

СИСТЕМА РАСЧЕТА АЭРОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С УЧЕТОМ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ОБТЕКАНИЯ

С. М. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ, В. И. МОРОЗОВ, В. В. НОВИЦКИЙ

(Москва)

Решающее значение для развития аэроавтоупругости — проблемы комплексного исследования упругого летательного аппарата, движущегося в сплошной среде, и его систем автоматического управления — имеет создание эффективной математической модели явления. Важно рационально построить методологию общего математического описания проблемы, обеспечив равноправность и сохранив специфику методов, развиваемых в базовых науках (аэродинамика, автоматика, теория упругости).

При совместном рассмотрении указанных вопросов возникает одна принципиальная трудность. Она вызвана тем, что аэродинамические характеристики при неустановившемся движении зависят от предистории обтекания, которая определяется всеми законами движений, деформаций и т. д. Памятью, в которой хранится все это, является аэродинамический след, образующийся на поверхности тела и за ним.

С другой стороны, движение летательного аппарата, деформации его поверхности определяются и аэродинамическими нагрузками. В общем случае, строго говоря, все задачи аэродинамики, динамики полета, теории упругости, управления необходимо решать совместно, последовательно во времени определяя аэродинамические нагрузки, деформации, отклонения рулей.

Такой подход к проблеме делает ее практически необозримой. Линеаризация аэродинамической части проблемы и использование интегральных представлений типа свертки позволяет строго замкнуть общие уравнения [1, 2].

Летательный аппарат моделируется при помощи системы плоских базовых элементов, которые выбираются таким образом, чтобы соответствующие части поверхности аппарата были бы близки к ним [1, 2]. Считается, что деформации происходят по нормальям к базовым элементам, обтекание аппарата строится при помощи газодинамических особенностей, располагаемых на этих элементах, граничные условия сносятся на них и т. д. Основной вариант выбора базовых элементов показан на фиг. 1, где они выделены сплошными линиями.

Искомые перемещения аппроксимируются системой заданных функций от координат, в качестве которых целесообразно брать собственные формы колебаний аппарата. Тогда поведение упругого летательного аппарата в сплошной среде будет описываться системой линейных интегро-дифференциальных уравнений [1].

Воздействие сплошной среды (аэродинамических характеристик) эффективно рассчитывается на ЭЦВМ независимо [2]. Определение собственных форм и частот [3] также выделяется в отдельную задачу, которая может решаться на различных уровнях. Метод конечного элемента [4] позволяет реализовать на современных ЭЦВМ наиболее точную упругую схематизацию летательного аппарата.

Показано, как на основе этих исходных данных формируются точные (в рамках линейной схемы) уравнения аэроупругости. С их помощью могут быть решены многие практически важные задачи [3] с учетом нестационарности обтекания.

Изучаются два подхода: временной и частотный. Указан путь снижения числа уравнений, основанный на решении уравнений аэроупругости и получении переходных (или передаточных) функций летательного аппарата при входных сигналах по ветру и рулям. Данная математическая аэроупругая модель летательного аппарата полностью приспособлена к задачам синтеза систем автоматического управления [5].

Приводится пример решения задачи о продольном движении аппарата, в котором анализируется влияние нестационарности обтекания и упругости конструкции на изгибающий момент в корневом сечении крыла.

1. Общие уравнения. Рассматривается возмущенное движение упругого летательного аппарата относительно базового прямолинейного движения без крена и скольжения с постоянной скоростью u_0 . Вводятся две системы координат: инерциальная $oxyz$, совпадающая с главными центральными осями инерции летательного аппарата при невозмущенном движении, и связанная с аппаратом система координат $o_1x_1y_1z_1$. Конструкция аппарата предполагается идеально упругой.

Вектор перемещений η произвольной точки конструкции включает в себя перемещение η_0 , обусловленное движением связанной системы координат относительно инерциальной, и упругое перемещение r относительно связанных осей

$$\eta = \eta_0 + r \quad (1.1)$$

Все перемещения предполагаются малыми по сравнению с характерным линейным размером аппарата (хордой крыла b). Изменение моментов инерции летательного аппарата относительно связанных осей координат за счет упругих перемещений r не учитывается.

При формировании уравнений аэроупругости используется метод заданных форм, основанный на аппроксимации искомых перемещений η известными функциями координат $F_k^0(x, y, z)$ и $F_k^1(x, y, z)$ соответственно для η_0 и r

$$\eta = \sum_{k=1}^6 F_k^0 q_k^0 + \sum_{k=1}^N F_k^1 q_k \quad (1.2)$$

Неизвестные функции времени $q_k^0(t)$ и $q_k(t)$ определяются в процессе решения уравнений аэроупругости.

