

ской среды с условием пластичности, зависящим от скорости деформации. Показано, что последняя система уравнений имеет ряд преимуществ математического характера. Она принадлежит к симметрическим гиперболическим системам с главной линейной частью, для которых доказаны теоремы существования и единственности в классе кусочно-непрерывных решений, для нее легко могут быть исследованы разрывные решения, определены характеристические поверхности и соотношения на них. В то же время для системы уравнений Прандтля — Рейса существуют примеры неединственности решения в классе разрывных решений, эта система не приводится к дивергентному виду и к ней неприменима общая теория разрывных решений таких систем, что вызывает затруднения при исследовании разрывов. Исследовано распространение разрывов в термоупруговязкопластической среде и показано, что хотя для реальных материалов затухание скачка определяется почти исключительно затуханием за счет теплопроводности, однако оно существенно лишь в области очень высоких частот $\omega \sim 10^{10} - 10^{12}$ 1/сек и ничтожно мало при более низких частотах, где основную роль играют члены, связанные с вязкопластической деформацией. Поэтому решение в адиабатическом приближении вполне достаточно для рассматриваемых задач.

Для адиабатического приближения предложен численный метод, основанный на использовании характеристических конусов и соотношений совместности на них. Исследована устойчивость схемы и приведен ряд примеров расчета, показывающий эффективность метода. В случае конечных деформаций предложена модель упруго-пластической среды и показана ее непротиворечивость общим принципам термодинамики, а также постулату минимальных необратимых сил, который обычно принимается при построении моделей пластических сред. Определены характеристические поверхности и предложен сеточно-характеристический метод решения полученной системы уравнений, основанный на приведении ее к виду, содержащему производные только вдоль бихарактеристик. Приведено решение ряда задач, в частности, исследовано динамическое нагружение импульсами давления пластин, конической и сферической толстостенных оболочек и некоторых других.

16 V 1977. Б. М. Шлякман (Томск) *Резание как метод испытания материалов при больших скоростях деформирования.*

Изложена методика построения кривых течения при больших скоростях деформирования (до 10^5 1/сек). Величина и скорость деформации определяются по кинематической модели, основанной на аппроксимации экспериментальных линий тока гиперболами, напряжения — по измеренным с помощью динамометра составляющим силы резания. Проведено сопоставление кривых течения, полученных при резании и растяжении — сжатии, и отмечено их удовлетворительное совпадение. Дана оценка влияния температурного, инерционного фактора и истории деформирования на кривые течения.

УДК 531/534 : 061.6

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ СЕМИНАРЫ

Семинар по механике твердого деформируемого тела под
руководством Э. И. Григолюка.

14 II 1977. В. И. Мамай (Москва) *Стержневые модели как аналоги нелинейного поведения составных оболочек вращения при их взаимодействии с жесткими преградами.*

Обсуждаются известные стержневые модели и возможности их использования для анализа нелинейного поведения тонкостенных пластин и оболочек. Рассмотрено обобщение известной двухстержневой модели Мизеса на случай произвольного несимметричного деформирования. Изучены статические и динамические нелинейные свойства модели, получающейся из обычной двухстержневой модели добавлением сосредоточенной массы и дополнительных упругих связей в центральном шарнире, введением демпфирования, пропорционального скорости перемещения массы, и учетом возможности упругого горизонтального перемещения боковых шарниров.

Предлагаются стержневые многомассовые модели для количественного и качественного моделирования нелинейного поведения и прощелкивания составной оболоч-

ки вращения или ее отдельных элементов при динамическом взаимодействии с жесткой преградой. В качестве исходного элемента для построения предлагаемых моделей принята описанная выше одномассовая двухстержневая модель.

Подробно исследованы две модели: двухмассовая, с упругой связью центральных узлов, для изучения нелинейного динамического поведения трехслойной сферической оболочки и четырехмассовая для исследования составной оболочки вращения с подкрепляющим упругим шпангоутом при ее падении на жесткое основание. Смещение опор составляющих двухстержневых систем моделирует при этом жесткость подкрепляющего шпангоута.

Выписаны исходные уравнения и начальные условия для случая деформирования системы как при центральном, так и косом ударе. В последнем случае принято во внимание изменение момента инерции системы в процессе ее деформирования. Исследование поведения таких моделей сводится к численному решению задачи Коши для системы четырех, восьми и в общем случае восемнадцати нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка при соответствующих начальных условиях.

