

УДК 621.01:621.822.76

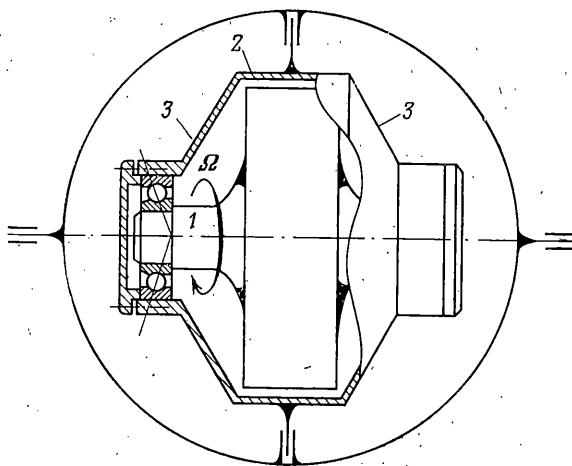
## КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА РАДИАЛЬНО-УПОРНОГО ШАРИКОПОДШИПНИКА ПРИ ОСЕВОЙ НАГРУЗКЕ

М. А. ГАЛАХОВ, К. И. ЗАППАРОВ, Н. И. ЯКОВЛЕВ

(Москва)

В работе [1] рассмотрена кинематика и динамика идеального подшипника без смазки. В [2-5] развиваются методы расчета систем шарикоподшипник — смазка.

В данной работе на основе [5] рассматривается кинематика и динамика системы шарикоподшипник — смазка при осевой нагрузке, характерной для опор гиromоторов. При расчете напряжений трения смазка рассматривается как нелинейно-вязкая жидкость с вязкостью, зависящей от давления и температуры. Силы и моменты трения вычисляются интегрированием напряжений трения по эллиптическим областям контакта. Учитываются гистерезисные потери при качении и взаимодействие сепаратора с шариками и направляющим бортиком.



Фиг. 1

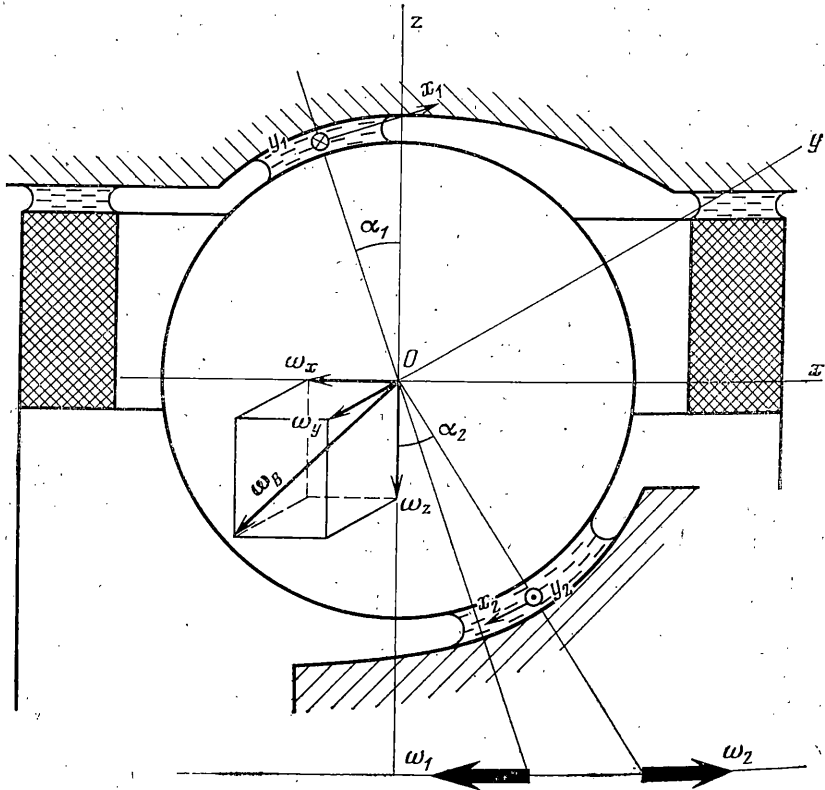
Дан расчет пары шарикоподшипников, установленных с предварительным натягом в корпусе с жесткими крышками. Приведена зависимость силовых и кинематических характеристик системы от предварительного натяга. Показана возможность выбора оптимального (минимально необходимого) предварительного натяга. Дан пример расчета для инерционной осевой нагрузки.

