\partial V_1}{\partial p^*} \Delta p^*, \quad h_1 = h_{10} + \frac{\partial h_1}{\partial p^*} \Delta p^*$$

Последнее слагаемое второго выражения определяет также соответствующую часть приращения высоты целевого зазора, но с обратным знаком.

Для производных введем следующие обозначения:  $\partial V_1 / \partial p^* = \varepsilon_v V_{10}$ ,  $\partial h_1 / \partial p^* = -\varepsilon_h h_0 = -\partial h / \partial p^*$ , причем, как следует из работы [2]:

$$\varepsilon_v = k_F \frac{\beta L^2 \Pi}{V_{10}}, \quad \varepsilon_h = k_h \frac{L}{h_0}$$

значения коэффициентов  $k_F$  и  $k_h$  приводятся в [2];  $\beta$  — отношение объема гибкого ограждения к полному объему ресивера.

Таким образом, получаем

$$V_1 = V_{10} \left[ 1 + \varepsilon_v p_0^* \frac{(\Delta p_2 - p_0^* \Delta p_1)}{p_{20}^+} \right]$$

$$h = h_0 \left[ 1 - \frac{y}{h_0} + \varepsilon_h p_0^* \frac{(\Delta p_2 - p_0^* \Delta p_1)}{p_{20}^+} \right] \quad (2.4)$$

Влиянием податливости гибкого ограждения на объем воздушной подушки можно пренебречь.

Левые части уравнений (2.1) с учетом выражений (2.2) и (2.4) могут быть представлены в виде

$$\frac{d}{dt} (\rho_1 V_1) = \rho_{10} V_{10} \left( \frac{\Delta p_1}{n p_{10}} + \varepsilon_v p_0^* \frac{\Delta p_2 - p_0^* \Delta p_1}{p_{20}^+} \right)$$

$$\frac{d}{dt} (\rho_2 V_2) = \rho_{20} V_{20} \left[ \frac{\Delta p_2}{n p_{20}} - \frac{y}{H} \right] \quad (2.5)$$

Подставляя соотношения (2.3), второе соотношение (2.4) и уравнения (2.5) в (2.1), получим систему двух соотношений, связывающих переменные величины  $\Delta p_1$ ,  $\Delta p_1$ ,  $\Delta p_2$ ,  $\Delta p_2$ ,  $y$  и  $y$ . Исключив из этих соотношений  $\Delta p_1$  и  $\Delta p_1$ , будем иметь одно дифференциальное уравнение, содержащее величины  $\Delta p_2$ ,  $\Delta p_2$ ,  $\Delta p_2$ ,  $y$ ,  $y$  и  $y$ . После замены  $\Delta p_2 = P/F$  оно принимает вид

$$a_2 P'' + a_1 P' + P = b_2 y'' + b_1 y' + c y \quad (2.6)$$

$$a_1 = \frac{2\theta_1 p_{20}^+}{n p_{10}} \sigma_2 + \frac{2\theta_2 p_{20}^+}{n p_{20}} \sigma_3, \quad a_2 = \frac{4\theta_1 \theta_2 (p_{20}^+)^2}{n^2 p_{10} p_{20}} \sigma_1$$

$$b_1 = \frac{4\theta_1 F (p_{20}^+)^2}{n p_{10} h_0} \sigma_1 + \frac{2\theta_2 F p_{20}^+}{H} \sigma_3, \quad b_2 = a_2 \frac{n p_{20} F}{H}$$

$$c = \frac{2Fp_{20}^+}{h_0} \sigma_3, \quad \sigma_1 = \frac{1-p_0^*}{p_0^*} \frac{1-\varepsilon_0 n p_{10} (p_0^*)^2 / p_{20}^+}{(1-2\alpha)[1+2\varepsilon_n p_0^* (1-p_0^*)]}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{(1-2\alpha)p_0^*}, \quad \sigma_3 = \frac{1-2\alpha(1-p_0^*)}{(1-2\alpha)[1+2\varepsilon_n p_0^* (1-p_0^*)]}$$

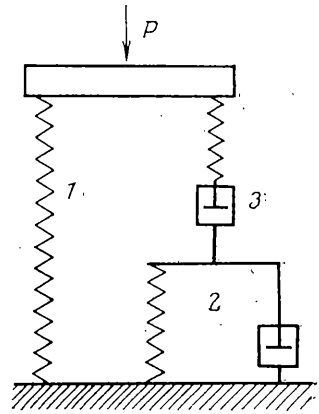
Соотношение (2.6) представляет собой реологическое уравнение, выражающее связь между перемещением аппарата  $y$ , а также его производными  $y'$  и  $y''$  и силой дополнительного поддержания аппарата  $P$  и ее производными  $P'$  и  $P''$ .

