

УДК 531/534:061.6

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ. СЕМИНАРЫ

Семинар по аналитической механике под руководством В. В. Румянцева.

17 IX 1976. А. Я. Савченко (Донецк) *Методы исследования неасимптотически устойчивых движений механических систем и их приложения.*

Исследована устойчивость стационарных движений автономных гамильтоновых систем, приведенная система которых двумерна. Доказана теорема, позволяющая при отсутствии резонансов до четвертого порядка включительно найти достаточные условия устойчивости таких движений. Эти условия почти совпадают с необходимыми условиями, вытекающими из анализа уравнений первого приближения. Еще одна теорема позволила судить об устойчивости при наличии в изучаемой системе резонанса третьего порядка.

Изучено влияние постоянно действующих возмущений (п.д.в.) на неасимптотически устойчивые движения. Доказаны две теоремы, позволившие указать ограничения на структуру п.д.в., сохраняющих неасимптотическую устойчивость изучаемых движений.

Предложен новый подход в исследовании критического случая n пар чисто мнимых корней, связанный с одной идеей А. М. Ляпунова. Такой подход дает возможность в ряде случаев непосредственно исследовать устойчивость тривиального решения без использования принципа сведения и предварительных преобразований. Указана простая процедура вычисления «коэффициентов устойчивости», играющих важную роль в решении поставленной задачи. Обнаружена связь особых случаев с формальной устойчивостью. Приведенный метод распространен и на случай периодической зависимости от времени нелинейных слагаемых в правых частях дифференциальных уравнений.

Описанные результаты применены к исследованию стационарных движений твердого тела, имеющего неподвижную точку, твердого тела с эллипсоидальной полостью, целиком заполненной жидкостью, системы двух гироскопов Лагранжа.

8 X 1976. А. Л. Куницын, В. Тхай (Москва) *О неустойчивости лагранжевых решений неограниченной задачи трех тел.*

Исследуется устойчивость постоянных лагранжевых решений неограниченной задачи трех тел в предположении, что тела притягиваются одно к другому силами, пропорциональными некоторой степени их взаимного расстояния. Используются уравнения возмущенного движения в переменных Ляпунова. Показано, что при помощи интеграла энергии их можно привести к системе, характеристическое уравнение которой при выполнении условий Рауса – Жуковского будет иметь четыре пары чисто мнимых корней. Выписываются условия внутреннего резонанса третьего порядка для собственных частот и дается их геометрическая интерпретация. При помощи ЭВМ проверяются известные критерии неустойчивости для указанного типа резонанса по коэффициентам нормальной формы. На основе проведенных вычислений устанавливаются множества значений масс и интервалов изменения показателя в законе тяготения, соответствующие неустойчивости лагранжевых решений в области выполнения необходимых условий устойчивости.

15 X 1976. Т. П. Анжелич (Белград) *Вывод уравнений Маджи без использования квазиординат.*

Показано, как можно вывести уравнения Маджи без использования неголономных координат (квазиординат), приводящих к динамически и геометрически неопределенным характеристикам Маджи.

Одновременно дается полная геометрическая интерпретация соответствующих коэффициентов.

22 X 1976. В. Б. Колмановский (Москва) *Об одной задаче управления движением гиростата при случайных возмущениях.*

Рассмотрена задача об успокоении гиростата, находящегося под действием случайных сил, за наименьшее среднее время. Установлены следующие результаты:

- 1) доказано существование допустимого управления, т. е. управления, при котором гиростат может быть успокоен за конечное среднее время. Допустимое управление построено в явном аналитическом виде при произвольных параметрах гиростата;
- 2) доказано существование оптимального управления;
- 3) выделены ситуации, для которых синтез оптимального управления построен в явном виде;
- 4) рассмотрены вопросы приближенного синтеза оптимального управления и установлены оценки погрешности нулевого приближения.

12 XI 1976. М. Я. Вайман (Москва) *Функции Ляпунова при анализе устойчивости моделей электрических систем.*

1. Для моделей электрических систем, адекватных уравнениям колебания группы связанных маятников, изложены вопросы учета демпфирования при конструировании функций Ляпунова.

2. В электрических системах существуют возмущения, связанные с изменением ее структуры, которые приводят к потере статической устойчивости. Хотя условия статической устойчивости не изменяются, при других возмущениях может произойти неограниченный рост фазовых переменных. В обоих случаях изменяют подводимую к системе энергию. При этом параметры в уравнениях становятся функциями времени. При помощи дифференциальных неравенств получены оценки ограниченности решений нестационарных моделей в зависимости от вида этих функций времени.

19 XI 1976. М. А. Красносельский, А. В. Покровский (Москва) *Об одном методе исследования абсолютной устойчивости.*

Как оказалось, для широких классов дифференциальных уравнений абсолютная устойчивость нулевого состояния равновесия равносильна отсутствию у всех уравнений рассматриваемого класса ненулевых решений, определенных и ограниченных на всей временной оси $(-\infty, \infty)$. Анализ абсолютной устойчивости нулевого состояния равновесия для таких классов сводится либо к доказательству единственности неподвижной точки у некоторых нелинейных интегральных операторов, либо к доказательству равенства $x(t) \equiv 0$ для каждого ограниченного решения $x(t)$ $(-\infty < t < \infty)$ рассматриваемых уравнений. И тот и другой подход в ряде случаев реализуются совсем просто.

Приводятся общие теоремы и некоторые вытекающие из них конкретные признаки абсолютной устойчивости.

