

УДК 531/534,539.3

**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР
СЕМИНАРЫ**

**Семинар по механике систем твердых тел и гироскопов
под руководством А. Ю. Ишлинского, Д. М. Климова, Е. А. Девянина.**

17 I 1977. В. А. Татьков (Новокузнецк) *Динамика гироскопической системы стабилизации и управления гибкой лопастью.*

Рассматривается задача о стабилизации гибкой лопасти воздушного винта при помощи гироскопической системы. При вращении винта лопасть подвержена воздействию аэродинамического момента, закручивающего ее вокруг продольной оси. Этот момент принимается периодической функцией времени, близкой к гармонической.

Для исследуемой гироскопической системы составлены уравнения движения, в правые части которых входят возмущающий и стабилизирующий моменты. Полученные уравнения исследуются в предположении малости изменения угла поворота лопасти и при некоторых ограничениях на параметры системы. Исходя из этого, предложен способ определения искомого управляющего момента, устраняющего крутильные колебания лопасти.

31 I 1977. В. Ф. Журавлев, А. А. Лапин (Москва) *Явление самосинхронизации в скоростных гироскопических опорах.*

Показано, что в скоростных гироскопических опорах возможен режим самосинхронизации сепараторов, когда угловые скорости вращения их совпадают, несмотря на различие кинематических значений этих скоростей, вычисленных в предположении отсутствия проскальзывания. Явление захвата возникает из-за наличия слабой связи между сепараторами, которая появляется в режиме собственной вибрации, порождаемой дефектами подшипников.

Явление изучается методом усреднения. Находятся стационарные режимы, и исследуется их устойчивость. Исследование позволяет объяснить ряд экспериментально установленных фактов.

7 II 1977. Д. М. Климов (Москва) *О построении вертикали на корабле при навигации посредством инерциальных приборов.*

Задача построения вертикали на корабле и задача определения координат корабля тесно связаны между собой. Для одновременного решения этих задач требуется найти четыре неизвестных величины: две проекции угловой скорости сопровождающего трехгранника и два угла, задающих отклонение гироскопической платформы от плоскости горизонта. Традиционные акселерометры и гироскопы дают информацию, на основе которой указанные неизвестные величины находятся с точностью до колебаний с частотой Шулера. Можно указать такие законы движения корабля, для которых информация о величине его абсолютной скорости, получаемая от вертикального акселерометра, оказывается недостаточной для полной идентификации колебаний с частотой Шулера.

Сформулированная выше задача решается, если на гироскопическую платформу наряду с традиционными акселерометрами, реагирующими на кажущееся ускорение, устанавливаются выполненные в виде маятников акселерометры. Конструкция последних должна быть такова, чтобы на их движение существенное влияние оказывало центральное гравитационное поле Земли. На этом пути возможно создание акселерометров, реагирующих либо только на кинематическое ускорение корабля, либо только на отклонение акселерометра от направления вертикали, проходящей из центра Земли через местоположение корабля.

21 II 1977. П. К. Плотников (Саратов) *К вопросу о решении обратной задачи теории измерительных гироскопических систем.*

Установлены условия точного воспроизведения измерительными гироскопическими системами абсолютной угловой скорости платформы и кажущегося ускорения некоторой ее точки.

Для системы, составленной из астатических гироскопов, упомянутые условия предусматривают, чтобы система уравнений обратной задачи удовлетворяла условиям теоремы существования и единственности ее решения, а начальные значения угловых скоростей были заданы точно. Для системы ньютонометров показано, что

решение уравнений обратной задачи совпадает с кажущимся ускорением некоторой точки платформы в том случае, если для системы алгебраических уравнений обратной задачи выполняются условия существования ее решения. Условия точного воспроизведения маятниково-гироскопной измерительной системой абсолютной угловой скорости и кажущегося ускорения платформы представляют собой комбинацию условий точного воспроизведения угловой скорости системой, составленной из астатических гироскопов, и условий точного воспроизведения кажущегося ускорения системой ньютонометров.

28 II 1977. Г. Н. Космодемьянская, А. А. Лескин (Калуга) *Нормальные формы векторных полей и стабилизация движений твердого тела с переменным тензором инерции.*

Рассматривается стабилизация движений твердого тела с переменным тензором инерции с помощью введения момента, компенсирующего возмущения, обусловленные переменностью тензора инерции.