Подробно изучен случай центрального удара. Приведены и обсуждаются многочисленные графики, демонстрирующие влияние геометрии и жесткости изучаемых моделей на характер их нелинейного поведения и возникающие в процессе соударения перегрузки.

Проведенные вычисления показали эффективность применения многомассовых моделей, построенных с использованием двухстержневого элемента с массой в центральном узле, для качественного и количественного описания динамического поведения нелинейных систем с прощелкиванием.

21 II 1977. И. А. Горбань (Обнинск) *Исследование нестационарных процессов лучисто-кондуктивного теплообмена при термической обработке полупрозрачных материалов.*

Разработан алгоритм конечно-разностного решения широкого класса одномерных нестационарных задач лучисто-кондуктивного теплообмена для плоского слоя стекла с оптически гладкими поверхностями. Решение разностных уравнений осуществляется методом прогонки с учетом нерегулярностей углового и спектрального распределения радиации, обусловленных эффектами многократного внутреннего и полного отражений, селективностью углового и спектрального распределения внешних лучей радиации.

С целью иллюстрации эффективности и надежности разработанного численного метода проводится сопоставление с аналитическими решениями, которые удается получить при введении ряда упрощающих предпосылок. Рассмотрены вопросы сходности и устойчивости разностной схемы при различных способах линеаризации исходных уравнений.

Разработанный алгоритм использован в качестве критерия оценки погрешностей известных схем двухпоточкового приближения. Показано, что приближенные уравнения в задачах рассмотренного класса приводят к значительным погрешностям, что связано с использованием постоянных значений для коэффициентов переноса. Исследовано влияние различных факторов на величину этих коэффициентов.

На основе проведенного анализа разработана обобщенная схема двухпоточкового приближения, позволяющая значительно повысить точность приближенных решений. Предложенная схема принципиально отличается от известных ранее тем, что позволяет учесть зависимость коэффициентов переноса от радиационных характеристик материала.

Для изотропно рассеивающей среды проведено сопоставление результатов решения в точной постановке с приближенной моделью «обратного» рассеяния. Указан диапазон параметров, где приближение обратного рассеяния приводит к значительным погрешностям.

В качестве практических приложений разработанных методов и программ расчета проведен анализ предельных тепловых возможностей окна высокотемпературного светильника. Анализируются тепловые режимы ускоренного радиационно-кондуктивного отжига стекол.

28 II 1977. А. С. Стулов (Таллин) *Вычисление эхо-сигнала от некругового цилиндра.*

Используя интеграл Кирхгофа, решается плоская задача дифракции акустического импульса на цилиндре произвольного поперечного сечения. Интегральное представление потенциалов смещений и их производных в среде и в упругом теле позволяет понизить размерность задачи и найти нормальные и касательные перемещения и напряжения на поверхности цилиндра, вызванные падающим импульсом.

Эхо-сигнал в любой точке пространства также вычисляется с помощью формулы Кирхгофа.

Задача решается численно, путем аппроксимации интеграла Кирхгофа двойной суммой запаздывающих по времени средних значений неизвестных функций, коэффициенты которых, зависящие от формы и упругих постоянных цилиндра и времени, вычисляются точно. Уравнения, которые приходится при этом решать, являются последовательными неодновременными, что значительно упрощает вычисления.

В качестве примера приведены зависимости давления в эхо-сигнале от времени, вычисленные для различных упругих эллиптических цилиндров.

Исследуется устойчивость и сходимости полученной численной процедуры.

14 III 1977. Ю. П. Зезин (Москва) *Описание деформированных и прочностных свойств высоконаполненных полимерных материалов.*

Рассмотрены вопросы деформирования и длительной прочности наполненных минеральными частицами эластомеров. Используются представления о последовательном разрушении микробъемов материала, для которых справедлив нелинейный критерий длительной прочности Ильюшина.

Получены соотношения для связи между напряжениями и деформациями в расматриваемых материалах и условие длительной прочности для них. Разработана методика определения параметров материала по кривым растяжения с постоянной скоростью деформации и данным испытаний на релаксацию.

Приведены результаты экспериментальной проверки теории, показавшие, что некоторые частные случаи полученных соотношений удовлетворительно описывают эффекты, характерные для деформирования высоконаполненных эластомеров (релаксация, ползучесть, эффект Маллинза), и их долговечность при различных режимах нагружения. Приведено обобщение теории на случай сложного напряженного состояния.

