

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ
СЕМИНАРЫ**

**Семинар по механике деформируемого твердого тела под
руководством Ю. Н. Работнова, Л. А. Галина, Г. С. Шапиро,
В. Д. Ключникова**

14 II 1977. **А. В. Березин, Е. В. Ломакин (Москва)** *Определяющие уравнения для процесса деформирования крупнозернистых графитов.*

Рассмотрены возможные пути построения определяющих уравнений для материалов, сопротивление которых деформированию зависит от гидростатического напряжения. При построении уравнений был использован тот факт, что кривые зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций подобны при пропорциональном нагружении. В качестве параметра пропорционального нагружения было выбрано отношение гидростатического напряжения к интенсивности напряжений. Дано решение задачи о концентрации напряжений у кончика трещины нормального разрыва в пластине из материала, деформирование которого описывается предложенными уравнениями.

21 II 1977. **В. И. Астафьев (Куйбышев)** *Применение смешанной формы МКЭ к расчету на изгиб перфорированных пластин с учетом физической нелинейности.*

14 III 1977. **В. С. Екельчик (Ленинград)** *Аппроксимация обобщенных кривых ползучести и релаксации полимеров с помощью \mathcal{E}_α -функции.*

Приведены различные примеры аппроксимации обобщенных кривых ползучести и релаксации полимеров с помощью \mathcal{E}_α -функции Ю. Н. Работнова. Рассматривались опубликованные экспериментальные данные по реологии полиизобутилена, полиметакрилата, полиуретана, эпоксидных смол холодного и горячего отверждения. Наряду с ползучестью (релаксацией) полимера при одноосном растяжении или сдвиге обрабатывались экспериментальные кривые ползучести (релаксации) при всестороннем сжатии. Для семи кривых (четыре различных полимеров) удалось получить вполне удовлетворительное описание. Величина параметра дробности α для рассмотренных материалов оказалась различной, причем не у всех полимеров α при сдвиге и при объемном сжатии можно принимать совпадающими. Если параметры дробности совпадали, то определение других вязкоупругих функций для данного полимера (например, функции $E(t)$) легко может быть выполнено с помощью алгебры резольвентных операторов и таблиц дробно-экспоненциальной функции. Получено хорошее соответствие с результатами, найденными ранее другими численными методами.

Неупругое поведение эпоксидных связующих во всем временном интервале описать подобным образом — с помощью одной \mathcal{E}_α -функции — не удастся. Для аппроксимации обобщенной кривой ползучести смолы ЭД-6 предлагается использовать сумму трех дробно-экспоненциальных функций одинакового порядка дробности или сумму двух дробно-экспоненциальных функций различного порядка дробности. В последнем случае, а также при учете объемной ползучести, когда параметры дробности при сдвиге и объемном сжатии не совпадают, для решения краевых задач и построения других вязкоупругих функций целесообразно воспользоваться преобразованием Лапласа с численной реализацией обращения. Здесь эффективными оказываются квадратурные формулы с комплексными узлами, применяемые в методе наивысшей степени точности В. И. Крылова и Н. С. Скобли. Приведены результаты численных экспериментов и сопоставления с точными решениями и результатами, полученными с помощью других численных методов.

14 III 1977. **В. С. Екельчик, Е. В. Никифорова (Ленинград)** *Осесимметричная задача термовязкоупругости для ортотропного цилиндра.*

Рассматривается осесимметричная задача нестационарной теплопроводности для длинного полого цилиндра с оправкой. Затем для известного температурного поля $T(r, t)$ и заданного внешнего давления $p(t)$ определяются радиальные напряжения $\sigma_r(r, t)$. Материал цилиндра предполагается термореологически простым, неупругие свойства полимера описываются с помощью дробно-экспоненциальных функций Ю. Н. Работнова. Коэффициент температурно-временного сдвига $q(T)$ и температурная зависимость коэффициента линейного расширения $\alpha_r(T)$ задаются в табличной форме. При решении используется метод сеток по времени и координате. Расчеты выполнялись на ЭВМ БЭСМ-3М и М-222.

Рассмотрено влияние скорости охлаждения, анизотропии упругих, неупругих и теплофизических свойств материала на величину радиальных напряжений $\sigma_r(r, t)$. Показано, что в ряде случаев эффективным средством предупреждения трещин, возникающих в процессе термообработки, может явиться приложение внешнего давления $p(t)$. Другой способ регулирования температурных напряжений связан с созданием специальных неоднородных по толщине распределений температур, в частности, начального распределения температур $T_0(r)$, при котором производится выдержка.

21 III 1977. В. С. Никишин, Г. С. Шапиро (Москва) *Две контактные задачи с односторонними связями.*

Первая задача посвящена давлению кругового в плане штампа на слой, свободно лежащий без трения на полупространстве и имеющий с ним односторонние связи. Под действием штампа слой поднимается над полупространством вне некоторой круговой площадки контакта, размер которой подлежит определению. Задача сведена к системе неоднородных интегральных уравнений Фредгольма второго рода и решена численно. При уменьшении толщины слоя и увеличении его жесткости под штампом возникают растягивающие нормальные напряжения, свидетельствующие о том, что при наличии односторонних связей между штампом и слоем последний отстанет от основания штампа в некоторой области. Установлено, что вертикальные перемещения толстого невесомого слоя на бесконечности, как и в случае тонкого слоя, имеют логарифмическую асимптотику.