С учетом (1.2) уравнения возмущенного движения упругого летательного аппарата записываются в форме

$$\sum_{k=1}^6 M_{kn}^0 q_k^0 + \sum_{k=1}^N M_{kn}^1 q_k = P_n^0 \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (1.3)$$

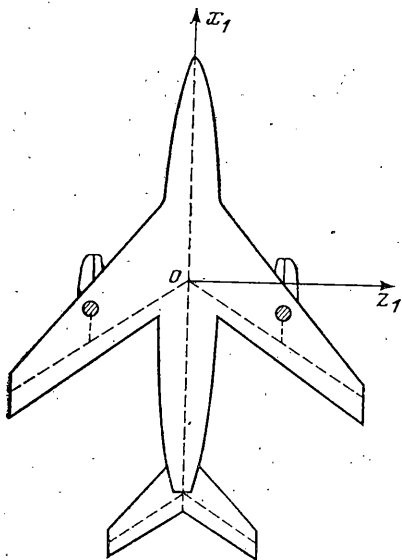
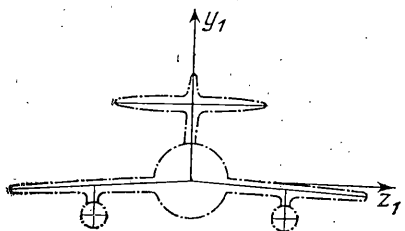
$$\sum_{k=1}^6 M_{kl}^1 q_k^0 + \sum_{k=1}^N M_{kl} q_k +$$

$$+ \sum K_{kl} q_k = P_l \quad (l=1, 2, \dots, N)$$

Коэффициенты M_{kn}^0 , M_{kn}^1 , M_{kl}^1 , M_{kl} , K_{kl} характеризуют распределение масс и упругие свойства конструкции

аппарата и определяются независимо в системе расчета упругомассовых характеристик (см. схему). Обобщенные аэроупругие силы P_n^0 и P_l являются функциями кинематических параметров q_k^0 , q_k и времени

$$P_n^0 = \int_B F_n^0(x, y, z) \Delta p(x, y, z, t, q_k^0, q_k) dS$$



Фиг. 1

$$P_i = \int_S F_i^A(x, y, z) \Delta p(x, y, z, t, q_k^\circ, \dot{q}_k) dS \quad (1.4)$$

Распределенная по поверхности S летательного аппарата нагрузка $\Delta p(x, y, z, t, q_k^\circ, \dot{q}_k)$ определяется в системе расчета аэродинамических характеристик.

Первые шесть уравнений системы (1.3) описывают в основном движение летательного аппарата как твердого тела. Последующие N уравнений — упругие перемещения его конструкции. Такое разделение является важным для решения ряда прикладных задач (динамика полета, флаттер и др.) и предусмотрено в расчетной системе, рассматриваемой ниже.

В задачах аэроупругости целесообразно выбирать в качестве связанных осей $o_1x_1y_1z_1$ главные оси инерции упругого аппарата, характеризующие его движение как твердого тела, а в качестве $F_k^A(x, y, z)$ — функции, описывающие собственные формы колебаний аппарата в пустоте. При этом левые части уравнений (1.3) упрощаются

$$M_n^\circ \ddot{q}_n = P_n^\circ \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad M_l (q_l^{\circ\circ} + \Omega_l^2 q_l) = P_l \quad (l=1, 2, \dots, N) \quad (1.5)$$

Обобщенные массы M_n° и обобщенные силы P_n° определяют движение аппарата как твердого тела и включают в себя

$$M_n^\circ \in \{m, I_x, I_y, I_z\}, \quad P_n^\circ \in \{X, Y, Z, M_x, M_y, M_z\} \quad (1.6)$$

Здесь m — масса аппарата; I_x, I_y, I_z — моменты инерции относительно связанных осей; X — сила сопротивления; Y — подъемная сила; Z — боковая сила; M_x, M_y, M_z — составляющие суммарного момента аэродинамических сил. Частоты собственных колебаний Ω_l в (1.5) определяются в системе расчета упругомассовых характеристик.

Вместо параметров q_n° в задачах динамики полета используются параметры ε_n°

$$\varepsilon_1^\circ = \alpha, \quad \varepsilon_2^\circ = \beta, \quad \varepsilon_3^\circ = \Omega_x, \quad \varepsilon_4^\circ = \Omega_y, \quad \varepsilon_5^\circ = \Omega_z \quad (1.7)$$

Здесь α, β — углы атаки и скольжения; $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ — угловые скорости вращения аппарата как твердого тела относительно инерциальной системы отсчета.