Основные результаты публикуются в Докл. АН СССР. Аналогичная теория развита и для дискретных процессов — результаты публикуются в журнале «Автоматика и телемеханика».

3 XII 1976. Г. С. Асанов (Москва) *О динамике отклонений пробных тел в поле тяготения Шварцшильда.*

Рассматривается движение пробных тел в гравитационном поле сферического невращающегося массивного тела. Согласно релятивистской теории тяготения это поле описывается решением Шварцшильда уравнений Эйнштейна. При помощи известных интегралов уравнений движения пробных тел выводятся интегралы уравнений отклонений, которые позволяют найти в квадратурах общее решение уравнений отклонений. Это позволяет по известному движению пробных тел исследовать обратную задачу об определении траектории всякого другого пробного тела, массы тела, создающего поле, и ориентацию собственного пространственного базиса, инерциально переносимого по этой траектории.

10 XII 1976. В. Ф. Фомин (Одесса) *Применение теории линейных представлений групп при исследовании динамической устойчивости упругих систем.*

Теория линейных представлений групп получила широкое применение при исследовании колебаний симметричных линейных упругих систем. В частности, показано, что частоты собственных колебаний распадаются на серии, нормальные формы которых в определенном смысле соответствуют неприводимым представлениям группы.

При помощи аппарата теории представлений можно показать, что в том случае, когда система вместе с пульсирующей нагрузкой, вызывающей параметрические колебания, симметрична, у нее возможны только основные и «внутрисерийные» комбинационные резонансы. В более общем случае, когда нагрузка соответствует одному или нескольким неприводимым представлениям группы симметрии, также возможен качественный анализ динамической устойчивости.

Кроме того, применение аппарата теории представлений значительно сокращает объем вычислительной работы.

17 XII 1976. В. М. Бородин (Казань) *Об одном приеме исследования устойчивости регулируемых систем.*

Рассматриваются автономные системы автоматического регулирования

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = C^T x$$

где A – гурвицева $n \times n$ -матрица с простыми собственными значениями, $\varphi(\sigma)$ – скалярная нелинейная функция, удовлетворяющая условию

$$0 \leq \sigma/\varphi(\sigma) \leq k, \quad 0 < k < \infty$$

Предлагается метод исследования устойчивости в целом и абсолютной устойчивости системы, примененный ранее к исследованию нелинейных импульсных систем.

С его помощью удастся, кроме того, аналитически получить оценку границы области притяжения системы при конкретной нелинейности $\varphi(\sigma)$ в виде

$$U = x^T P_0 x + \beta_0 \int_0^\sigma \varphi(\sigma) d\sigma = C$$

где P_0, β_0 – значения параметров функции Лурье, полученные из решения экстремальной задачи об отыскании наибольшего диапазона изменения σ ($-\hat{\sigma}_1 \leq \sigma \leq \hat{\sigma}_2$).

24 XII 1976. Ю. Г. Минкин (Ленинград) *Об одном обобщении дифференциальных вариационных принципов механики.*

Система из n точек представляется в виде $n+1$ вершинного графа. Базовая $(n+1)$ -я вершина соединяется с остальными дугами, отражающими инерционные свойства системы. Остальные дуги изображают взаимодействия между точками.

Каждой дуге ставится в соответствие параллельная (кинематическая) и последовательная (силовая) переменная. На графе формулируются два основных топологических закона (законы Кирхгофа).

Вводятся операторы Кирхгофа Λ_I и Λ_{II} для последовательных и параллельных переменных. Операторы Λ_I и Λ_{II} отображают последовательные и параллельные переменные во множество чисел или функций, подчиненных первому и второму топологическим законам.

Выводится вариационный принцип на графе

$$\sum \Lambda_I(Q_j) \delta[\Lambda_{II}(q_j)] = 0$$

где Q_j и q_j – множество последовательных и параллельных переменных дуг графа, а δ – оператор варьирования класса Λ_{II} .

Показано, что если Λ_I и Λ_{II} есть линейные операторы, то из вариационного утверждения на графе можно получить вариационную формулировку вида

$$\Sigma \Lambda_I(\mathbf{P}_i - m_i \mathbf{w}_i) \delta[\Lambda_{II}(r_i)] = 0$$

при условии, что $\Sigma \Lambda_I(R_i) \delta[\Lambda_{II}(r_i)] = 0$, где R_i — реакция связи в i -й точке.

Обсуждаются некоторые аспекты применения обобщенного вариационного принципа.

7 I 1977. Ю. М. Лоечко (Москва) *Некоторые вопросы управления движением механических систем.*

Методы неголономной механики применяются к механике управляемых движений. Основные задачи механики управляемых движений можно также рассматривать как обратные задачи динамики. Показано, что оба метода дают один и тот же результат, когда обратная задача решается в сочетании с требованием минимума принуждения по Гауссу.

Изучаются программные движения твердого тела с одной закрепленной точкой. Известные уравнения в лагранжевых переменных для программных движений твердого тела приведены к переменным Эйлера.

Рассмотрены движения твердого тела с обобщенной прецессией того или иного вектора (угловая скорость, кинетический момент, количество движения), когда соответствующий вектор должен находиться в определенной подвижной плоскости, проходящей через фиксированную прямую в теле и пространстве.

Впервые свойства этого класса движений тела были рассмотрены Гриоли, который записал условия существования таких движений. В работе эти условия выбраны в качестве программы управления. Затем строятся уравнения движения, определяется закон движения тела и закон изменения управляющих моментов, необходимых для реализации соответствующей программы управления.