Изучаются условия, при которых полученная система является грубой. Анализ проводится с помощью нормальных форм векторных полей, исследованных В. И. Арнольдом.

14 III 1977. В. Н. Турчанинов (Киев) *Устойчивость шарового гироскопа с магнитным подвесом в режиме нелинейных резонансов.*

Приближенные нелинейные уравнения движения используются для определения условий устойчивости вынужденного движения шарового гироскопа с электромагнитным подвесом, установленного на вибрирующем основании, при субгармонических и комбинационных резонансах.

Задача решается методом усреднения. Показано, что основным способом повышения запаса устойчивости гироскопа при субгармонических резонансах является увеличение коэффициентов демпфирования по осям вращения рам карданова подвеса. Установлено, что основным источником возможной неустойчивости вынужденного движения гироскопа при комбинационных резонансах является неравномерность магнитного подвеса ротора.

4 IV 1977. Р. А. Абрамов (Пермь) *Об устойчивости резонанса динамически настраиваемого гироскопа.*

Под воздействием линейных перегрузок ротор вибрационного гироскопа совершает упругие колебания. Возникающие при этом напряжения в торсионах определяются из внешних и внутренних уравнений равновесия с помощью функций напряжений, которые можно взять в форме М. М. Филоненко-Бородича. Дополнительные деформации торсионов вызывают изменение их жесткости и нарушение динамической настройки.

Полные напряжения в торсионах определяют из внешних и внутренних уравнений равновесия с помощью функций напряжений, составленных из косинусов-биномов. При этом используется теория Сен-Венана о кручении прямоугольного стержня.

25 IV 1977. Г. Н. Космодемьянская (Калуга) *Гироскоп в магнитном поле.*

Рассматривается движение маховика из ферромагнитного материала в магнитном поле. Форма маховика принята в виде сплюснутого и вытянутого эллипсоида вращения. Внешнее магнитное поле — однородное. Задача рассмотрена в двух вариантах: 1) без учета поверхностного эффекта, с использованием нелинейной зависимости магнитной индукции от напряженности поля; 2) с учетом поверхностного эффекта путем совместного интегрирования уравнений Максвелла и динамических уравнений движения гироскопа.

Учет нелинейной зависимости магнитной индукции от напряженности производится в предположении, что динамическая петля имеет форму релейского двухугольника. При интегрировании дифференциальных уравнений движения используется метод усреднения. Выяснены условия, при которых положение оси гироскопа неустойчиво. Найдены все прецессионные движения гироскопа в однородном постоянном и однородном периодическом поле.

16 V 1977. Д. Б. Белицкий, Ю. Г. Мартыненко (Москва) *Влияние заряда ротора на жесткость подвеса электростатического гироскопа.*

Рассматривается гироскоп в электростатическом подвесе, ротор которого представляет собой проводящий шар, «подвешенный» в сферической вакуумированной

полости. Решение пространственной краевой задачи электростатики, определяющее потенциал поля в подвесе гироскопа, разлагается в ряд по малому параметру, равному отношению зазора между ротором и полостью к радиусу ротора. При этом удается получить простое асимптотическое представление для равнодействующей поперечных сил, приложенных к ротору гироскопа. В случае, когда управление потенциалами электродов электростатического подвеса является жестким, определяются условия на конфигурацию электродов, при выполнении которых подвес является изотропным и линейным. Рассматривается вариационная задача нахождения формы электродов, обеспечивающая при заданном заряде ротора максимальную жесткость подвеса. Проводится анализ влияния заряда ротора на величину жесткости подвеса электростатического гироскопа.

23 V 1977. В. Ф. Журавлев (Москва) *О природе возмущений на двойной частоте вращения ротора в вибрационных гироскопах.*

Рассчитано второе приближение спектра собственной вибрации гироскопа, ротор которого вращается в неидеальных шариковых подшипниках. Приводятся формулы для вычисления амплитуды гармонической составляющей на удвоенной частоте вращения ротора. Даются рекомендации по уменьшению этой амплитуды.

Результаты применимы для вибрационных гироскопов, для которых указанная гармоника представляет собой один из основных источников погрешности в работе.

