9. *Трифонов В. П., Малинин Н. И.* О связи между напряжениями и деформациями для полимерных материалов, проявляющих свойства незатухающей памяти. В кн.: Прочность и разрушение твердых тел. Тр. Ин-та механики МГУ, 1975, № 37.
10. *Рейнер М.* Реология. М., «Наука», 1965.
11. *Малинин Н. И.* Ползучесть и релаксация полимеров в переходном состоянии. ПМТФ, 1961, № 1.
12. Разрушение (под ред. Г. Либовица), т. 7, ч. 2. М., «Мир», 1976.
13. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1974.
14. *Работнов Ю. Н., Паперник Л. Х., Степанычев Е. И.* Приложение нелинейной теории наследственности к описанию временных эффектов в полимерных материалах. Механика полимеров, 1971, № 1.
15. *Pearson K.* Tables of the incomplete beta-function. London, Biometric laboratory, 1934.
16. *Морс Ф. М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики, т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1958, стр. 122.

УДК 539.376

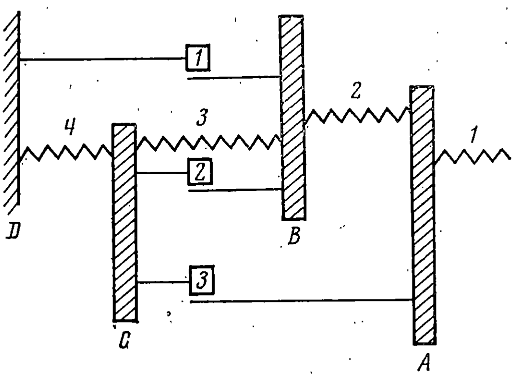
ОБ ОДНОЙ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЕРСО

Ю. И. КАДАШЕВИЧ, В. Н. КРАЧУН

(*Ленинград*)

В работе [1] изучались одномерные упругопластические модели с сухим трением, в частности, модели, составленные из параллельно и последовательно работающих элементов с сухим трением, а также так называемые смешанные группировки. Детальный анализ смешанных группировок позволил сделать общие выводы о характере развития деформации при знакопеременном нагружении.

Б. Персо, кроме того, привлек внимание к так называемым произвольным группировкам, которые, как видно из приведенных им примеров, имеют весьма специфические законы развития деформации. Несмотря на то, что сам Персо рассматривает свои предложения не более чем набросок, его подход заслуживает пристального внимания и обобщения. Персо показал, что если поведение одного элемента зависит не только от внешней нагрузки, но и от поведения других элементов, и элементы не могут быть объединены в параллельные или последовательные цепочки, то надо в каждом конкретном случае проводить детальный анализ модели. В работе приведен числовой расчет 7-элементной модели, показанной на фигуре. Модель состоит из четырех упругих элементов, подчиняющихся закону Гука, т. е. напряжения σ_k связаны с деформациями ε_k соотношением $\sigma_k = G_k\varepsilon_k$; G_k — модуль упругости элемента и трех идеально пластических элементов, пределы текучести которых обозначим через τ_1, τ_2, τ_3. Суммарное напряжение, действующее на модель, обозначим через σ.



Приведем анализ этого примера несколько с других позиций, чем это сделано в [1]. Не будем конкретизировать числовые значения всех входящих параметров, а выпишем условия равновесия на границах A, B, C, D

$$\pm\tau_1 = \sigma - G_4\varepsilon_4 \tag{1}$$

$$\pm\tau_3 = \sigma - G_2\varepsilon_2 \tag{2}$$

$$G_4\varepsilon_4 = G_3\varepsilon_3 \pm \tau_2 \pm \tau_3 \tag{3}$$

(условие на границе B есть следствие остальных уравнений и его выписывать не будем). Исключая из (3) τ_3, вместо (1)–(3) можно получить

$$\pm\tau_1 = \sigma - G_4\varepsilon_4 \tag{4}$$

$$\pm\tau_2 = -\sigma + G_2\varepsilon_2 - G_3\varepsilon_3 + G_4\varepsilon_4 \tag{5}$$

$$\pm\tau_3 = \sigma - G_2\varepsilon_2 \tag{6}$$

Обратим внимание на следующий существенный момент: если элемент τ_2 неподвижен, то деформация $\varepsilon_3=\mathrm{const}$, если неподвижен элемент τ_1, то $\varepsilon_3+\varepsilon_4=\mathrm{const}$, если неподвижен элемент τ_3, то $\varepsilon_2+\varepsilon_4=\mathrm{const}$.

Поэтому целесообразно ввести следующие новые переменные:

$$\varepsilon_3=-e^2,\quad \varepsilon_3+\varepsilon_4=e_1,\quad \varepsilon_2+\varepsilon_3=e_3$$

Тогда

$$\varepsilon_2=e_2+e_3,\quad \varepsilon_4=e_1+e_2 \tag{7}$$

а соотношения (4) – (6) примут вид

$$\begin{gathered} G_4e_1+G_4e_2+oe_3=\sigma\pm\tau_1 \\ G_4e_1+(G_2+G_3+G_4)e_2+G_2e_3=\sigma\pm\tau_2 \\ oe_1+G_2e_2+G_2e_3=\sigma\pm\tau_3. \end{gathered} \tag{8}$$

Такая интерпретация модели удобна тем, что анализ поведения модели становится очень простым. Если какой-либо элемент τ_k находится в состоянии течения, то в соответствующем уравнении (8) $\tau_k=\mathrm{const}$. Если же элемент τ_k неподвижен, то соответствующая деформация $e_k=\mathrm{const}$, а уравнение определяет значение усилия τ. Кроме того, такая запись четко показывает влияние величины пластических деформаций одних элементов на другие. Матрица коэффициентов оказывается симметричной. Естественным обобщением соотношений (8) на случай произвольного числа элементов будет соотношение вида

$$\sum_{k=1}^{n} B_{ke}e_k=\sigma\pm\tau_e$$

Именно такого рода соотношения были положены в основу теории пластичности [2]. Таким образом, модель Персо является иллюстрацией (для одномерного случая) некоторых вариантов теории пластичности, предложенной в [2]. (Вопрос об ограничениях, которые должны быть наложены на коэффициенты B_{ke}, в заметке не обсуждается.)

Поступила 20 II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Persoz B.* Modèles plasto-élastiques. Acta Rheolog., 1958, Bd 1, Nr 2–3.
2. *Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В.* Об учете микронапряжений в теории пластичности. Инж. ж. МТТ, 1968, № 3.

УДК 539.214; 539.374

ОБ ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ В ПОЛЕ ЛИНИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ, ОБРАЗОВАННОМ КРУГОВЫМИ ДУГАМИ

А. З. ЖУРАВЛЕВ, В. И. УРАЖДИН
(Ростов-на-Дону)

Получены зависимости, связывающие энерговыделение с параметрами поля линий скольжения и годографа скоростей.

При помощи преобразования Лапласа – Карсона выводится условие равновесия, выраженное через функцию Ломмеля. В [1] это условие получено с привлечением специально введенной функции ω.

В качестве примера рассматривается процесс плоского редуцирования в жесткой матрице.

1. Рассмотрим плоскую пластическую деформацию замкнутой области Q, состоящей из n подобластей Q_i. Обозначим через $[V_i]$ величину разрыва касательной составляющей скорости на линии разрыва скорости l_i $(i=1, 2,\ldots,n)$ в Q_i, причем l_i ограничивает область Q_i. В этом случае основное энергетическое уравнение для не-