

ПОВЕДЕНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ НЕСИММЕТРИЧНОГО ПРОФИЛЯ ПОСЛЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ОТ ОСЕВОГО СЖАТИЯ

И. Л. ДИКОВИЧ

(Ленинград)

В известных работах, посвященных устойчивости сжатого упругопластического стержня, анализ ограничивается случаем стержней симметричного поперечного сечения. Как правило, рассматривается идеальный профиль [1-10], иногда прямоугольный [9-14]. В то же время решение задачи устойчивости упругопластического стержня несимметричного поперечного сечения выявило специфические особенности развития процесса выпучивания, присущие именно этому типу профилей. В частности, оказалось, что поведение стержня будет существенно различным, в зависимости от того, в какую сторону он начинает выпучиваться. Изложение результатов решения этой задачи в постановке Шенли [1] приводится в первой части предлагаемой работы.

Ранее [8, 14] было показано, что концепция Шенли не исчерпывает всех возможных вариантов работы упругопластического стержня при потере устойчивости. Вторая часть работы посвящена анализу вариантов выпучивания, отличных от варианта Шенли.

Исследования основываются на предпосылках прикладной теории изгиба и проводятся на схематизированной модели стержня, подобной той, которую использует Шенли и некоторые другие авторы. Материал стержня — линейно-упрочняющийся, поперечное сечение — несимметричный идеальный профиль (т. е. несимметричный двутавр с бесконечно тонкой стенкой).

1. Рассмотрим выпучивание стержня в сторону большей полки. Обратимся к уравнению, описывающему поведение поперечного сечения стержня при действии изгибающего момента M и продольной силы P (см. ниже, вторая формула (3.1)). Входящая в это уравнение величина σ_0 (начальный предел текучести) в рассматриваемой задаче должна быть заменена напряжением σ_* , при котором начинается выпучивание стержня (прямолинейный стержень до момента начала выпучивания сначала упруго, а затем пластически обжимается, вследствие чего начальный предел текучести σ_0 повышается до напряжений в момент начала выпучивания, т. е. по концепции Шенли до напряжений, соответствующих касательно-модульной силе стержня, иные возможные варианты потери устойчивости будут рассмотрены ниже). В результате будем иметь

$$\frac{EI\kappa}{M_0} = \frac{M}{M_0} + \frac{n-1}{1+\varphi} \left(\frac{M}{M_0} + \frac{P}{P_0} - \frac{\sigma_*}{\sigma_0} \right) \quad (1.1)$$

$$\varphi = f_1/f_2, \quad M_0 = \sigma_0 f_1 h, \quad P_0 = \sigma_0 (f_1 + f_2), \quad n = E/E_0$$

Здесь $I = f_1 h^2 / (1 + \varphi)$ — момент инерции поперечного сечения, E — модуль упругости, E_0 — модуль упрочнения, κ — кривизна оси, f_1 , f_2 и h — соответственно площади меньшей и большей полки и высота стенки профиля.

Следуя Шенли [1], будем трактовать свободно опертый стержень как систему, состоящую из двух абсолютно жестких стержней, соединенных между собой отрезком стержня рассматриваемого несимметричного

идеального профиля. Длину отрезка 2Δ считаем малой по сравнению с общей длиной стержня $2l$. Уравнение, описывающее поведение такой системы, получим из уравнения (1.1) заменой в нем кривизны κ на $y/(l\Delta)$ и изгибающего момента M произведением $P y$

$$\frac{1}{\eta} Y = \frac{P}{P_e} \frac{1}{\eta} Y + \frac{n-1}{1+\varphi} \left(\frac{P}{P_e} \frac{1}{\eta} Y + \frac{P}{P_e} \frac{1}{\eta} - \frac{1}{n} \frac{1}{\eta} \right) \quad (1.2)$$

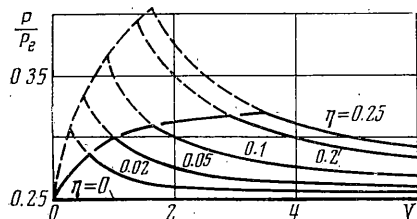
Здесь $Y = (P_0/M_0)y$, y — прогиб стержня, $P_e = EI/(l\Delta)$ — эйлерова сила. Кроме того, в соответствии со сказанным $\sigma_*(f_1+f_2) = P_k = P_e/n$, где P_k — касательно-модульная сила.