Семинар по механике оболочек и пластин под руководством С. А. Алексеева, А. Л. Гольденвейзера, В. И. Феодосьева.

29 IX 1976. Ю. А. Устинов (Ростов-на-Дону) *Математическая теория неоднородных плит.*

Излагается теория поперечно-неоднородных плит, построенная на основе строгого математического изучения проблемы предельного перехода от трехмерных задач к двумерным. Детально изучено поведение решений основных краевых задач как во внутренней части плиты, так и вблизи боковой поверхности. Для многослойных плит с чередующимися жесткими и мягкими слоями установлено существование и дано полное описание слабо затухающего и сильно затухающего пограничных слоев. Указаны новые эффективные способы построения уточненных теорий и впервые обоснованы некоторые варианты прикладных теорий, базирующихся на гипотезе ломаной нормали.

27 X 1976. А. И. Данилов (Москва) *Расчет оболочек отрицательной кривизны, используемых в волновых передачах.*

Известно, что оболочки отрицательной гауссовой кривизны при граничных условиях типа подвижного шарнирного опирания имеют так называемые собственные размеры. Физически это означает, что оболочка на определенный вид нагрузки становится податливой.

Выполнены расчеты собственных размеров оболочек отрицательной кривизны при шарнирном опирании краев. Проведен расчет напряженного состояния таких оболочек с использованием метода расчленения.

Исследование показало, что при заданном нормальном прогибе (в волновых передачах задается прогиб оболочки) напряженное состояние в оболочках с собственными размерами, преимущественно безмоментное и в $h_*/2$ раз слабее, чем в оболочках, размеры которых отличны от собственных. Этот вывод подтверждается экспериментом.

24 XI 1976. И. С. Дубровская (Львов) *Нелинейные модели нестационарных и стационарных процессов деформации гибких изотропных пластин и мембран.*

На основе общих соотношений нелинейной теории упругости выведена точная система уравнений в интегральных характеристиках, обобщающая классические уравнения движения гибких нелинейно-упругих пластин. Получены граничные условия, позволяющие рассматривать краевые задачи, в которых силовые и геометрические факторы заданы как на начальной, так и на деформированной поверхностях. Для вывода упрощенных вариантов разрешающей системы уравнений введены дополнительные гипотезы, связанные с геометрическими, кинематическими и динамическими факторами. Путем последовательного рассмотрения более сильных групп допущений получена последовательность все более упрощенных систем уравнений, последними элементами которой являются уравнения типа Тимошенко и урав-

нения классической теории. Для установления различия между полями характеристик для построенных и известных моделей рассмотрен ряд задач динамической деформации упругих пластин и мембран. Решения снабжены таблицами, графиками.

23 II 1977. А. Г. Асланян (Москва) *Связь моментной задачи с безмоментной в теории свободных колебаний упругих оболочек.*

Рассматривается оператор теории оболочек L_h , порожденный системой в перемещениях

$$\sum_{j=1}^3 \left(\frac{h^2}{12} n_{ij} + l_{ij} \right) u_j = \lambda u_i \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

и простейшими граничными условиями

$$P_1|_{\gamma} = P_2|_{\gamma} = P_3|_{\gamma} = P_4|_{\gamma} = 0 \quad (2)$$

Полагая в (1) $h=0$ и отбрасывая в (2) последние два условия, приходим к выработанной (безмоментной) задаче. Доказано, что при любом незначительном ω оператор Грина $(L_h - \omega^2 I)^{-1}$ задачи (1), (2) сильно сходится к оператору Грина $(L_0 - \omega^2 I)^{-1}$ безмоментной задачи. Отсюда по лемме Реллиха следует сильная сходимость соответствующих спектральных функций $E^{(h)}(\Delta) \rightarrow E^{(0)}(\Delta)$. В связи с этим исследованы спектры безмоментных операторов при различных граничных условиях. Пусть Ω — множество значений λ , при которых нарушается эллиптичность системы (1) с $h=0$, а Ω_γ — множество значений λ ($\lambda \in \Omega$), для которых нарушается условие нормальной разрешимости соответствующей безмоментной краевой задачи. Доказано, что множество $\Omega \cup \Omega_\gamma$ принадлежит предельному спектру L_0 . В частности, доказано, что если край оболочки положительной кривизны свободен на некотором участке, то $\lambda=0$ принадлежит предельному спектру L_0 . Частота $\lambda_0(h)$ называется сверхнизкой, если $\lambda_{(0)}(h) \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$. Доказано, что сверхнизкие частоты существуют лишь в том случае, когда $\lambda=0$ есть предельная точка спектра соответствующего безмоментного оператора L_0 (в этом случае сверхнизких частот бесконечно много), либо когда $\lambda=0$ — изолированное собственное значение L_0 (число сверхнизких частот равно кратности собственного значения $\lambda=0$).