21 III 1977. А. Т. Пономарев (Москва) *Динамика тонкостенных элементов летательных аппаратов в нестационарном потоке.*

Разрабатываются основы теории нестационарной аэроупругости тонкостенных конструкций при безотрывном и отрывном обтекании потоком газа на основе синтеза численных методов нестационарной аэродинамики и теории гибких пластинок и оболочек. Предлагаются различные пути решения подобных задач.

Один из них (метод временных слоев) основывается на последовательном интегрировании шаг за шагом по времени уравнений газовой динамики и теории оболочек. Второй способ (метод интегральных представлений) заключается в разложении движения упругой системы по заданным формам колебаний. При этом нестационарная аэродинамическая нагрузка ищется через решение базовых газодинамических задач с использованием интеграла свертки.

Эти методы прилагаются к изучению широкого класса объединенных задач нестационарной аэроупругости и аэротермоупругости оболочек и пластин.

Изучается поведение упругих систем под действием дискретных порывов ветра и в волне слабого разрыва в газе. Анализируется совместное влияние на переходные процессы в конструкции нестационарных аэродинамических сил, ударных волн, статических и динамических нагрузок. Исследуется динамика гибкого элемента при отрывном нестационарном обтекании и сформированном режиме отрывного течения.

28 III 1977. Г. Н. Устинов (Москва) *Контактное взаимодействие двух гибких соосных колец.*

Рассматривается контактное взаимодействие двух гибких соосных колец. Внешнее кольцо радиуса R_2 нагружено гидростатическим давлением q . После потери устойчивости оно контактирует с внутренним кольцом радиуса R_1 .

Приводятся результаты численной реализации задачи при точечном и плотном контактировании колец.

4 IV 1977. Л. А. Магеррамова (Москва) *Устойчивость трехслойных круговых пластин.*

Изучается устойчивость трехслойных круглых и кольцевых пластин в рамках теории трехслойных оболочек Григолюка — Чулкова. Пластины подвергаются действию равномерно распределенной по внутреннему и внешнему контурам нагрузки, лежащей в плоскости пластинки, а также действию температуры, которая является произвольной функцией координат.

Опоры являются упругими. Учитывается влияние жесткостей диафрагмы, связывающей между собой несущие слои. Получено точное решение задачи с учетом уравнения сдвига. Для случая однородного поля напряжений решение получено в цилиндрических функциях. При неоднородном поле напряжений решение дифференциального уравнения устойчивости шестого порядка с переменными коэффициентами ищется в виде обобщенного степенного ряда.

Найдены корни определяющего уравнения и построено шесть линейно-независимых решений исходного дифференциального уравнения устойчивости. Исследованы возможности упрощения решений и изучено влияние основных параметров на вид решений.

Для определения параметров критических нагрузок получены трансцендентные уравнения в случае осесимметричной и неосесимметричной форм равновесия. На основе проведенных расчетов оценено влияние физико-механических свойств трехслойной пластины, а также упругости опор на величину параметра критической нагрузки. Приведено сравнение с известными результатами.

11 IV 1977. А. М. Маневич (Днепропетровск) *Устойчивость и весовая оптимизация подкрепленных оболочек.*

Развивается теория связанной неустойчивости подкрепленных оболочек, учитывающая взаимодействие форм общего выпучивания и местного выпучивания ребер. Необходимость такой теории для оболочек с ребрами открытого профиля обосновывается анализом результатов широкого экспериментального исследования. Сложность ее построения связана с отказом от гипотезы недеформируемой нормали для совокутного сечения.

Установлено существование сильно неустойчивых ветвей связанного выпучивания, обуславливающих значительное снижение верхней критической нагрузки при наличии поперечных возмущений.

Предложен метод решения задач нелинейного программирования и показаны преимущества этого метода по сравнению с известными алгоритмами.

Метод применен к задаче оптимизации, которая ставится в общей постановке, с учетом нескольких расчетных случаев, а также возможных технологических ограничений. Исследован широкий круг конкретных задач оптимизации, установлены общие соотношения между оптимальными параметрами, чувствительность оптимума к различным ограничениям и т. д. Получен вывод о необходимости постановки задачи оптимизации на базе нелинейной теории связанного выпучивания.

18 IV 1977. В. И. Бабенко (Харьков) *Потеря устойчивости разгибающихся оболочек при внешнем давлении.*

Рассмотрены некоторые задачи устойчивости тонких пологих цилиндрических оболочек и оболочек произвольного очертания под действием внешнего давления. Предполагается, что потеря устойчивости происходит с образованием одной вмятины, вытянутой вдоль образующей.