Из равенства (1.2) вытекает следующая зависимость между сжимающей силой и прогибом стержня:

$$P/P_e = [(1+\varphi)Y + 1 - 1/n] / [(n+\varphi)Y + n - 1] \quad (1.3)$$

При $\varphi=1$ последняя формула вырождается в известное решение Шенли для симметричного идеального профиля [4, 8].

Как было показано Я. Г. Пановко [4], решение Шенли (в данном случае (1.3)) справедливо, пока напряжения с выпуклой стороны стержня, увеличивающиеся в процессе изгиба, не достигнут предела текучести на растяжение. Эта величина для материала, испытавшего первоначальное пластическое сжатие, вследствие эффекта Баушингера отличается от начального предела текучести.



Фиг. 1

Ограничимся рассмотрением случая идеального эффекта Баушингера. Будем полагать, что сумма абсолютных величин предела текучести на сжатие и растяжение есть постоянная величина, равная удвоенному начальному пределу текучести материала. Тогда, повторив выкладки, произведенные при выводе третьего из уравнений (3.2), получим следующее условие появления в сечении вторичных пластических деформаций:

$$\varphi \frac{M}{M_0} - \frac{P}{P_0} - 2 + \frac{1}{n} \frac{1}{\eta} = 0 \quad (1.4)$$

Заменив в последнем выражении M на $P y$ и исключив величину P/P_e , получим уравнение относительно прогиба Y_2 , до которого оправдывается решение (1.3)

$$(1+\varphi)\varphi Y_2^2 - 2(n+\varphi)\eta Y_2 - 2(n-1)\eta = 0 \quad (1.5)$$

После появления вторичных пластических деформаций поведение стержня описывается четвертым из уравнений (3.1), которое после несложных преобразований можно привести к следующему виду:

$$\frac{P}{P_e} = \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) \quad (1.6)$$

Последняя формула при $\varphi=1$ дает известное решение [4, 8].

В качестве иллюстрации на фиг. 1 для частного случая $n=4$, $\varphi=0.5$ сплошными линиями построены кривые, связывающие осевую силу и прогиб стержня с различным значением η ($0 \leq \eta \leq 1/n$).

2. Как уже отмечалось, полученное решение относится к случаю, когда выпучивание стержня происходит в сторону большей полки. Рассмотрим выпучивание стержня в обратную сторону. Общий путь решения задачи

в этом случае практически ничем не отличается от использованного выше.

Уравнение, описывающее поведение стержня после начала выпучивания, можно получить, используя третью из формул (3.3), заменив в ней начальный предел текучести σ_0 на напряжения в момент начала выпучивания σ_* . После несложных преобразований найдем зависимость между прогибом стержня и величиной сжимающей силы

$$P/P_e = [(1+\varphi)Y + 1 - 1/n] / [(n\varphi + 1)Y + n - 1] \quad (2.1)$$

Как и в предыдущем случае, при $\varphi = 1$ последняя формула согласуется с решением Шенли.

Величина безразмерного прогиба Y_s , при котором в стержне появляются вторичные пластические деформации, определяется из условия

$$(1+\varphi)Y_s^2 - 2(n\varphi + 1)\eta Y_s - 2(n-1)\eta = 0. \quad (2.2)$$

Далее поведение стержня описывается уравнением, тождественно совпадающим с (1.6)

$$\frac{P}{P_e} = \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) \quad (2.3)$$

На основе полученных результатов на фиг. 1 пунктиром построены кривые, связывающие сжимающую силу и прогиб стержня при выпучивании в сторону меньшей полки.

Сравнение сплошных и пунктирных кривых на фиг. 1 показывает, что выпучивание стержня в сторону меньшей полки благоприятнее выпучивания в противоположную сторону, так как при этом: процесс выпучивания происходит менее энергично (на начальном участке пунктирная кривая идет круче, чем сплошная); верхнее критическое давление оказывается большим (максимум пунктирных кривых выше максимума соответствующих сплошных кривых).

