

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ТЕРМОУПРУГОСТИ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

Н. М. МАСЛОВ

(Саратов)

На основе асимптотического метода интегрирования трехмерного уравнения теплопроводности и статических уравнений теории упругости строится приближенная теория термоупругости тонких оболочек несимметричной толщины при конвективном теплообмене.

Установлен закон изменения температуры по толщине оболочки в зависимости от соотношений между показателями изменчивости теплового поля оболочки и порядком величины критерия Био. Получена замкнутая система уравнений, описывающая термоупругое напряженно-деформированное состояние произвольной оболочки с асимптотической погрешностью классической теории оболочек.

1. Уравнение теплопроводности произвольной оболочки несимметричной толщины h как трехмерного тела и граничные условия на наружной и внутренней поверхностях при конвективном теплообмене в безразмерных переменных имеют вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \varepsilon \left(\frac{1}{R_1^*} + \frac{1}{R_2^*} \right) \frac{\partial T}{\partial \xi} + \varepsilon^2 \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left(\frac{B}{A} \frac{\partial T}{\partial \alpha_0} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\frac{A}{B} \frac{\partial T}{\partial \beta_0} \right) \right] = \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = -\gamma_1 \left\{ 1 + \varepsilon^2 \left[\frac{1}{A^2} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \alpha_0} \right)^2 + \frac{1}{B^2} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \beta_0} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} (T - \theta_1) + \varepsilon^2 \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T}{\partial \alpha_0} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial f_1}{\partial \beta_0} \frac{\partial T}{\partial \beta_0} \right) \quad \text{при } \xi = f_1 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = \gamma_2 \left\{ 1 + \varepsilon^2 \left[\frac{1}{A^2} \left(\frac{\partial f_2}{\partial \alpha_0} \right)^2 + \frac{1}{B^2} \left(\frac{\partial f_2}{\partial \beta_0} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} (T - \theta_2) - \varepsilon^2 \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T}{\partial \alpha_0} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial f_2}{\partial \beta_0} \frac{\partial T}{\partial \beta_0} \right) \quad \text{при } \xi = -f_2$$

$$\alpha_0 = \frac{\alpha}{R}, \quad \beta_0 = \frac{\beta}{R}, \quad \xi = \frac{z}{h_0}, \quad f(\alpha_0, \beta_0) = f_1 + f_2 = \frac{h}{h_0}$$

$$\tau = \frac{a}{h_0^2} t, \quad \varepsilon = \frac{h_0}{R}, \quad R_1^* = \frac{R_1}{R}, \quad R_2^* = \frac{R_2}{R}; \quad R_1^*, R_2^* = O(1)$$

где $\gamma_i = \alpha_i h_0 / \lambda$ ($i=1, 2$) — критерии Био; α_1, α_2 — коэффициенты теплоотдачи; λ, a — коэффициенты тепло- и температуропроводности; α, β — гауссовы координаты; R_1, R_2 — главные радиусы кривизн базисной поверхности;

h_0 — характерная толщина оболочки. При выводе (1.1), (1.2) предполагалось, что параметры Ламе базисной поверхности $A, B = O(1)$.

Для анализа теплового состояния оболочки, перейдем в уравнениях (1.1), (1.2) к новым переменным [1]:

$$\alpha^* = \varepsilon^{-t_1} \alpha_0, \quad \beta^* = \varepsilon^{-t_2} \beta_0, \quad \tau^* = \varepsilon^{t_3} \tau \quad (1.3)$$

где t_1, t_2, t_3 — показатели изменяемости теплового поля по координатам базисной поверхности и времени.

Предполагая, что критерии Био являются величинами одного порядка, введем характерный параметр γ , оценивающий их величину

$$\gamma_1 = \gamma \Gamma_1, \quad \gamma_2 = \gamma \Gamma_2, \quad \gamma = \varepsilon^{t_2}; \quad \Gamma_1, \Gamma_2 = O(1) \quad (1.4)$$

Здесь t_2 — показатель интенсивности γ_1, γ_2 ; Γ_1, Γ_2 — приведенные критерии Био.

Геометрические параметры оболочки будем считать функциями нулевой изменяемости.