Вторая задача относится к давлению кольцевой жесткой насадки на полый цилиндр. Она сначала сведена к сингулярному интегральному уравнению, а затем к интегральному уравнению Фредгольма второго рода и решена численно. Установлено, что при уменьшении толщины стенки цилиндра под кольцом возникают растягивающие нормальные напряжения, концентрирующиеся вблизи границ кольцевого пояса. Построено решение задачи с учетом односторонних связей между кольцом и стенкой цилиндра, когда допускается отрыв стенки цилиндра от кольца в некоторой области.

28 III 1977. М. У. Ушицкий (Москва) *Пластическое деформирование шероховатой поверхности.*

Рассмотрено пластическое деформирование шероховатой поверхности идеально пластического тела гладким жестким штампом в условиях плоской деформации. Профиль шероховатой поверхности предполагается реализацией стационарного случайного процесса. Деформация каждого из микровыступов описывается в рамках течения с установленным подобием.

Построены дифференциальные уравнения, описывающие рост площадки контакта и контактного давления. Решения этих уравнений зависят от функции распределения вершин профиля $f(N)$. Рассмотрены два подхода при определении $f(N)$: эмпирический, с использованием методов математической статистики, и асимптотический, на основе предельной теоремы Крамера.

Полученные решения используются для оценки режимов формирования композиционных материалов сваркой в твердом состоянии.

4 IV 1977. А. Б. Золотов (Москва) *Алгоритмизация решений краевых задач теории упругости.*

11 IV 1977. Н. Г. Бурого (Москва) *Выпучивание и закругленные деформации упругопластических оболочек.*

18 IV 1977. Б. Я. Друянов (Москва) *О плоском течении упрочняющейся среды.*

Рассматриваются уравнения и краевые задачи динамически плоского течения упрочняющейся жесткопластической среды как при неустановившемся течении, так и при стационарном. Устанавливаются условия на сильных разрывах скорости и условия их существования. Получены решения типа простых волн.

25 IV 1977. В. Н. Кукуджанов (Москва) *О решении неоднородных задач распространения волн в упругопластических средах.*

Рассматривается постановка и методы численного решения неоднородных задач распространения волн в упругопластических телах. Отдельно рассматривается случай малых и случай конечных деформаций. Обсуждается постановка задачи для двух моделей связанной термоупругопластической среды при малых деформациях, основанной на уравнениях Прандтля-Рейса и уравнениях упруговязкопластиче-

ской среды с условием пластичности, зависящим от скорости деформации. Показано, что последняя система уравнений имеет ряд преимуществ математического характера. Она принадлежит к симметрическим гиперболическим системам с главной линейной частью, для которых доказаны теоремы существования и единственности в классе кусочно-непрерывных решений, для нее легко могут быть исследованы разрывные решения, определены характеристические поверхности и соотношения на них. В то же время для системы уравнений Прандтля — Рейса существуют примеры неединственности решения в классе разрывных решений, эта система не приводится к дивергентному виду и к ней неприменима общая теория разрывных решений таких систем, что вызывает затруднения при исследовании разрывов. Исследовано распространение разрывов в термоупруговязкопластической среде и показано, что хотя для реальных материалов затухание скачка определяется почти исключительно затуханием за счет теплопроводности, однако оно существенно лишь в области очень высоких частот $\omega \sim 10^{10} - 10^{12}$ 1/сек и ничтожно мало при более низких частотах, где основную роль играют члены, связанные с вязкопластической деформацией. Поэтому решение в адиабатическом приближении вполне достаточно для рассматриваемых задач.

Для адиабатического приближения предложен численный метод, основанный на использовании характеристических конусов и соотношений совместности на них. Исследована устойчивость схемы и приведен ряд примеров расчета, показывающий эффективность метода. В случае конечных деформаций предложена модель упруго-пластической среды и показана ее непротиворечивость общим принципам термодинамики, а также постулату минимальных необратимых сил, который обычно принимается при построении моделей пластических сред. Определены характеристические поверхности и предложен сеточно-характеристический метод решения полученной системы уравнений, основанный на приведении ее к виду, содержащему производные только вдоль бихарактеристик. Приведено решение ряда задач, в частности, исследовано динамическое нагружение импульсами давления пластин, конической и сферической толстостенных оболочек и некоторых других.

16 V 1977. Б. М. Шлякман (Томск) *Резание как метод испытания материалов при больших скоростях деформирования.*

Изложена методика построения кривых течения при больших скоростях деформирования (до 10^5 1/сек). Величина и скорость деформации определяются по кинематической модели, основанной на аппроксимации экспериментальных линий тока гиперболами, напряжения — по измеренным с помощью динамометра составляющим силы резания. Проведено сопоставление кривых течения, полученных при резании и растяжении — сжатии, и отмечено их удовлетворительное совпадение. Дана оценка влияния температурного, инерционного фактора и истории деформирования на кривые течения.

УДК 531/534 : 061.6

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ СЕМИНАРЫ

Семинар по механике твердого деформируемого тела под
руководством Э. И. Григолока.

14 II 1977. В. И. Мамай (Москва) *Стержневые модели как аналоги нелинейного поведения составных оболочек вращения при их взаимодействии с жесткими преградами.*

Обсуждаются известные стержневые модели и возможности их использования для анализа нелинейного поведения тонкостенных пластин и оболочек. Рассмотрено обобщение известной двухстержневой модели Мизеса на случай произвольного несимметричного деформирования. Изучены статические и динамические нелинейные свойства модели, получающейся из обычной двухстержневой модели добавлением сосредоточенной массы и дополнительных упругих связей в центральном шарнире, введением демпфирования, пропорционального скорости перемещения массы, и учетом возможности упругого горизонтального перемещения боковых шарниров.

Предлагаются стержневые многомассовые модели для количественного и качественного моделирования нелинейного поведения и прощелкивания составной оболоч-