3. Как было показано в [8], все полученные выше результаты оправдываются для стержней, подчиняющихся условию $\eta \leq 1/n$. Если это условие не соблюдается, процесс потери устойчивости протекает по иной схеме, отличной от описываемой концепцией Шенли — Пановко.

Рассмотрим остальные варианты потери устойчивости. Обратимся к уравнениям равновесия поперечного сечения стержня несимметричного идеального профиля. Эти уравнения можно получить, приравняв сумму сил, действующих в поперечном сечении, и сумму моментов этих сил продольной силе P и изгибающему моменту M (подобно тому, как это сделано, например, в [15]). В рассматриваемом случае несимметричного профиля эти уравнения будут различными в зависимости от соотношения между знаками изгибающего момента и продольной силы.

В случае, если продольная сила — сжимающая и изгибающий момент вызывает сжатие меньшей полки, в зависимости от величины момента и силы поперечное сечение стержня может находиться в одной из следующих четырех фаз изгиба: упругая фаза (I), упругопластическая фаза (II, напряжения в меньшей полке перешли за предел текучести, большая работает в упругой стадии), первая пластическая фаза (III, напряжения в обеих полках перешли за предел текучести и одного знака), вторая пластическая фаза (IV, напряжения в обеих полках перешли за предел текучести и разного знака).

Уравнения, описывающие поведение элемента стержня в каждой из этих четырех фаз, имеют вид

$$EI\kappa/M_0 = M/M_0 \quad (I)$$

$$EI\kappa/M_0 = M/M_0 + (n-1)(M/M_0 + P/P_0 - 1)/(1+\varphi) \quad (II)$$

$$EI\kappa/M_0 = nM/M_0 \quad (III)$$

$$EI\kappa/M_0 = nM/M_0 - 2(n-1)/(1+\varphi) \quad (IV)$$

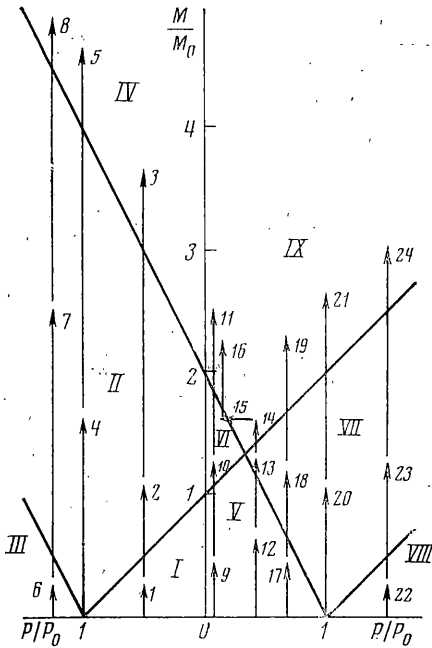
(3.1)

Границы между отдельными фазами устанавливаются следующими условиями:

$$\begin{aligned} M/M_0 + P/P_0 - 1 &= 0 & \text{(II-I)} \\ \varphi M/M_0 - P/P_0 + 1 &= 0 & \text{(II-III)} \\ \varphi M/M_0 - P/P_0 - 1 &= 0 & \text{(II-IV)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

В качестве иллюстрации на левой половине фиг. 2 для частного случая $\varphi=0.5$ в координатах безразмерных параметров M/M_0 и P/P_0 показаны области реализации каждой из четырех названных фаз.

Если осевая сила по-прежнему остается сжимающей, а изгибающий момент вызывает растяжение меньшей полки, сечение стержня может находиться в одной из пяти фаз изгиба: упругая фаза (V), первая упругопластическая фаза (VI, напряжения в меньшей полке перешли за предел текучести, большая работает в упругой стадии), вторая упругопластическая фаза (VII, напряжения в большей полке перешли за предел текучести, меньшая работает в упругой стадии), первая пластическая фаза (VIII, напряжения в обеих полках перешли за предел текучести и одного знака), вторая пластическая фаза (IX, напряжения в обеих полках перешли за предел текучести и разного знака).