Тогда уравнения (1.1), (1.2) с учетом (1.3), (1.4) запишутся в виде (звездочки опущены)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \kappa^q \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\partial T}{\partial \xi} + \\ & + \kappa^{2q-2p_1} \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{B}{A} \frac{\partial T}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{A}{B} \frac{\partial T}{\partial \beta} \right) \right] = \kappa^{p_3} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1.5) \\ \frac{\partial T}{\partial \xi} = & - \kappa^{p_2} \Gamma_1 \left\{ 1 + \kappa^{2q} \left[\frac{1}{A^2} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \alpha_0} \right)^2 + \frac{1}{B^2} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \beta_0} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} (T - \theta_1) + \\ & + \kappa^{2q-p_1} \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial f_1}{\partial \beta_0} \frac{\partial T}{\partial \beta} \right) \quad \text{при } \xi = f_1 \\ \frac{\partial T}{\partial \xi} = & \kappa^{p_2} \Gamma_2 \left\{ 1 + \kappa^{2q} \left[\frac{1}{A^2} \left(\frac{\partial f_2}{\partial \alpha_0} \right)^2 + \frac{1}{B^2} \left(\frac{\partial f_2}{\partial \beta_0} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} (T - \theta_2) - \\ & - \kappa^{2q-p_1} \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial f_2}{\partial \beta_0} \frac{\partial T}{\partial \beta} \right) \quad \text{при } \xi = -f_2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

где $t_i = p_i/q$ ($i=1, 2, 3$), $\kappa = \varepsilon^{1/q}$, p_i и q — целые числа.

Сведение трехмерной задачи теплопроводности к двумерной и установление закона изменения температуры по толщине основано на представлении температур внешней среды и оболочки в виде разложений по степеням малого параметра κ

$$\theta_i = \sum_{k=0} \kappa^k \theta_{ik}, \quad T = \sum_{k=0} \kappa^k T_k \quad (1.7)$$

Подставляя (1.7) в (1.5), (1.6) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях κ , для составляющих T_k получим уравнения и граничные условия на поверхностях

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 T_k}{\partial \xi^2} + \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 T_{l+p_1}}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 T_{l+p_1}}{\partial \beta^2} \right) + \\ & + \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left(\frac{B}{A} \right) \frac{\partial T_l}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\frac{A}{B} \right) \frac{\partial T_l}{\partial \beta} \right] = \frac{\partial T_{k-p_3}}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial T_k}{\partial \xi} = -\Gamma_1(T_{k-p_2} - \theta_{1,k-p_2}) + \frac{1}{A^2} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T_l}{\partial \alpha} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial f_1}{\partial \beta_0} \frac{\partial T_l}{\partial \beta} \quad \text{при } \xi = f_1 \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial T_k}{\partial \xi} = \Gamma_2(T_{k-p_2} - \theta_{2,k-p_2}) - \frac{1}{A^2} \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T_l}{\partial \alpha} - \frac{1}{B^2} \frac{\partial f_2}{\partial \beta_0} \frac{\partial T_l}{\partial \beta} \quad \text{при } \xi = -f_2$$

$$l = k - 2q + p_1$$

Анализ системы (1.8), (1.9) показывает, что для сведения трехмерной задачи теплопроводности к двумерной следует считать

$$p_1 < q; \quad p_2, p_3 > 0 \quad (1.10)$$

Сведение трехмерной задачи к двумерной основано на интегрировании уравнений (1.8) по ξ с учетом условий (1.9). Итерационные процессы интегрирования определяются соотношениями между величинами $K_1 = \min(2q - 2p_1, p_3)$ и $K_2 = \min(2q - p_1, p_2)$.

При $K_1 = K_2 = K$ составляющая T_k является полиномом четной степени по ξ и выражается формулой

$$T_k = \sum_{m=0}^{2n} \xi^m T_{k,m}(\alpha, \beta, \tau)$$

где n — целое число, определяемое для фиксированного номера k из условия $nK \leq k < (n+1)K$.