В случае жесткого ограждения в выражениях для коэффициентов  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  следует положить  $\varepsilon_0 = \varepsilon_n = 0$ . Если, кроме того, положить  $p_0^* = 1$ , то уравнение (2.6) обратится в соотношение, полученное в [1] для безреси-верной схемы аппарата. В предположении несжимаемости воздуха ( $\rho = \text{const}$ )  $np \rightarrow \infty$  уравнение (2.6) принимает вид  $P = b_1 y' + cy$ .

3. В реологии сплошных сред уравнение типа (2.6) не встречается; по-видимому, реальные среды в подобном описании не нуждаются. Тем не менее, образовать соответствующую упруговязкую модель нетрудно: она показана на фиг. 3 и получена параллельным присоединением пружины 1 к известной модели Бюргерса, которая состоит из последовательно соединенных моделей Кельвина – Фохта 2 и Максвелла 3.

При медленном нагружении модели, изображенной на фиг. 3, вязкие элементы практически не оказывают сопротивления и лишь в пружине 1 возникает упругая (позиционная) сила. Это соответствует пренебрежению всеми производными в (2.6) и реологическому закону Гука  $P = cy$ .

Если же в модели фиг. 3 положить бесконечно большой жесткость пружины в элементе 2, то он выключается из процесса деформирования, а оставшаяся совокупность элементов 1 и 3 образует вариант модели Ишлинского – Ржаницына. Это соответствует безреси-верной схеме аппарата, рассмотренной в [1]. В данном общем случае учитываются все слагаемые реологического уравнения (2.6).



Фиг. 3

4. Для исследования возмущенного движения, т. е. свободных колебаний аппарата около равновесного состояния, нужно использовать уравнение его поступательного движения

$$my'' = -P \quad (4.1)$$

Подставляя (4.1) в уравнение (2.6), получим дифференциальное уравнение возмущенного движения

$$\kappa_3 y^{IV} + \kappa_1 \kappa_2 y''' + y'' + \kappa_1 y' + y = 0$$

$$\kappa_1 = b_1 [c(b_2 + m)]^{-1/2}, \quad \kappa_2 = \frac{a_1 c m}{b_1 (b_2 + m)} \quad (4.2)$$

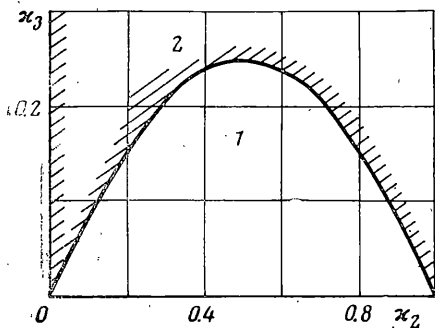
$$\kappa_3 = \frac{a_2 c m}{(b_2 + m)^2}, \quad \tau = \left( \frac{c}{b_2 + m} \right)^{1/2} t$$

в котором штрихами обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $\tau$ , а обозначения коэффициентов соответствуют принятому в [1].

Так как все коэффициенты уравнения (4.2) положительны, то для устойчивости равновесного состояния аппарата необходимо и достаточно выполнения одного условия Рауса — Гурвица  $\kappa_3 < \kappa_2(1 - \kappa_2)$ .

На фиг. 4 показана область устойчивости 1 в плоскости параметров  $\kappa_2$  и  $\kappa_3$  (цифрой 2 отмечена область неустойчивости).

Заметим, что в данном случае недостаточно условия устойчивости  $\kappa_2 < 1$ , соответствующего аппарату безрезервной схемы. Аппарат с резервом может оказаться неустойчивым независимо от величины  $\kappa_2$  при достаточно большом значении параметра  $\kappa_3$ .



Фиг. 4

В отличие от безрезервного аппарата в рассматриваемом случае опасность неустойчивости возникает не только при  $\kappa_2 \rightarrow 1$ , но и при  $\kappa_2 \rightarrow 0$ .

Из полученных соотношений можно сделать следующие общие заключения.

1. Дополнительная емкость (резерв), включенная последовательно в напорный тракт нагнетателя, повышает порядок характеристического уравнения и соответственно повышает опасность возникновения неустойчивости. Эта дополнительная опасность не возникает в случае параллельного включения гибкого ограждения и подкуольного пространства в напорный тракт нагнетателя.

2. Упругая податливость гибкого ограждения также повышает опасность возникновения неустойчивости, так как при этом увеличивается параметр  $\kappa_3$ .

3. Увеличение параметра  $p_0^*$  и крутизны характеристики нагнетателя воздуха  $|\partial G_1^+ / \partial p_1^+|$  способствует увеличению устойчивости аппарата.

4. Увеличение высоты целевого зазора в равновесном режиме повышает устойчивость аппарата (так же, как и аппарата без резерва).

Авторы глубоко благодарны Г. Ю. Степанову за полезное обсуждение работы.

Поступила 2 II 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Маслов Л. А., Пановко Я. Г. Колебания аппарата на воздушной подушке как твердого тела на обобщенном упруговязком основании. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 4.
2. Чагоян А. А. Деформация гибкого ограждения аппарата на воздушной подушке при изменении давления. Изв. АН АрмССР. Механика, 1976, № 5.