6 IV 1977. А. Ф. Улитко (Киев) *К теории колебаний тонких пьезокерамических оболочек вращения.*

Получены соотношения прикладной теории колебаний оболочек вращения из пьезокерамических материалов. В основу вывода этих соотношений положены гипотезы Кирхгофа — Лява для механических величин и адекватные им гипотезы для электрических переменных сопряженного электроупругого поля. Сформулированы механические и электрические краевые условия. Указаны способы механического и электрического нагружения оболочек, при которых можно пользоваться уравнениями колебаний чисто упругих оболочек с приведенными значениями жесткостных характеристик, зависящих как от механических, так и от электрофизических свойств материала.

20 IV 1977. С. Д. Иванов (Москва) *Влияние отклонений от осесимметричной формы оболочек на температурное напряженное состояние.*

Проведена экспериментальная работа по определению температурных напряжений в жестко закрепленной эллиптической оболочке при несимметричном нагреве. Было замечено, что при нагреве оболочки по закону $\cos 2\varphi$ напряженное состояние оболочки резко возрастает по сравнению с симметричным нагревом. Этот результат согласуется с теоремой о возможных статических состояниях. Из теоремы следует, что на температурное напряженное состояние жестко закрепленной оболочки вращения аналогичное влияние может оказывать отклонение от заданной геометрии. Было выяснено влияние отклонений, но уже при симметричном нагреве. Эта работа проведена на такой же оболочке, имеющей отклонения от заданной геометрии, сравнимые с толщиной оболочки.

Результаты исследования показали, что геометрические отклонения от окружности в виде эллипса также приводят к резкому повышению температурных напряжений даже при симметричном нагреве.

11 V 1977. Г. Е. Багдасарян (Ереван) *Некоторые вопросы магнитоупругости тонких пластин и оболочек.*

Предлагается гипотеза магнитоупругости тонких тел, которая наряду с гипотезой Кирхгофа — Лява предполагает, что нормальная компонента возбужденного

магнитного поля и тангенциальные компоненты возбужденного электрического поля не изменяются по толщине тела. Эта гипотеза обосновывается как асимптотическими решениями трехмерной задачи магнитоупругости, так и точными решениями частных пространственных задач. Теория магнитоупругости, построенная на основе гипотезы магнитоупругости, применяется к решению ряда задач — колебаний, статической и динамической устойчивости тонких тел в магнитном поле, устойчивости тонких тел в магнитном поле, устойчивости пластин и оболочек в потоке проводящего газа. Решением этих задач показывается, что взаимодействие магнитного поля и поля перемещений (скоростей) является существенным при расчетах тонкостенных конструкций и может привести к новым, ранее неизвестным явлениям, таким, как потеря устойчивости пластин и оболочек в постоянном магнитном поле, возможность устранения параметрического резонанса при помощи магнитного поля, выявление дестабилизирующего действия магнитного поля в задачах флаттера и др.

**Семинар по механике сплошной среды
под руководством Л. А. Галина и Н. Х. Арутюняна**

22 X 1976. Л. А. Галин (Москва) *Контактные задачи теории упругости при наличии износа.*

Даны решения контактных задач теории упругости при наличии износа для двух случаев: а) когда первоначально изогнутая балка контактирует с полуплоскостью, б) решение некоторых двумерных контактных задач.

Одно из исходных предположений в рассматриваемых задачах состоит в том, что расстояние между некоторыми направляющими, в которых скользит контактирующее тело, и границей полуплоскости остается неизменным.

Замечено, что в этих случаях давление, возникающее, например, между балкой и полуплоскостью или же действующее на границу слоя в двумерном случае при наличии износа, будет уменьшаться. Предполагается также, что имеет место абразивный износ. Получены точные решения для той и другой задачи. В первом случае вопрос сводится к нахождению собственных значений и собственных функций для некоторого дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Во втором случае необходимо находить собственные значения и собственные функции для некоторых однородных интегральных уравнений Фредгольма.