Если $K_1 < K_2$, то $T_k = T_{k,0}(\alpha, \beta, \tau)$ для $0 \leq k < K_2$, а для $k \geq K_2$ составляющая T_k определяется выражением

$$T_k = \sum_{m=0}^{2n} \xi^m T_{k,m}, \quad K_2 + (n-1)K_1 \leq k < K_2 + nK_1$$

Для $K_1 > K_2$

$$T_k = T_{k,0}(\alpha, \beta, \tau) \quad \text{при } 0 \leq k < K_2$$

$$T_k = \sum_{m=0}^{2n-1} \xi^m T_{k,m} \quad \text{при } K_2 + (n-1)K_1 \leq k < nK_1 \quad (n=1,2,\dots)$$

$$T_k = \sum_{m=0}^{2n} \xi^m T_{k,m} \quad \text{при } nK_1 \leq k < K_2 + nK_1$$

Итерационный процесс строится таким образом, что на произвольном этапе итерации при фиксированном k составляющие $T_{k,m}$ ($m \geq 2$) определяются выражением

$$T_{k,m} = -\frac{1}{m(m-1)} \left\{ \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 T_{l+p_1, m-2}}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 T_{l+p_1, m-2}}{\partial \beta^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left(\frac{B}{A} \right) \frac{\partial T_{l, m-2}}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\frac{A}{B} \right) \frac{\partial T_{l, m-2}}{\partial \beta} \right] - \frac{\partial T_{k-p_3, m-2}}{\partial \tau} \right\}$$

Составляющая $T_{k,1}$ находится по формуле

$$T_{k,1} = \frac{\Gamma_1 \theta_{1,k-p_2} - \Gamma_2 \theta_{2,k-p_2}}{2} - \frac{1}{2} \sum_{n=2}^N n \psi_{n-1} T_{k,n} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N_1} \frac{1}{(n+1)} \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial \alpha_0} \frac{\partial T_{l,n}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial \beta_0} \frac{\partial T_{l,n}}{\partial \beta} \right) - \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N_2} [\Gamma_1 f_1^n - (-1)^n \Gamma_2 f_2^n] T_{k-p_2, n}, \quad \psi_n = f_1^n + (-1)^n f_2^n
 \end{aligned}$$

где N, N_1, N_2 — степени многочленов T_k, T_l и T_{k-p_2} по ξ .

Составляющая $T_{k,0}$ определяется из решения уравнения, которое в общем случае может быть записано в виде

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=0}^N P_n(T_{k-r_1, n}, T_{l_1, n}, T_{k-r_2, n}, T_{k-r_3, n}) = (\Gamma_1 \theta_{1, k-r_2} + \Gamma_2 \theta_{2, k-r_2}) \\
 & P_n(F_1, F_2, F_3, F_4) = \left(\frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 F_1}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 F_1}{\partial \beta^2} \right) \Phi_n + \\
 & + \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left(\frac{B}{A} \Phi_n \right) \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\frac{A}{B} \Phi_n \right) \frac{\partial F_2}{\partial \beta} \right] - \\
 & - [\Gamma_1 f_1^{n+1} + (-1)^n \Gamma_2 f_2^{n+1}] F_3 - \Phi_n \frac{\partial F_4}{\partial \tau}, \quad \Phi_n = \frac{f_1^{n+1} + (-1)^n f_2^{n+1}}{n+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_1 &= 2q - 2p_1 - K, \quad r_2 = p_2 - K, \quad r_3 = p_3 - K \\
 l_1 &= k - r_1 - p_1, \quad K = \min(K_1, K_2)
 \end{aligned}$$

Пусть p_1^*, p_2^* — показатели изменчивости внешних тепловых полей, характеризующихся температурами θ_1 и θ_2 . Тепловое поле оболочки, вызванное воздействием θ_1, θ_2 , назовем основным и будем строить с показателями изменчивости по координатам базисной поверхности $p_1 = p_1^*$ и по времени $p_3 = p_3^*$.

Если $2q - 2p_1 \neq \min(p_2, p_3^*)$, то решение для основного поля не будет содержать произвола, достаточного для удовлетворения краевым условиям. В этом случае к основному тепловому полю необходимо дорабатывать тепловое поле с показателем изменчивости p_1 , определяемым из условия $2q - 2p_1 = \min(p_2, p_3^*)$.