1. Рассмотрим шарикоподшипник гиromотора (фиг. 1). Внутреннее кольцо смонтировано на роторе 1, наружное установлено в корпусе 2 с жесткими крышками 3 с усилием предварительного натяга  $F_a^*$ . Ротор вращается с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Если инерционные силы, действующие на ротор, малы, то оба подшипника гиromотора находятся в одинаковых условиях. Жесткие крышки фиксируют на рабочих оборотах осевое сближение колец  $\delta_x$ . При этом фактическая осевая нагрузка на подшипник может превосходить  $F_a^*$ . Шарик расположен симметрично и разделяется сепаратором. Предположим для определенности, что сепаратор базируется по бортикам наружного кольца. Осевая симметрия узла и нагрузок позволяет ограничиться изучением движения одного шарика и сепаратора. Уравнения стационарного движения шарика будем рассматривать в системе координат  $xuz$ , вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega_s$  (фиг. 2). Ось  $x$  параллельна оси подшипника, а начало координат совпадает с центром шарика.

На шарик действуют силы нормального давления со стороны колец, силы и моменты трения в контактах с кольцами, нормальная сила взаимодействия шарика с сепаратором, центробежная сила и гироскопический момент. Предполагается, что в контактах шарика с кольцами и сепаратора с направляющими бортиками наружного кольца имеется сплошная пленка смазки. Шарик постоянно находится в контакте с сепаратором.

Угловая скорость сепаратора равна  $\omega_c$ . Вектор  $\omega_B$  угловой скорости шара наклонен по отношению к оси подшипника и не лежит, вообще говоря, в плоскости  $xOz$ .

2. Для определения напряжений трения в [5] использована ньютоновская модель смазки с вязкостью, зависящей от давления и температуры. Известно [6, 7], что эта модель не всегда дает реальные значения для напряжений трения, поскольку при больших давлениях ( $\sim 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-2}$ ) и скоростях сдвига ( $\sim 10^6 \text{ с}^{-1}$ ), характерных для упругогидродинамического контакта, проявляются релаксационные эффекты. По-видимому, в этих условиях реология смазки определяется реологией базового



Фиг. 2

масла, поведение которого может быть описано нелинейной максвелловской моделью [8]. В случае простого сдвига вязкоупругие свойства жидкости сводятся к нелинейной зависимости напряжений сдвига от скорости сдвига. В [8] получены напряжения трения для одной из возможных нелинейно-вязких моделей. Результат имеет вид

$$G \operatorname{sh} \frac{\tau}{G} = \mu \frac{v}{h} \frac{\operatorname{arsh} \Lambda}{\Lambda (1 + \Lambda^2)^{1/2}} \quad (2.1)$$

$$\mu = \mu_0 \exp [\alpha p / (1 + \beta p) - \delta (T - T_0)]$$

$$\Lambda = \left\{ \Lambda_0^2 \frac{\tau}{G} \left( \operatorname{sh} \frac{\tau}{G} \right)^{-1} + \operatorname{sh}^2 \left[ \frac{\delta (T_2 - T_1)}{4} \right] \right\}^{1/2}$$

$$\Lambda_0 = (\mu \delta / 8k)^{1/2} |v|, \quad T = (T_1 + T_2) / 2$$

где  $G\sqrt{6}$  — высокочастотный модуль сдвига для жидкости,  $\tau$  — напряжение трения, направленное вдоль скорости относительного скольжения  $v$ ,  $h$  — толщина пленки [5],  $\alpha$ ,  $\beta$  — пьезокoeffициенты,  $p$  — давление,  $\delta$  — температурный коэффициент вязкости,  $T_0$  — некоторая фиксированная температура,  $T_1$ ,  $T_2$  — температуры поверхно-