Фиг. 2

Соответствующие уравнения изгиба имеют вид

$$EI\kappa/M_0 = M/M_0 \quad \text{(V)}$$

$$EI\kappa/M_0 = M/M_0 +$$

$$+ (n-1)(M/M_0 - P/P_0 - 1)/(1+\varphi) \quad \text{(VI)}$$

$$EI\kappa/M_0 = M/M_0 + (n-1)(\varphi M/M_0 + P/P_0 - 1)/(1+\varphi) \quad \text{(VII)}$$

$$EI\kappa/M_0 = nM/M_0 \quad \text{(VIII)}$$

$$EI\kappa/M_0 = nM/M_0 - 2(n-1)/(1+\varphi) \quad \text{(IX)}$$

Границы между фазами определяются условиями

$$M/M_0 - P/P_0 - 1 = 0 \quad \text{(VI-V)}$$

$$\varphi M/M_0 + P/P_0 - 1 = 0 \quad \text{(VI-IX)}$$

$$\varphi M/M_0 + P/P_0 - 1 = 0 \quad \text{(VII-V)} \quad (3.4)$$

$$M/M_0 - P/P_0 + 1 = 0 \quad \text{(VII-VIII)}$$

$$M/M_0 - P/P_0 - 1 = 0 \quad \text{(VII-IX)}$$

На правой половине фиг. 2 для $\varphi=0.5$ показаны области реализации пяти названных фаз.

4. Ограничиваясь рассмотрением задачи изгиба прямолинейного стержня осевой сжимающей силой, естественно ожидать, что пока сила не достигнет некоторой конечной величины, стержень будет оставаться прямолинейным. Если ориентироваться на это представление, то в зависимости от истории нагружения может быть реализовано двадцать четыре основных варианта состояния стержня, помеченных цифрами 1-24 на фиг. 2. Здесь же сплошными тонкими линиями схематически показаны соответствующие истории нагружения.

Дальнейшее решение задачи для рассматриваемой схематизированной модели стержня сводится к замене в уравнениях (3.1), (3.3) кривизны κ на $y/(l\Delta)$, изгибающего момента M на Pu и к установлению зависимости между величиной сжимающей силы и прогибом стержня.

Приведенные выше уравнения (3.1), (3.3) справедливы, если изгиб стержня не сопровождается разгрузкой, о появлении которой можно судить по тому, что напряжения в волокне, перешедшем за предел текучести, начинают уменьшаться. В последнем случае уравнение изгиба необходимо откорректировать соответствующим образом. Из всех показанных на фиг. 2 историй нагружения с явлением разгрузки приходится считаться в шести случаях, помеченных цифрами 7, 8, 15, 16, 23 и 24.

Решение для состояний 7, 8, 23 и 24 получено в п. 1, 2. Остановимся кратко на состояниях 15, 16. История нагружения, приводящая стержень в эти состояния, сопровождается разгрузкой материала большей полки. В принципе возможно вывести соответствующие уравнения изгиба и получить строгое решение задачи. Однако область реализации состояний 15 и 16, как будет показано ниже, слишком мала. Можно ожидать, что поправка в решении за счет учета эффекта разгрузки в данном случае не будет значительной и не даст качественно нового результата. Поэтому в дальнейшем при рассмотрении состояний 15 и 16 эффектом разгрузки пренебрегается.

На остальных же восемнадцати историях нагружения явление разгрузки отсутствует: ни в одном из этих случаев не возникает ситуации, чтобы напряжения в какой-либо из полок профиля превзошли предел текучести и затем начали уменьшаться.