2. Рассмотрим напряженно-деформированное состояние произвольной оболочки переменной толщины несимметричной структуры, вызванное тепловым воздействием.

Безразмерные компоненты перемещений и приведенных напряжений представим в виде разложений по степеням параметра $\varepsilon = \varepsilon^{1/q}$. Тогда асимптотическое интегрирование [1] трехмерных соотношений термоупругости позволяет установить закон изменения составляющих перемещений по толщине; который с асимптотической погрешностью, равной $\max(\varepsilon, \varepsilon^{2-2/q})$, запишется в виде

$$\begin{aligned}
 u^{(e)} &= u_0^{(e)}(\alpha, \beta, \tau) - \xi \frac{1}{A} \frac{\partial w_0^{(b)}}{\partial \alpha}, \quad v^{(e)} = v_0^{(e)}(\alpha, \beta, \tau) - \xi \frac{1}{B} \frac{\partial w_0^{(b)}}{\partial \beta} \\
 w^{(e)} &= w_0^{(e)}(\alpha, \beta, \tau), \quad b = e - q + 2p_1 - c
 \end{aligned}$$

Закон изменения составляющих основных приведенных напряжений в соответствии с этим запишется в форме

$$s_{11}^{(e)} = s_{11,0}^{(e)} + \zeta s_{11,1}^{(e)} - \frac{\alpha_i}{1-\nu} T_e$$

$$s_{22}^{(e)} = s_{22,0}^{(e)} + \zeta s_{22,1}^{(e)} - \frac{\alpha_i}{1-\nu} T_e$$