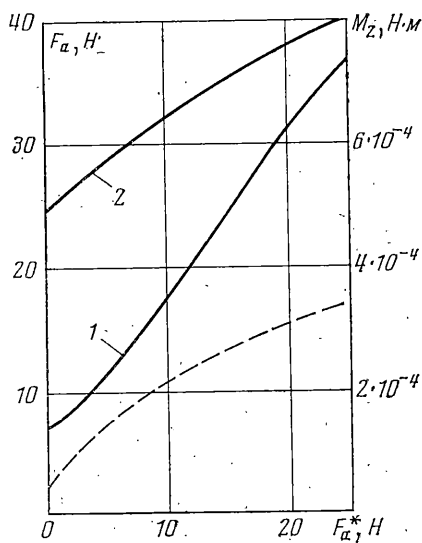
стей,  $k$  – теплопроводность жидкости. При численном интегрировании  $\tau$  по областям контакта уравнение (2.1) решалось методом Ньютона на каждом шаге интегрирования. Если реологические параметры смазки  $\alpha, \beta, \delta, G$  не известны с достаточной достоверностью, то возможно введение переменного по области контакта коэффициента трения  $f$

$$\tau = f(x_m, y_m) p \quad (2.2)$$

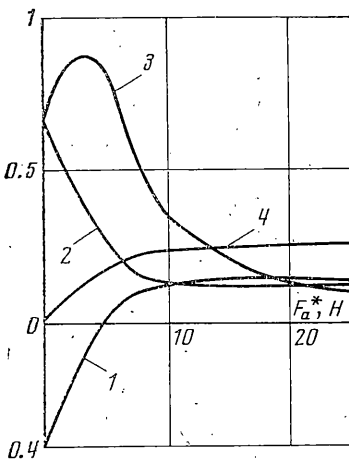
где  $m=1, 2$ ,  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  – системы координат, связанные с областями контакта (фиг. 2). Значения  $f$  можно вычислить по эмпирическим зависимостям [9]. Сила, действующая на шарик со стороны сепаратора, равна

$$F_{c1} = \pi l_c \frac{\mu_0 \omega_c d_{c1}^3}{2 h_c n d_0} \quad (2.3)$$

где  $l_c$  – ширина области контакта сепаратора с направляющим бортиком кольца,  $d_{c1}$  – наружный диаметр сепаратора,  $d_0$  – диаметр окружности центров шаров,  $h_c$  – расстояние между сепаратором и бортиком наружного кольца,  $n$  – число шариков.



Фиг. 3



Фиг. 4

Момент сопротивления качению  $M_{hm}$ , вызванный гистерезисными потерями в области контакта, определялся по формуле [10]  $M_{hm} = \gamma u_m Q_m$ , где  $\gamma$  – время ретардации,  $u_m$  – скорость качения,  $Q_m$  – нормальные силы в областях контакта, индекс  $m=1$  относится к наружному кольцу,  $m=2$  – к внутреннему.