19 XI 1976. С. С. Шагинян (Ереван) *Некоторые контактные задачи о передаче нагрузки от стрингеров малой толщины к бесконечной пластине с круговым отверстием.*

Исследовались некоторые контактные задачи о передаче нагрузки от неполных кольцевых и прямолинейных стрингеров конечной длины и малой площади поперечного сечения к бесконечной пластине с круговым отверстием. Кольцевыми стрингерами пластина усилена на обводе кругового отверстия, а прямолинейными — на своей поверхности. Рассмотрены случаи, когда в пластине имеются также радиальные разрезы, не входящие на край отверстия. Решение всех задач производилось методом ортогональных многочленов Чебышева.

Для основных механических величин получены простые формулы. Численные результаты приведены в виде графиков и таблиц.

26 XI 1976. В. М. Александров (Ростов-на-Дону), Н. П. Пириев (Баку) *Контактные задачи для полуплоскости при наличии износа.*

Рассматривается плоская деформация изотропного упругого слоя большой относительной толщины под воздействием штампа. При этом происходит движение штампа с некоторой осредненной скоростью в направлении его образующей. Это движение сопровождается износом поверхности слоя, причем предполагается, что количество удаленного материала пропорционально работе сил трения. Также предполагается, что в процессе износа область контакта штампа со слоем не изменяется, а сила трения связана с контактным давлением законом Кулона. В то же время силами трения в области контакта при определении упругих деформаций слоя пренебрегаем.

При указанных предположениях получено интегральное уравнение задачи относительно контактных давлений. Построены асимптотические при большом времени решения уравнения для двух режимов изнашивания: линейный во времени износ; постоянная, прижимающая штамп, сила.

17 XII 1976. Э. Х. Григорян (Ереван) *Некоторые динамические контактные задачи для одной и двух полуплоскостей, усиленных упругими накладками малой толщины.*

Рассматривалась задача о колебании упругой полуплоскости, усиленной на своей границе бесконечной накладкой малой толщины, решение которой свелось к исследованию интегро-дифференциального уравнения первого рода. Получены асимптотические формулы.

В случае колебания полубесконечной накладки на упругой полуплоскости необходимо было решать интегро-дифференциальное уравнение на полупрямой. Использовался метод Винера — Хопфа.

Задача о колебании упругой полуплоскости, усиленной конечной накладкой, свелась к решению интегрального уравнения первого рода. При помощи ортогональных многочленов Чебышева исходное уравнение заменено эквивалентной квази- вполне регулярной бесконечной системой алгебраических уравнений. При малых значениях некоторого характерного физического параметра построено приближенное решение задачи, позволяющее численную реализацию полученных результатов.

Обсуждались также динамические контактные задачи для двух полуплоскостей, соединенных между собой упругими накладками бесконечной, полубесконечной и конечной длин. Решение этих задач свелось к исследованию систем сингулярных интегро-дифференциальных уравнений второго рода.

14 I 1977. М. А. Гринфельд (Москва) *Некоторые вопросы распространения упругих волн при конечных деформациях.*

Предложен вариант лучевого метода вычисления интенсивности волновых фронтов, позволяющий наряду с линейными моделями рассматривать также и нелинейные. Метод опирается на использование соотношения совместности для разрывов производных на фронте волны и привел к бесконечной системе уравнений для поля вектора разрыва. В случае слабых разрывов и слабых ударных волн система приобретает рекуррентный характер, т. е. первые $N+1$ уравнений позволяют определить поведение N первых векторов разрыва.

Изучено распространение сингулярных поверхностей в нелинейных средах: в баротропной жидкости, в гиперупругом и изотропном упругом теле; для поперечной волны получено обобщение формулы Левина — Рытова. Предложены уравнения, описывающие отражение — преломление слабых разрывов на границе нелинейно-упругих сред. Развита формализм $\delta/\delta t$ — дифференцирования смешанных тензоров на движущейся поверхности, отличающийся от известных теорий Т. Томаса и К. Трудела — Р. Тупина.