Не останавливаясь на промежуточных выкладках, приведем зависимости, связывающие величину сжимающей силы с прогибом стержня для всех двадцати четырех вариантов состояния (в квадратных скобках даны условия, при соблюдении которых реализуется каждый конкретный случай)

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{P_e} &= 1 & [\eta \geq 1, 0 \leq Y \leq \eta - 1] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y + (n-1)\eta}{(n+\varphi)Y + n - 1} & [\eta \geq 1, \eta - 1 \leq Y \leq Y_1] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & [\eta \geq 1, Y_1 \leq Y \leq \infty] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y + (n-1)\eta}{(n+\varphi)Y + n - 1} & \left[\frac{1}{n} \leq \eta \leq 1, 0 \leq Y \leq Y_1 \right] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\frac{1}{n} \leq \eta \leq 1, Y_1 \leq Y \leq \infty \right] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} & \left[\eta \leq \frac{1}{n}, Y = 0 \right] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y + 1 - 1/n}{(n+\varphi)Y + n - 1} & \left[\eta \leq \frac{1}{n}, 0 \leq Y \leq Y_2 \right] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\eta \leq \frac{1}{n}, Y_2 \leq Y \leq \infty \right] \\
 \frac{P}{P} &= 1 & \left[\eta \geq \frac{1+\varphi}{1-\varphi}, 0 \leq Y \leq \eta + 1 \right] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y + (n-1)\eta}{(n+\varphi)Y - (n-1)} & \left[\eta \geq \frac{1+\varphi}{1-\varphi}, \eta + 1 \leq Y \leq Y_{32} \right] \\
 \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\eta \geq \frac{1+\varphi}{1-\varphi}, Y_{32} \leq Y \leq \infty \right] \\
 \frac{P}{P} &= 1 & \left[\frac{1+\varphi}{1-\varphi} \geq \eta \geq \alpha, 0 \leq Y \leq \frac{\eta-1}{\varphi} \right]
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned} \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y+(n-1)\eta}{(n\varphi+1)Y+n-1} & \left[\frac{1+\varphi}{1-\varphi} \geq \eta \geq \alpha, \frac{\eta-1}{\varphi} \leq Y \leq Y_4 \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\frac{1+\varphi}{1-\varphi} \geq \eta \geq \alpha, Y_4 \leq Y \leq Y_{31} \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y+(n-1)\eta}{(n+\varphi)Y-(n-1)} & \left[\frac{1+\varphi}{1-\varphi} \geq \eta \geq \alpha, Y_{31} \leq Y \leq Y_{32} \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\frac{1+\varphi}{1-\varphi} \geq \eta \geq \alpha, Y_{32} \leq Y \leq \infty \right] \\ \frac{P}{P_e} &= 1 & \left[\alpha \geq \eta \geq 1, 0 \leq Y \leq \frac{\eta-1}{\varphi} \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y+(n-1)\eta}{(n\varphi+1)Y+n-1} & \alpha \geq \eta \geq 1, \frac{\eta-1}{\varphi} \leq Y \leq Y_4 \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\alpha \geq \eta \geq 1, Y_4 \leq Y \leq \infty \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y+(n-1)\eta}{(n\varphi+1)Y+n-1} & \left[1 \geq \eta \geq \frac{1}{n}, 0 \leq Y \leq Y_4 \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[1 \geq \eta \geq \frac{1}{n}, Y_4 \leq Y \leq \infty \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} & \left[\eta \leq \frac{1}{n}, Y=0 \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{(1+\varphi)Y+1-1/n}{(n\varphi+1)Y+n-1} & \left[\eta \leq \frac{1}{n}, 0 \leq Y \leq Y_5 \right] \\ \frac{P}{P_e} &= \frac{1}{n} \left(1 + 2 \frac{n-1}{1+\varphi} \frac{\eta}{Y} \right) & \left[\eta \leq \frac{1}{n}, Y_5 \leq Y \leq \infty \right] \end{aligned}$$

Здесь $Y_1, Y_2, Y_{31}, Y_{32}, Y_4, Y_5$ и α — корни уравнений

$$\begin{aligned} (1+\varphi)\varphi Y_1^2 - [(\eta+1)(1+\varphi) + (n-1)(1-\varphi)\eta] Y_1 - 2(n-1)\eta &= 0 \\ (1+\varphi)\varphi Y_2^2 - 2(n+\varphi)\eta Y_2 - 2(n-1)\eta &= 0 \\ (1+\varphi)\varphi Y_{31}^2 - [(\eta-1)(1+\varphi) + (n-1)(1-\varphi)\eta] Y_{31} + 2(n-1)\eta &= 0 \\ (1+\varphi)Y_4^2 - [(\eta-1)(1+\varphi) - (n-1)(1-\varphi)\eta] Y_4 - 2(n-1)\eta &= 0 \\ (1+\varphi)Y_5^2 - 2(n\varphi+1)\eta Y_5 - 2(n-1)\eta &= 0 \\ (n-n\varphi+2\varphi)^2 \alpha^2 - 2(1+\varphi)(n+3n\varphi-2\varphi)\alpha + (1+\varphi)^2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