Уравнения стационарного движения шара имеют вид

$$\begin{aligned} Q_1 \cos \alpha_1 - F_1 \sin \alpha_1 - Q_2 \cos \alpha_2 + F_2 \sin \alpha_2 - F_c &= 0 \\ Q_1 \sin \alpha_1 + F_1 \cos \alpha_1 - Q_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 &= 0 \\ F_{y1} - F_{y2} + F_{c1} &= 0, \quad M_{y1} + M_{y2} - M_{gy} = 0 \\ M_{x1} + M_{x2} - M_{h1} \cos \alpha_1 - M_{h2} \cos \alpha_2 &= 0, \quad M_{z1} + M_{z2} - M_{gz} - M_{h1} \sin \alpha_1 - M_{h2} \sin \alpha_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $F_m$  – проекции касательных сил в контакте на плоскость  $xOz$  (фиг. 2),  $F_{ym}$  – проекции касательных сил на ось  $y_m$ ,  $\alpha_m$  – угол контакта,  $F_c$  – центробежная сила,  $M_{xm}$ ,  $M_{ym}$ ,  $M_{zm}$  – проекции моментов от напряжений трения,  $M_{gy}$ ,  $M_{gz}$  – проекции гироскопического момента. Так как осевое сближение колец задано, уравнение равновесия внутреннего кольца [5] можно использовать для определения фактической осевой нагрузки на подшипник  $F_a = n(Q_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2)$ .

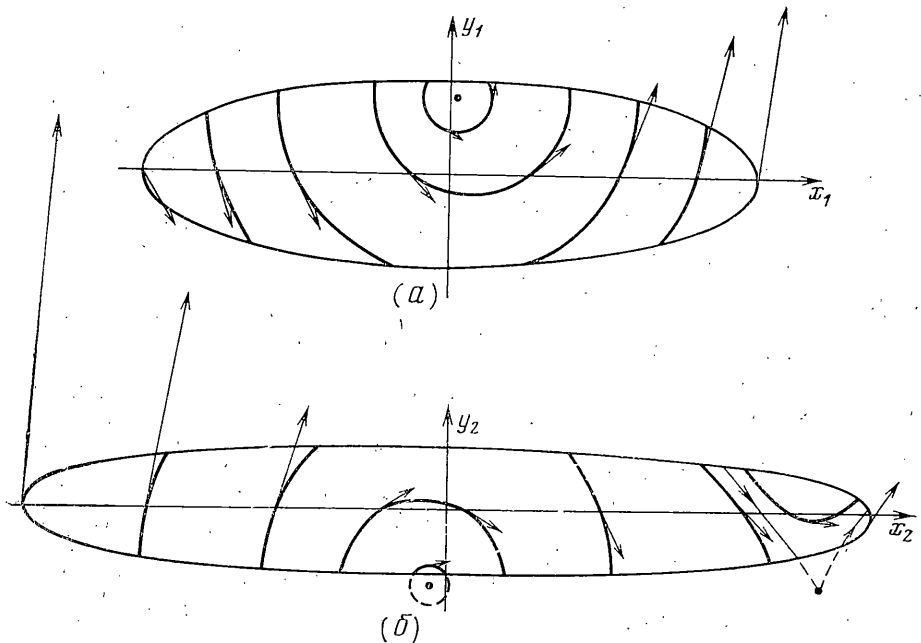
3. Система уравнений (2.4) и условий совместности деформаций решалась аналогично [5] методом Ньютона. Расчеты были проведены для системы шарикоподшипник 1 076 097 – смазка при угловой скорости ротора  $3142 \text{ сек}^{-1}$  ( $3 \cdot 10^4 \text{ об/мин}$ ) и различных усилиях предварительного натяга. Диаметр шара  $2.381 \text{ мм}$ , начальный угол контакта  $\alpha_0 = 12^\circ$ . Температуры дорожек наружного и внутреннего колец

100°С и 120°С. Базовое масло МС-14, его параметры при  $T_0=100^\circ\text{С}$  следующие:  $\mu_0=0.04 \text{ Н}\cdot\text{сек}\cdot\text{м}^{-2}$ ,  $\alpha=10^{-8} \text{ м}^2\cdot\text{Н}^{-1}$ ,  $\beta=3.3\cdot 10^{-10} \text{ м}^2\cdot\text{Н}^{-1}$ ,  $\delta=5.8\cdot 10^{-2} \text{ град}$ ,  $k=0.25 \text{ Н}\cdot\text{сек}^{-1}\cdot\text{град}^{-1}$ ,  $G=8\cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-2}$ , время ретардации  $\gamma=5\cdot 10^{-8} \text{ сек}$ .

