

9 VI 1977. А. С. Кравчук, В. А. Васильев (Москва) *Вариационные методы решения контактных задач и их численная реализация.*

Рассматриваются две задачи: о контакте упругого тела с абсолютно жестким штампом и о контакте нескольких упругих тел. Первая задача известным и опубликованным ранее авторами методом приведена к задаче выпуклого программирования минимизации функционала энергии с линейными ограничениями. Дискретизация проведена методом конечных элементов, решение дискретизированной задачи осуществлено на ЭВМ. Получены эпюры контактных давлений, найдена зона контакта и напряженно-деформированное состояние в плоской задаче о контакте прямоугольной области с гладким штампом (круговым, эллиптическим и др.). Проведено сравнение результатов с решением Герца для полуплоскости и выяснена область применимости формулы Герца. Установлено, что при определенных соотношениях между силовыми и геометрическими параметрами происходит разделение зоны контакта на две. При решении упругопластической задачи произведен анализ двух итерационных процессов — метода переменных параметров упругости и метода упругих решений с регулируемой величиной шага; установлено, что метод упругих решений требует большего количества итераций, но суммарные затраты времени меньше, чем в методе переменных параметров упругости.

В задаче о контакте нескольких деформируемых тел получено линейное по перемещениям условие непроницаемости при произвольной (достаточно гладкой) форме границ тел. Установлено, что существуют альтернативные формулировки условия непроницаемости, отличающиеся одно от другого слагаемыми, имеющими второй порядок малости по отношению к величине начального зазора и перемещениям.

Задача приведена к минимизации функционала при линейных ограничениях и указаны условия существования и единственности обобщенного решения для упругих и упругопластических сред.

IV МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ МГУ

Численные методы в механике твердых деформируемых тел

Четвертая зимняя механико-математическая школа молодых ученых МГУ по теме «Численные методы в механике твердых деформируемых тел» (научные руководители школы член-кор. АН СССР А. А. Ильющин и проф. Н. С. Бахвалов, председатель оргкомитета доктор физ.-матем. наук Б. Е. Победра) состоялась в Колобакино с 2 по 13 марта 1977 г.

В работе школы приняли участие ученые и специалисты высших учебных заведений и научно-исследовательских институтов (МГУ, МИЭМ, МФТИ, завод-вуз ЗИЛ и др.).

Было заслушано 12 лекций-докладов по теоретическим вопросам применения численных методов в механике твердых деформируемых тел и 8 лекций — занятий по практическому освоению машинных языков.

В программе школы были представлены лекции-доклады, посвященные как теоретическим разработкам, обоснованию численных методов и их оптимизации в механике твердых деформируемых (упругих, упругопластических и вязкоупругих плоских и трехмерных тел), так и применению этих методов для решения конкретных классов задач прочности различных конструкций.

В лекциях Е. Г. Дьяконова, посвященных проблеме минимизации вычислительной работы при решении задач статики упругого тела, рассматриваются модификации проекционно-разностных методов решения краевых задач в ограниченных односвязных и двусвязных областях на плоскости с кусочно-гладкой границей для сильно-эллиптических систем второго порядка. Тип краевых условий (для односвязных областей) меняется не более четырех раз, а на двусвязных областях сохраняется на обоих контурах. Показано, в каком случае можно улучшить по порядку количество арифметических операций. В модификации используются базисные кусочно-полиномиальные функции при специальных триангуляциях областей, топологически эквивалентных триангуляциям идеальных областей. Итерационные методы используют операторы, эквивалентные по спектру, а также последовательное решение возникающих систем на сгущающихся сетках. При введении в базис сингулярных функций (передающих характер особенности решения) применяется метод окаймления. Результаты частично обобщаются на трехмерный случай.

В докладе И. Е. Трояновского обсуждаются вопросы применения метода конечных элементов в задаче об оптимизации геометрии осесимметричного тела при смене типа граничных условий в угловой точке. Решение контактных задач линейных и нелинейных упругих тел с использованием метода конечных элементов, а также обоснование метода к задачам указанного типа приведено в лекции А. С. Кравчука.

Вариационно-разностные схемы для уравнений с разрывными коэффициентами рассматривались в докладе А. Г. Злотника.

С докладом о численных методах в механике тонкостенных конструкций выступил А. Н. Фролов. В докладе изложены современные проблемы расчета тонкостенных оболочечных конструкций. Приведен общий подход к численному анализу нелинейного поведения и устойчивости составных оболочечных конструкций при симметричном нагружении, основанный на непосредственном интегрировании разрешающих дифференциальных уравнений. На ряде задач показаны особенности поведения конструкций в окрестности предельных точек и точек бифуркации и рассмотрены некоторые подходы к построению численно устойчивых решений в окрестности критических точек и в закритической области.

В лекции В. Ф. Чинова обсуждались решения контактных задач строительной механики тонкостенных конструкций.

Доклады В. Б. Андреева (сеточные методы в задачах с негладкими решениями), А. Г. Кобелькова (численные методы решения задач для несжимаемого упругого материала), В. С. Жуковского (вопросы решения плоской упругой задачи для элементов сложной формы методом сеток), В. Н. Кукуджанова (о численном решении неоднородных задач динамики упругих и упругопластических сред) были посвящены модификациям конечно-разностного метода.

В лекции Б. Е. Победри «Итерационные методы решения некоторых задач теории упругости и пластичности» рассмотрены системы уравнений, к решению которых сводятся многие квазистатические задачи. Показана принципиальная невозможность решения такой системы даже в линейном случае некоторыми традиционными методами, использующими подсчет определителей. Рассмотрены случаи, когда итерационные операторы, подлежащие обращению на каждом шаге, являются единичными (схема Ричардсона) либо факторизованными, выбор которых связан со структурой исходного оператора. Для оператора Лапе приводится вид интегральных операторов и обсуждается вопрос о выборе итерационных параметров. Рассмотрена специфика построения итерационных операторов для задач теории анизотропных упругих тел и задач теории малых упругопластических деформаций.

В программу школы кроме научных лекций был включен цикл занятий по практическому освоению языка «Фортран», который осуществлялся Л. А. Владимировым.

Е. З. Король, О. А. Киликоская