25 IV 1977. И. М. Насонкин (Новосибирск) *Вариационно-разностный метод расчета изгиба пластин различной конфигурации с подкреплениями.*

Получены жесткостная и инерционная матрица для элемента балки и пластины при изгибе в предположении, что прогибы упругой конструкции могут быть аппроксимированы кусочно-линейной функцией. Дано сравнение решений, полученных указанными методами, с известными решениями статических и динамических задач. Произведена оценка точности метода.

16 V 1977. Г. П. Никитков, Е. М. Морозов (Москва) *Решение двумерных задач линейной и нелинейной механики разрушения с помощью метода конечных элементов.*

Дано обобщение способов расчета коэффициентов интенсивности напряжений с помощью метода конечных элементов на случай термосилового нагружения. Показана целесообразность интегрирования матриц жесткости квадратичных элементов по двучленному правилу Гаусса и эффективность использования сингулярных элементов.

Решение упругопластических задач по теории течения показало, что в пределах точности примененной методики значение интеграла Черепанова — Райса не зависит от контура не только при пропорциональном, но и при непропорциональном нагружении. При этом безразлично, пересекает контур пластическую зону или нет.

Найдено, что линейная механика разрушения дает неконсервативную оценку нагрузки, приводящей к локальному разрушению. Погрешность зависит от степени стеснения деформации как в плоскости, параллельной фронту трещины, так и в перпендикулярной плоскости. В результате решения нестационарной упругопластической задачи о начале движения трещины определены необратимые энергозатраты на тепловыделение.

УДК 531/534:061.6

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ. СЕМИНАРЫ

Семинар по механике деформируемого твердого тела под руководством А. И. ЛУРЬЕ.

17 IX 1974. **П. И. Перлин** (Москва) *Решение пространственных задач теории упругости методом сингулярных интегральных уравнений.*

Решение сингулярных интегральных уравнений основных (первой и второй) пространственных задач теории упругости предлагается осуществлять методом последовательных приближений, используя для вычисления соответствующих двумерных сингулярных интегралов надлежащие регулярные представления.

Установлена расходимость метода в случае второй внутренней задачи, обусловленная погрешностью квадратурных формул, и внесены необходимые коррективы в исходное интегральное уравнение.

Обсуждаются вопросы построения расчетных схем, а также результаты конкретных расчетов.

Аппарат обобщенных упругих потенциалов применен также к решению задач для кусочно-однородных тел (при совпадении коэффициентов Пуассона).

19 X 1974. **Н. Н. Ометова** (Ленинград) *Изгиб труб не малой кривизны.*

Распространение на кривые трубы гипотез полубезмоментной теории цилиндрической оболочки позволило учесть реальные условия на краях.

Применение полубезмоментной теории для изучения изгиба труб не малой кривизны, наметившееся в последние годы, никак не обосновывалось, между тем учет реальных граничных условий имеет наибольшее практическое значение.

Для решения задачи изгиба труб большой кривизны с учетом граничных условий в работе применены полные уравнения теории тонких оболочек в комплексной форме В. В. Новожилова. Решение проводилось с применением двойных рядов Фурье в матричной форме. Исследовался чистый изгиб труб с фланцами на концах. Для отыскания предела применимости полубезмоментной теории при расчете кривых труб решение уравнений В. В. Новожилова сравнивалось с решением, полученным при помощи полубезмоментной теории.

Применение последней оказалось вполне оправданным для труб с отношением радиуса сечения к радиусу гiba $b/R_m < 0.3$. Причем для таких труб полубезмоментная теория, упрощенная предположением $1 + b/R_m \approx 1$, дает результаты, более близкие к результатам решения полных уравнений, и следует принимать $R(\eta) \approx R_m$, где $R(\eta)$ — радиус кривизны произвольного продольного волокна.

12 XII 1974. **В. Г. Кичигин** (Николаев) *Перфорированные пластинки и оболочки с подкрепленным краем.*

Рассматриваются вопросы расчета напряженного состояния перфорированных пластинок и оболочек, край которых подкреплен упругими элементами типа криволинейных стержней. Для оболочки используется классическая теория Кирхгофа — Лява, а для подкрепляющего стержня — теория Кирхгофа — Клебша. Привлекается уточненная расчетная схема, согласно которой учитывается расстояние от оси подкрепляющего стержня до контура спая его с оболочкой. Дополнительное напряженное состояние оболочки, соответствующее влиянию вырезов, предполагается затухающим на бесконечности, а для его определения используются основные предпосылки теории оболочек с большим показателем изменчивости.