При этом Y_{31} и Y_{32} — соответственно меньший и больший корень третьего из написанных уравнений.

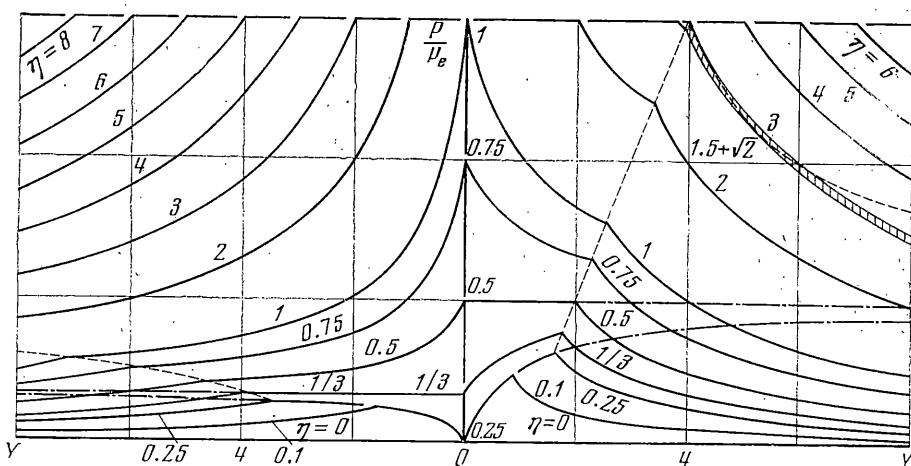
Выявим физический смысл величины $\eta = P_0/P_e$, которая входит в решение в качестве параметра. Этот параметр характеризует гибкость стержня и связан с общепринятым понятием гибкости $\lambda = l(\bar{F}/I)^{1/2}$ тождеством $\eta = (\gamma\sigma_0/E)\lambda^2$, где γ — коэффициент, зависящий от конструкции стержня. В рассматриваемом случае свободно опертого стержня $\gamma = \Delta/l$; для консоли, например, $\gamma = 2\Delta/l$.

По сравнению с общепринятым понятием гибкости введенный параметр более емкий и позволяет распространить результаты решения для свободно опертого стержня на другие случаи заделки: формулы (4.1) и (4.2) являются универсальными.

Следует иметь в виду, однако, что в задаче устойчивости стержня несимметричного профиля полученное решение распространяется только на случай статически определимых стержней. Если же стержень статически неопределим, то различные его участки при потере устойчивости неизбежно будут иметь кривизны разного знака, вследствие чего часть стержня будет выпучиваться в сторону большей полки, часть — в сторону меньшей. Эта задача не сводится к рассмотренной выше и требует дополнительного решения. Разумеется, если поперечное сечение симметрично или стержень спроектирован так, что в районе, где кривизна имеет обратный знак, большая и меньшая полки меняются местами, то решение для свободно опертого стержня может быть распространено и на случай жестко заделанного.

Полученное выше решение иллюстрируется фиг. 3, где для частного случая $n=4$ и $\varphi=0.5$ построены кривые сжимающая сила — прогиб стержня при различных значениях параметра η . Левая половина фиг. 3 относится к случаю выпучивания стержня в сторону большей полки, правая — в сторону меньшей. Вертикальной штриховкой показана область реализации состояний 15 и 16, при рассмотрении которых влиянием разгрузки пренебрегалось.

Сравнивая между собой правую и левую половины фиг. 3, можно видеть, что хотя сила, вызывающая начало выпучивания стержня, в обоих случаях оказывается



Фиг. 3

одной и той же, поведение стержня в процессе потери устойчивости существенно различно: выпучивание в сторону меньшей полки во всех случаях более благоприятно, чем выпучивание в противоположную сторону.