4 II 1977. Л. А. Галин, И. Г. Горячева (Москва) *Оссимметричная контактная задача теории упругости при наличии износа.*

Дано решение контактной задачи теории упругости о вдавлении штампа, ограниченного поверхностью вращения, в упругое полупространство с учетом износа полупространства, имеющего место при вращении штампа. Предполагается, что износ носит абразивный характер, при котором количество удаленного при износе материала пропорционально работе сил трения. При этом считается, что в процессе износа штамп не перемещается вдоль своей оси, в результате чего давление, возникающее под штампом, с течением времени уменьшается. Давление в произвольный момент времени представимо в виде ряда, каждый член которого есть произведение собственной функции однородного интегрального уравнения Фредгольма с симметричным ядром на экспоненциальную функцию времени.

11 II 1977. А. С. Лозовский (Якутск) *Особенности процесса деформирования вязкоупругих тел с подвижными поверхностями фазовых переходов.*

Построены определяющие уравнения неізотермического процесса деформирования вязкоупругих сред с движущимися поверхностями фазовых превращений. Показана аналогия построенных уравнений и соотношений теории неоднородно-наследственно-стареющих тел Н. Х. Арутюняна. Показана возможность обобщения аппарата теории функций комплексного переменного на плоскую задачу теории вязкоупругости с движущимися границами фазовых переходов. В качестве примеров рассмотрены задачи ползучести стенок горных выработок в мерзлых грунтах. Особое внимание уделено вопросу о напряжениях при смерзании талых пород вокруг скважин. Сравнение различных моделей процесса смерзания с экспериментальными результатами свидетельствует об определяющем влиянии:

вязкоупругих свойств на формирование нагрузок. Показано, что использование уравнений наследственности теории ползучести для мерзлых грунтов и закона Глена для льда позволяет удовлетворительно объяснить экспериментальные факты.

Семинар по теории оптимального управления движением под руководством Ф. Л. Черноусько и Г. К. Пожарицкого.

27 I 1977. А. А. Миронов (Москва) *Задачи оптимизации тел, движущихся в жидкости.*

Рассмотрена задача оптимизации формы тела, находящегося в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Получены необходимые условия оптимальности, исследованы качественные особенности оптимальных форм и их зависимость от числа Рейнольдса. Рассмотрена задача оптимизации формы упругого тела, взаимодействующего с жидкостью, на примере оптимизации частот колебаний упругой пластинки в несжимаемой жидкости. На основании выведенных необходимых условий оптимальности исследовано асимптотическое поведение оптимальных форм вблизи края пластинки. Приводятся результаты численных расчетов оптимальных форм при различных значениях параметра задачи. В некоторых случаях получено аналитическое решение.

1 II 1977. И. А. Мовшович, В. М. Ентов (Москва) *Сколиоз как задача механики.*

В первой части доклада (И. А. Мовшович) были изложены основные сведения о сколиозе — заболевании позвоночника, которое выражается в асимметричном росте позвонков с результирующим искривлением позвоночника во фронтальной плоскости тела и его скручивании (торсии). Центральным моментом при этом является торможение роста позвонков под действием повышенного давления на внутренней стороне сколиотической дуги. Были кратко указаны подходы к лечению и предотвращению прогрессирующего сколиоза.

Во второй части (В. М. Ентов) излагалась простейшая механическая модель растущей ткани, скорость роста которой зависит от действующих напряжений. Стержень из материала с такими свойствами в условиях продольного изгиба оказывается неустойчивым при сколь угодно малой нагрузке. Начальное искривление в нем прогрессирует, что служит элементарной моделью сколиотического изгиба. Обсуждалась принципиальная возможность описания сколиоза моделями подобного типа.

3 II 1977. Ю. Р. Ронин (Москва) *Оптимальное управление движением твердого тела относительно центра масс.*

Доклад посвящен задачам оптимального управления движением твердого тела при помощи реактивных моментов, на которые накладываются ограничения двух типов — типа параллелепипеда и типа эллипсоида.