$$s_{12}^{(e)} = s_{21}^{(e)} = s_{12,0}^{(e)} + \zeta s_{12,1}^{(e)}$$

Составляющие напряженного состояния связаны с составляющими перемещений базисной поверхности соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \frac{\partial u_0^{(e)}}{\partial \alpha} + \frac{v_0^{(e-p_1)}}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{w_0^{(e-c)}}{R_1} &= s_{11,0}^{(e)} - \nu s_{22,0}^{(e)} \\ \frac{1}{B} \frac{\partial v_0^{(e)}}{\partial \beta} + \frac{u_0^{(e-p_1)}}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{w_0^{(e-c)}}{R_2} &= s_{22,0}^{(e)} - \nu s_{11,0}^{(e)} \\ \frac{1}{A} \frac{\partial v_0^{(e)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial u_0^{(e)}}{\partial \beta} - \frac{v_0^{(e-p_1)}}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - \frac{u_0^{(e-p_1)}}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} &= 2(1+\nu) s_{12,0}^{(e)} \\ -\frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w_0^{(b)}}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{A^3} \frac{\partial A}{\partial \alpha} \frac{\partial w_0^{(b-p_1)}}{\partial \alpha} - \frac{1}{AB^2} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w_0^{(b-p_1)}}{\partial \beta} &= s_{11,1}^{(e)} - \nu s_{22,1}^{(e)} \\ -\frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w_0^{(b)}}{\partial \beta^2} + \frac{1}{B^3} \frac{\partial B}{\partial \beta} \frac{\partial w_0^{(b-p_1)}}{\partial \beta} - \frac{1}{A^2 B} \frac{\partial w_0^{(b-p_1)}}{\partial \alpha} &= s_{22,1}^{(e)} - \nu s_{11,1}^{(e)} \\ -\frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w_0^{(b)}}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{1}{A^2 B} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w_0^{(b-p_1)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB^2} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w_0^{(b-p_1)}}{\partial \beta} &= (1+\nu) s_{12,1}^{(e)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Интегрируя по толщине трехмерные уравнения, приходим к следующим уравнениям термоупругого равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \frac{\partial S_{11}^{(e)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial S_{12}^{(e)}}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} (S_{11}^{(e-p_1)} - S_{22}^{(e-p_1)}) + \\ + \frac{2}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} S_{12}^{(e-p_1)} &= \frac{1}{1-\nu} \frac{1}{A} \frac{\partial \varepsilon_i^{(e)}}{\partial \alpha} \\ \frac{1}{A} \frac{\partial S_{12}^{(e)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial S_{22}^{(e)}}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} (S_{22}^{(e-p_1)} - S_{11}^{(e-p_1)}) + \\ + \frac{2}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} S_{12}^{(e-p_1)} &= \frac{1}{1-\nu} \frac{1}{B} \frac{\partial \varepsilon_i^{(e)}}{\partial \beta} \\ \frac{1}{A} \frac{\partial N_1^{(b)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial N_2^{(b)}}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} N_1^{(b-p_1)} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} N_2^{(b-p_1)} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{S_{11}^{(e-c)}}{R_1} + \frac{S_{22}^{(e-c)}}{R_2} \right) = - \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \varepsilon_i^{(e)} \quad (2.2) \\
 & \frac{1}{A} \frac{\partial M_{11}^{(e)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial M_{12}^{(e)}}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} (M_{11}^{(e-p_1)} - M_{22}^{(e-p_1)}) + \\
 & \quad + \frac{2}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} M_{12}^{(e-p_1)} - N_1^{(e)} = \frac{1}{1-\nu} \frac{1}{A} \frac{\partial \kappa_i^{(e)}}{\partial \alpha} \\
 & \frac{1}{A} \frac{\partial M_{12}^{(e)}}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial M_{22}^{(e)}}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} (M_{22}^{(e-p_1)} - M_{11}^{(e-p_1)}) + \\
 & \quad + \frac{2}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} M_{12}^{(e-p_1)} - N_2^{(e)} = \frac{1}{1-\nu} \frac{1}{B} \frac{\partial \kappa_i^{(e)}}{\partial \beta} \\
 & S_{ij}^{(e)} = f s_{ij,0}^{(e)} + 1/2 (f_1^2 - f_2^2) s_{ij,1}^{(e)} \\
 & M_{ij}^{(e)} = 1/2 (f_1^2 - f_2^2) s_{ij,0}^{(e)} + 1/3 (f_1^3 - f_2^3) s_{ij,1}^{(e)} \quad (2.3) \\
 & \varepsilon_i^{(e)} = \alpha_i \int_{-f_2}^{f_1} T_e d\xi, \quad \kappa_i^{(e)} = \alpha_i \int_{-f_2}^{f_1} \xi T_e d\xi
 \end{aligned}$$

где $S_{ij}^{(e)}$, $M_{ij}^{(e)}$ — составляющие усилий и моментов; α_i — коэффициент линейного расширения.

Приведенные напряжения s_{ij} и перемещения u, v, w связаны с размерными напряжениями σ_{ij} и перемещениями u^*, v^*, w^* следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
 s_{11} &= \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \frac{\sigma_{11}}{E}, \quad s_{12} = \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \frac{\sigma_{12}}{E}, \quad s_{21} = \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \frac{\sigma_{21}}{E} \\
 s_{22} &= \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \frac{\sigma_{22}}{E}, \quad s_{13} = \kappa^{-q+p_1} \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \frac{\sigma_{13}}{E} \\
 s_{23} &= \kappa^{-q+p_1} \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \frac{\sigma_{23}}{E}, \quad s_{33} = \kappa^{-q+c} \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \frac{\sigma_{33}}{E} \\
 u &= \kappa^{q-p_1} \frac{u^*}{h_0}, \quad v = \kappa^{q-p_1} \frac{v^*}{h_0}, \quad w = \kappa^{q-c} \frac{w^*}{h_0}
 \end{aligned}$$

Анализ задачи теплопроводности показывает, что при конвективном теплообмене тепловое поле оболочки следует рассматривать как наложение тепловых полей с различной изменяемостью. Постоянные по толщине составляющие температуры определяются на начальных этапах итерации. Определение переменных по толщине составляющих, являющихся величинами более высоких порядков малости, выполняется на последующих этапах.

ЛИТЕРАТУРА

Поступила 23 VIII 1976

1. Гольденвейзер А. Л. О двумерных уравнениях общей линейной теории тонких упругих оболочек. В сб.: Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды. М., «Наука», 1969.