Так, при малых величинах параметра гибкости $\eta \leq (1+\varphi)/(n+\varphi)$ выпучивание в сторону меньшей полки развивается медленнее (кривые сила — прогиб имеют большую крутизну), величина верхнего критического давления в этом случае также заметно больше, чем при выпучивании в сторону большей полки. При средних величинах этого параметра $(1+\varphi)/(n+\varphi) \leq \eta \leq (1+\varphi)/(n\varphi+1)$ выпучивание в сторону большей полки происходит хлопком, в сторону меньшей — рост прогиба сопровождается непрерывным ростом сжимающей силы. При величине параметра гибкости, лежащей в диапазоне $(1+\varphi)/(n\varphi+1) \leq \eta \leq 1$, потеря устойчивости в обоих случаях происходит хлопком. Однако хлопок этот при выпучивании в сторону меньшей полки менее интенсивен (кривые сила — прогиб идут менее круто).

Наконец при больших величинах параметра гибкости $n \geq 1$, когда стержень теряет устойчивость, оставаясь упругим, первые пластические деформации в стержне появляются раньше при выпучивании в сторону большей полки.

Хотя все эти выводы основываются на решении для стержня несимметричного идеального профиля, качественно они остаются справедливыми и для любого другого поперечного сечения. Во всяком случае можно с уверенностью утверждать, что из двух возможных направлений выпучивания стержня несимметричного поперечного сечения более благоприятным будет выпучивание в сторону того крайнего волокна,

которое дальше отстоит от оси стержня. Возможно даже, что вводимый в расчет реального стержня коэффициент запаса следует назначать дифференцированно, в зависимости от направления развития процесса выпучивания. Сказанное справедливо, разумеется, если конструкция спроектирована так, что стержень имеет возможность выпучиваться только в одном направлении.

Поступила 9 III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Shanley F. R.* Inelastic Column Theory. J. Aeronaut. Sci., 1947, vol. 14, No. 5. (Рус. перев.: Механика. Сб. перев., 1951, № 2).
2. *Пановко Я. Г.* О современной концепции упругопластического продольного изгиба. В сб.: Проблемы устойчивости в строительной механике. М., Стройиздат, 1965.
3. *Пановко Я. Г., Губанова И. И.* Устойчивость и колебания упругих систем. М., «Наука», 1967.
4. *Пановко Я. Г.* О критической силе сжатого стержня в неупругой области. Инж. сб., 1954, т. 20.
5. *Кайдалов Н. Н.* Качественная теория неупругой устойчивости элементов судового корпуса. Л., «Судостроение», 1972.
6. *Sicola P.* Inelastic Buckling of Column. J. Aeronaut. Sci., 1950, vol. 17, No. 8. (Рус. перев.: Механика. Сб. перев., 1951, № 4).
7. *Müllersdorf U.* Zur Theorie der plastischen Knickung. Bauingenieur, 1952, Bd 27, H. 2.
8. *Дикович И. Л.* Поведение упругопластического стержня при потере устойчивости от осевого сжатия. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 4.
9. *Pflüger A.* Zur plastischen Knickung gerade Stäbe. Ingr-Arch., 1952, Bd 20, H. 5.
10. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформируемых систем. М., «Наука», 1967.
11. *Папкович П. Ф.* Строительная механика корабля, ч. 2. Л., Судпромгиз, 1941.
12. *Малюгин И. С.* К продольному изгибу стержня за пределом пропорциональности. Изв. АН СССР. ОН, 1957, № 12.
13. *Работнов Ю. Н.* О равновесии сжатых стержней за пределом пропорциональности. Инж. сб., 1952, т. 11.
14. *Дикович И. Л.* Об устойчивости упругопластического стержня при осевом сжатии. В сб.: Актуальные проблемы нелинейной механики сплошных сред, вып. 1. Изд-во ЛГУ, 1977.
15. *Дикович И. Л.* Статика упругопластических балок судовых конструкций. Л., «Судостроение», 1967.