Имеют место зависимости

$$\alpha = q_6^\circ - \frac{1}{u_0} q_2^\circ, \quad \beta = q_5^\circ + \frac{1}{u_0} q_3^\circ, \quad \Omega_x = q_4^\circ, \quad \Omega_y = q_5^\circ, \quad \Omega_z = q_6^\circ \quad (1.8)$$

Многие исследования проводятся без учета изменения скорости полета летательного аппарата

$$u_1 = q_1^\circ = 0 \quad (1.9)$$

С учетом (1.7) — (1.9) уравнения возмущенного движения упругого летательного аппарата (1.5) принимают вид

$$m u_0 (-\alpha + \Omega_z) = Y, \quad m u_0 (\beta - \Omega_y) = Z \\ I_x \Omega_x^\circ = M_x, \quad I_y \Omega_y^\circ = M_y, \quad I_z \Omega_z^\circ = M_z, \quad M_l (q_l^{\circ\circ} + \Omega_l^2 q_l) = P_l \quad (l=1, 2, \dots, N)$$

2. Обобщенные аэродинамические силы. Аэродинамическая нагрузка Δp (разность безразмерных давлений на сторонах элемента) в линейной постановке представляется в виде суммы составляющих по кинематическим параметрам ε_j [2]:

$$\Delta p = \sum_{j=1}^{N_\varepsilon} \Delta p_{\varepsilon_j} \quad (2.1)$$

Полная совокупность кинематических параметров ε_j определяется следующим образом:

$$\varepsilon_j \in \{\varepsilon_n^\circ, q_l, \dot{q}_l, \delta_v, \dot{\delta}_v, \Delta_\mu\} \quad (n=1, 2, 3, 4, 5; l=1, 2, \dots, N; v=1, 2, \dots, N_v; \mu=1, 2, \dots, N_\mu) \quad (2.2)$$

Здесь δ_v — углы отклонения рулевых поверхностей, Δ_μ — кинематические параметры порывов в атмосфере. Скорости ветра (турбулентной атмосферы) W представляются в виде

$$\frac{W}{u_0} = \sum_{\mu=1}^{N_\mu} w_\mu(x, y, z) \Delta_\mu(t)$$

где $w_\mu(x, y, z)$ — известные функции координат.

В системе расчета аэродинамических характеристик определяются переходные функции $H_{\Delta p^{ej}}(t)$ при ступенчатом законе изменения параметра ε_j , а также стационарные аэродинамические производные Δp^{ej} :

$$H_{\Delta p^{ej}}(t) = \Delta p^{ej} + I_{\Delta p^{ej}}(t)$$

где $I_{\Delta p^{ej}}(t)$ — нестационарные части соответствующих переходных функций.

Составляющие аэродинамической нагрузки Δp_e^j в (2.1) при произвольном изменении по времени параметра ε_j определяются при помощи точных в рамках линейной теории интегральных представлений

$$\Delta p_{e_j} = \Delta p^{ej} \varepsilon_j + \int_0^t I_{\Delta p^{ej}}(\tau) \varepsilon_j(t-\tau) d\tau \quad (2.3)$$

Эта формула дает явное выражение аэродинамической нагрузки Δp_e с учетом всей предыстории изменения параметра ε_j .

Для обобщенной по форме $F(x, y, z)$ аэродинамической силы P в интегральном представлении типа (2.3) используются обобщенные функции $I_P^{ej}(t)$, определяемые с учетом (1.4) по формуле

$$I_P^{ej}(t) = \sum_{m=1}^{N_m} \int_{S_m} F_n(x, y, z) I_{\Delta p^{ej}}(x, y, z, t) dS_m \quad (2.4)$$

В (2.4) интегрирование ведется по односторонней поверхности S_m базового элемента m , N_m — число плоских базовых элементов аппарата, $F_n(x, y, z)$ — функция координат, соответствующая перемещению точки поверхности аппарата по нормали к базовому элементу.

Эффективный расчет обобщенных передаточных аэродинамических функций $\Phi_P^{ej}(i\omega)$ при произвольной частоте ω осуществляется следующим образом:

$$\Phi_P^{ej}(i\omega) = P^{ej}(\omega) + i\omega P^{ej'}(\omega), \quad P^{ej'}(\omega) = \int_0^\infty I_P^{ej}(\tau) \cos \omega \tau d\tau$$

$$P^{ej}(\omega) = P^{ej}(0) + \omega \int_0^\infty I_P^{ej}(\tau) \sin \omega \tau d\tau \quad (2.5)$$

3. Расчет аэроупругих характеристик. Уравнения (1.5) совместно с интегральными представлениями для аэродинамических характеристик (2.3) полностью описывают возмущенное движение упругого летательного аппарата. Определение параметров возмущенного движения сводится