На фиг. 3 даны зависимости фактического осевого усилия  $F_a$  (кривая 1) и момента  $M_2$  сопротивления вращению внутреннего кольца (кривая 2) от предварительного натяга  $F_a^*$ . Возрастание  $F_a$  по сравнению с  $F_a^*$  при жестких крышках объясняется расклинивающим действием смазочной пленки. Пунктир на фиг. 3 — момент  $M_2$  без учета сепаратора. Ниже приведены некоторые результаты расчетов для трех значений  $F_a^*$  ( $p_{\text{см}}$  — максимальное контактное давление,  $h_m$  — толщина смазочной пленки).

|                                      |                  |                  |                  |
|--------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| $F_a^*, \text{Н}$                    | 3.42             | 15.2             | 24               |
| $\alpha_1, \text{рад}$               | 0.211            | 0.230            | 0.238            |
| $\alpha_2, \text{рад}$               | 0.235            | 0.240            | 0.246            |
| $p_{01}, \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$ | $1.18\cdot 10^9$ | $1.56\cdot 10^9$ | $1.72\cdot 10^9$ |
| $p_{02}, \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$ | $1.16\cdot 10^9$ | $1.56\cdot 10^9$ | $1.73\cdot 10^9$ |
| $h_1, \text{мкм}$                    | 0.4              | 0.37             | 0.36             |
| $h_2, \text{мкм}$                    | 0.18             | 0.17             | 0.16             |
| $\omega_c/\Omega$                    | 0.4025           | 0.4034           | 0.4037           |
| $ \omega_B /\Omega$                  | 2.431            | 2.427            | 2.428            |

Можно выделить четыре кинематических параметра, которые оказывают существенное влияние на работоспособность системы шарикоподшипник — смазка. Это  $\omega_c$ ,



Фиг. 5

угловая скорость гироскопического вращения  $\omega_y$  и угловые скорости верчения шарика на кольцах (фиг. 2)

$$\omega_{sm} = \omega_x \sin \alpha_m - \omega_z \cos \alpha_m - c_m \omega_m \sin \alpha_m \quad (3.4)$$

где  $c_1=1$ ,  $c_2=-1$ ,  $\omega_1=\omega_c$ ,  $\omega_2=\Omega-\omega_c$ . Большие абсолютные значения  $\omega_{sm}$ ,  $\omega_y$  приводят к интенсивному проскальзыванию и тепловыделению в контактах. Это вызывает разрушение сплошной смазочной пленки, износ колец и шариков и недопустимые изменения характеристик подшипника.

На фиг. 4 представлены результаты расчета кинематики. Кривая 1 —  $\omega_{s1}/\Omega$ , кривая 2 —  $\omega_{s2}/\Omega$ , кривая 3 —  $10^2 \omega_y/\Omega$ , кривая 4 —  $\omega_z/\omega_x$ . Скорость вращения сепаратора мало зависит от  $F_a^*$ . Напротив,  $\omega_y$  и  $\omega_{sm}$  сильно меняются при изменении  $F_a^*$  от нуля до 10–15 Н. Дальнейшее увеличение  $F_a^*$  практически не влияет на  $\omega_{sm}$ , а  $\omega_y$  медленно убывает. Однако увеличение  $F_a^*$  приводит к росту контактных на-

пряжений и к увеличению  $M_2$  (фиг. 3), что, как правило, не желательно. По зависимостям кинематических параметров от  $F_a^*$  можно определить оптимальный (минимально необходимый) предварительный натяг. Зная  $\omega_c$ ,  $\omega_{sm}$ ,  $\omega_y$ , можно построить поле скоростей скольжения в области контакта. На фиг. 5 изображены векторные линии этого поля в областях контакта шарика с наружным (а) и внутренним (б) кольцами для  $F_a^*=12.2$  Н. В некоторых точках стрелками указаны величина и направление скорости скольжения. На внутреннем кольце точки чистого качения, в которых  $v_x=v_y=0$  и которые являются особыми точками поля скоростей скольжения типа «центр» и «седло», расположены вне области контакта. Вектор длиной 10 мм соответствует скорости 15 мм·сек<sup>-1</sup>.