Рассмотрены задачи наискорейшего торможения вращения твердого тела относительно центра масс. Исследуются случаи аксиально-симметричного тела и тела с произвольным эллипсоидом инерции. В случае, когда текущее значение кинетической энергии вращения велико по сравнению с работой моментов управляющих сил за период вращения (малые управления), решение строится на асимптотически большом интервале времени при помощи принципа максимума Л. С. Понтрягина и метода осреднения. Некоторые результаты, касающиеся несимметричного твердого тела, получены при помощи численных расчетов на ЭВМ. Исследована с помощью метода осреднения эволюция вращательного движения твердого тела при действии на него тормозящих моментов, изменяющихся по заданному закону. При некоторых предположениях о динамических характеристиках объекта управления разработана методика аналитического построения приближенного синтеза оптимального управления торможением твердого тела с учетом возмущающих факторов. Синтез строится на основе приближенного решения уравнения Беллмана.

Рассмотрены также задачи оптимального управления ориентацией твердого тела в инерциальном пространстве. Получены законы изменения управляющего воздействия, позволяющие за минимальное время перевести тело из одного заданного положения в другое при помощи поворота в некоторой плоскости.

17 II 1977. К. И. Науменко (Киев) *Оптимальная стабилизация линейных систем с запаздываниями в управляющих воздействиях.*

Рассматривается задача оптимального управления линейной системой с квадратичным интегральным функционалом при наличии запаздываний в управлении. Формулируются достаточные условия существования управления, обеспечиваю-

щего устойчивости системы. Изложен алгоритм построения оптимального управления. Приведены примеры.

24 II 1977. В. Б. Колмановский (Москва) *Приближенный синтез оптимального управления с помехой при управлении.*

Решается задача приближенного синтеза оптимального управления стохастическими системами с шумом в управляющем устройстве. Предложен алгоритм построения последовательных приближений к оптимальному управлению и получены оценки погрешностей. Рассмотрен метод оценивания погрешностей, основанный на анализе уравнений движения системы и не использующий предположений об уравнении Беллмана. Этот метод применим и к некоторым задачам стохастического оптимального управления, отличным от рассмотренной в докладе.

3 III 1977. Г. Е. Колосов (Москва) *Об одном приближенном методе синтеза оптимальных стохастических систем.*

Предлагается способ приближенного решения задачи синтеза оптимального управления стохастической слабо управляемой системой, основанный на методе динамического программирования. Решение уравнения Беллмана ищется в виде ряда по степеням малого параметра, коэффициенты которого вычисляются методом последовательных приближений. При этом на каждой итерации требуется решить задачу Коши для линейного уравнения в частных производных второго порядка.

Этот подход применялся для построения приближенного синтеза оптимального управления системой, линейной по фазовым переменным. В стационарном случае (процесс рассматривается на бесконечном интервале времени) коэффициенты разложения функции Беллмана представляются в виде рядов по многомерным функциям Эрмита, а в нестационарном случае (время конечно) — в виде квадратур, содержащих фундаментальное решение линейного параболического уравнения, которое получается из уравнения Беллмана при нулевом значении малого параметра. Даются оценки погрешностей приближенного решения. Изложенный в докладе подход применяется к задаче оптимальной стабилизации колебательной системы с одной степенью свободы.

10 III 1977. С. А. Чигирь (Москва) *Игровые задачи управления в условиях неопределенности.*

Исследуются типичные классы задач игрового управления нелинейными системами при неполной информации о фазовых состояниях. Исследование рассматриваемых задач осуществляется путем сведения их к задачам игрового управления информационной областью, предложенным Н. Н. Красовским. Доказаны альтернативные условия разрешимости задач для ряда информационных игр сближения и уклонения. С помощью этих условий установлено существование цены игры в информационных играх на минимакс функционала в заданный момент и минимакс времени до встречи. Указан способ построения управления, решающего задачу, а также разработана конструктивная процедура построения необходимых для этого стабильных мостов. Полученные результаты иллюстрируются примерами.

Изложено полное решение игровой задачи о долинхобрахистохроне, впервые сформулированной Р. Айзексом.

17 III 1977, 24 III 1977. А. Ф. Кононенко (Москва) *Дифференциальные игры с обменом информацией.*

В докладе рассматриваются неантагонистические дифференциальные игры. Анализ необходимых и достаточных условий существования ситуации равновесия в позиционных стратегиях показывает, что равновесные ситуации не являются, строго говоря, бескоалиционными (несогласованными) решениями, так как для их гарантированной реализации необходима априорная договоренность о выборе совместной программы действия. В связи с этим предлагается ввести в игру организационную структуру, задавая порядок ходов и процедуру обмена информацией. Показывается, что решение такого класса игровых задач сводится к исследованию вспомогательных антагонистических игр и специальной задачи оптимального управления. Приведены примеры.