Отметим в заключение, что инерционная осевая нагрузка и возможные упругие и температурные деформации крышек и ротора не нарушают осевой симметрии задачи. Метод решения может быть распространен и на эти случаи.

Приводим результаты расчета для пары подшипников с жесткими крышками при  $F_a^*=19$  Н и осевой нагрузке 9.8 Н; N — номер подшипника.

| N                               | 1                 | 2                 | N                    | 1      | 2      |
|---------------------------------|-------------------|-------------------|----------------------|--------|--------|
| $F_0$ , Н                       | 25.0              | 15.2              | $ \omega_B /\Omega$  | 2.427  | 2.425  |
| $\alpha_1$ , рад                | 0.23              | 0.22              | $\omega_z/\omega_x$  | 0.25   | 0.23   |
| $\alpha_2$ , рад                | 0.240             | 0.235             | $\omega_c/\Omega$    | 0.4034 | 0.4030 |
| $\rho_{01}$ , Н·м <sup>-2</sup> | $1.57 \cdot 10^9$ | $1.35 \cdot 10^9$ | $\omega_{s1}/\Omega$ | 0.14   | 0.10   |
| $\rho_{02}$ , Н·м <sup>-2</sup> | $1.57 \cdot 10^9$ | $1.34 \cdot 10^9$ | $\omega_{s2}/\Omega$ | 0.12   | 0.17   |
| $h_1$ , мм                      | 0.38              | 0.39              | $\omega_y/\Omega$    | 0.002  | 0.005  |
| $h_2$ , мм                      | 0.17              | 0.18              |                      |        |        |

Поступила 7 I 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Jones A. B. A general theory for elastically constrained ball and radial roller bearings under arbitrary load and speed conditions. Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Engng, 1960; vol. 82, No. 2.
2. Курушин М. И., Коднир Д. С. Кинематика, напряжения и тепловыделение в радиально-упорных шарикоподшипниках с учетом влияния смазки. Тр. Куйбышевск. авиац. ин-та, 1969, вып. 40.
3. Walters C. T. The dynamics of ball bearings. Trans. ASME. Ser. F. J. Lubricat. Technol., 1971, vol. 93, No. 1. (Рус. перев.: Проблемы трения и смазки. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Ф, 1971, т. 93, № 1.)
4. Harris T. A. An analytical method to predict skidding in thrust-loaded angular — contact ball bearing. Trans. ASME. Ser. F. J. Lubricat. Technol., 1971, vol. 93, No. 1. (Рус. перев.: Проблемы трения и смазки. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Ф, 1971, т. 93, № 1.)
5. Галахов М. А., Заппаров К. И., Сметанин В. Л. Расчет смазанного шарикоподшипника под осевой нагрузкой. Машиноведение, 1976, № 5.
6. Галахов М. А., Ширококов В. В. Трение в упругогидродинамическом контакте. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 4.
7. Kannel I. W., Walowit I. A. Simplified analysis for tractions between rolling-sliding elastohydrodynamic contact. Trans. ASME. Ser. F. J. Lubricat. Technol., 1971, vol. 93, No. 1. (Рус. перев.: Проблемы трения и смазки. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Ф, 1971, т. 93, № 1.)
8. Leonov A. I. Nonequilibrium thermodynamics and rheology of viscoelastic polymer media. Rheolog. Acta, 1976, vol. 15, No. 2.
9. Дроздов Ю. Н. Коэффициенты трения скольжения при очень высоких контактных давлениях. Машиноведение, 1966, № 5.
10. Горячева И. Г. Контактная задача качения вязкоупругого цилиндра по основанию из того же материала. ПИММ, 1973, т. 37, вып. 5.