31 III 1977. Л. Д. Акуленко (Москва) *Управление движением нелинейной колебательной системы с изменяемым положением равновесия.*

Ставится задача оптимального по быстродействию управления движением нелинейной колебательной системы с изменяемым положением равновесия. Управляющей функцией является скорость перемещения положения равновесия в пространстве.

Если эта скорость мала по сравнению с характерной скоростью колебаний, то исследуемая система оказывается стандартной управляемой системой с вращающейся фазой. В этом случае при помощи принципа максимума Л. С. Понтрягина и метода осреднения строится приближенное асимптотическое решение задачи оптимального быстродействия. В некоторых случаях удается построить синтез оптимального управления. Решена конкретная задача наискорейшего гашения крутильных колебаний висящего груза.

7 IV 1977. А. С. Братусь (Москва), В. Н. Васильева (Иркутск) *Приближенный синтез оптимального управления для одного класса задач с распределенными параметрами.*

Рассматривается задача синтеза оптимального управления системами, описываемыми уравнениями параболического типа. Исследуется нелинейное функциональное уравнение (уравнение Беллмана), которому удовлетворяет оптимальное значение функционала. Если исходное уравнение управляемой системы содержит малый параметр ϵ при старших производных, то строится приближенное решение уравнения Беллмана в виде разложения в ряд по степеням малого параметра. Выявлены условия, при которых отличие приближенного решения от точного имеет порядок ϵ^2 . Такую же погрешность имеет и функционал, соответствующий приближенному синтезу оптимального управления. Полученные теоретические результаты иллюстрируются на примере уравнения теплопроводности с однородными краевыми условиями на концах отрезка. Управление осуществляется изменением температуры источников, сосредоточенных на отрезке.

14 IV 1977. А. П. Пономарев (Москва) *Некоторые эффективные методы исследования дифференциальных игр преследования.*

Рассматриваются методы построения множества начальных точек, отвечающих определенным значениям цены игры. В случае нелинейных игр указаны частные приемы построения. Доказывается, что для двух игр, минимаксы гамильтонианов которых тождественно равны, соответствующие множества совпадают. Изучается класс игр, в которых искомое множество равно множеству первого поглощения. Для линейных дифференциальных игр с фиксированным временем искомое множество с точностью до линейного преобразования совпадает с альтернированным интегралом Л. С. Понтрягина. Разработан численный метод построения альтернированного интеграла. Приведена оценка погрешности.

10 V 1977. М. А. Красносельский, А. В. Покровский (Москва) *О естественных решениях стохастических дифференциальных уравнений.*

Вводится понятие естественного решения стохастического дифференциального уравнения со скалярным шумом. Естественное решение определяется для каждой непрерывной реализации шума и корректно по отношению к малым (в равномерной метрике) возмущениям.

Устанавливаются связи между естественными решениями, решениями в смысле Ито и решениями в смысле Стратоновича. Эти связи, в частности, позволяют установить новые свойства решений Ито и Стратоновича. Излагается эффективный метод построения естественных решений, требующий последовательного решения двух специальных образом составленных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дается описание стохастических уравнений с векторным шумом, для которых возможно построить естественное решение.

Естественное решение использовалось при описании соответствия между входным и выходным сигналами для некоторых нелинейных преобразователей с гистерезисом.

12 V 1977. Б. Н. Кифоренко (Киев) *Проблемы оптимального управления движением тела переменной массы в атмосфере.*

Рассматриваются некоторые задачи определения оптимального управления и оптимальных параметров тела переменной массы с учетом сопротивления среды. Предполагается, что тело управляется двигателем, тяга которого ограничена, а варьруемым конструктивным параметром является собственная масса двигателя. Установлено, что при определенных характеристиках двигателя оптимальные траектории обладают особыми участками, отвечающими режиму работы с переменной тягой. Получено уравнение «особой» поверхности в фазовом пространстве. При учете влияния противодавления на величину тяги выявляются участки скользящего режима. Показано, что замена скользящего режима управлением с конечным числом выключений двигателя не намного ухудшает критерий качества.