к решению большой системы интегро-дифференциальных уравнений

$$M_n^{\circ} q_n^{\circ} = P_n^{\circ} \quad (n=2, 3, 4, 5, 6), \quad P_n^{\circ} = \sum_{j=1}^{N_{\varepsilon}} \left[P_n^{\circ \varepsilon_j} \varepsilon_j + \int_0^t I_{P_n^{\circ}}^{\varepsilon_j}(\tau) \varepsilon_j^*(t-\tau) d\tau \right] \quad (3.1)$$

$$M_l(q_l^{\circ} + \Omega_l^2 q_l) = P_l \quad (l=1, 2, \dots, N), \quad P_l = \sum_{j=1}^{N_{\varepsilon}} \left[P_l^{\varepsilon_j} \varepsilon_j + \int_0^t I_{P_l^{\varepsilon_j}}(\tau) \varepsilon_j^*(t-\tau) d\tau \right]$$

Особенность системы уравнений (3.1) заключается в том, что в ней учитываются не только зависимости от мгновенного состояния летательного аппарата, но и влияние предыстории процесса. Последнее описывается интегральными членами в (3.1).

Формирование и решение уравнений (3.1) при наличии различных воздействий (рули, ветер), произвольно меняющихся во времени, является весьма трудоемкой задачей. Более рациональным является исследование аэроупругих свойств аппарата при ступенчатом (гармоническом) воздействии с последующим применением к результатам решения интеграла Дюамеля (Фурье). В качестве входных параметров ε_k^* принимаются параметры, характеризующие отклонения рулевых поверхностей, порывы ветра, поток за ударной волной

$$\varepsilon_k^* \in \{\delta_v, \delta_v^*, \Delta_{\mu}\} \quad (v=1, 2, \dots, N_v; \mu=1, 2, \dots, N_{\mu}; k=1, 2, \dots, N^*) \quad (3.2)$$

При изменении параметра ε_k^* по ступенчатому закону уравнения аэроупругости формируются и записываются во временной форме

$$M_n^{\circ} q_n^{\circ} = P_n^{\circ} \quad (n=2, 3, 4, 5, 6)$$

$$P_n^{\circ} = \sum_{j=1}^{5+2N} \left[P_n^{\circ \varepsilon_j} \varepsilon_j + \int_0^t I_{P_n^{\circ}}^{\varepsilon_j}(\tau) \varepsilon_j^*(t-\tau) d\tau \right] + P_n^{\circ \varepsilon_k^*} + I_{P_n^{\circ}}^{\varepsilon_k^*}(t)$$

$$M_l(q_l^{\circ} + \Omega_l^2 q_l) = P_l \quad (l=1, 2, \dots, N) \quad (3.3)$$

$$P_l = \sum_{j=1}^{5+2N} \left[P_l^{\varepsilon_j} \varepsilon_j + \int_0^t I_{P_l^{\varepsilon_j}}(\tau) \varepsilon_j^*(t-\tau) d\tau \right] + P_l^{\varepsilon_k^*} + I_{P_l^{\varepsilon_k^*}}(t)$$

Для гармонических зависимостей параметра ε_k^* от времени с учетом (2.5) уравнения аэроупругости представляются в виде системы алгебраических уравнений, записанных в частотной форме

$$-M_n^{\circ} \omega^2 q_n^{\circ} = P_n^{\circ}(i\omega) \quad (n=2, 3, 4, 5, 6)$$

$$P_n^{\circ}(i\omega) = \sum_{j=1}^{5+2N} \Phi_{P_n^{\circ}}^{\varepsilon_j}(i\omega) + P_n^{\circ \varepsilon_k^*}(\omega) + i\omega P_n^{\circ \varepsilon_k^{**}}(\omega)$$

$$M_l(\Omega_l^2 - \omega^2) q_l = P_l(i\omega) \quad (l=1, 2, \dots, N) \quad (3.4)$$

$$P_l(i\omega) = \sum_{j=1}^{5+2N} \Phi_{P_l^{\varepsilon_j}}^{\varepsilon_j}(i\omega) + P_l^{\varepsilon_k^*}(\omega) + i\omega P_l^{\varepsilon_k^{**}}(\omega)$$

В результате решения систем уравнений (3.3) и (3.4) определяются соответственно переходные и передаточные функции для параметров движения q_n° , q_l и суммарных аэроупругих сил P_n° , P_l при воздействии ε_k^* .

С использованием этих характеристик получают более простые по сравнению с полной системой (3.1) соотношения для определения параметров движения летательного аппарата.

При произвольных зависимостях ε_k^* от времени уравнения для определения q_n° , q_l записываются в следующем виде:

$$M_n^\circ q_n^{\circ**} = \sum_{k=1}^{N^*} \int_0^t H_{P_n^\circ}^{\varepsilon_k^*}(\tau) \varepsilon_k^{**}(t-\tau) d\tau \quad (n=2, 3, 4, 5, 6) \quad (3.5)$$

$$M_l(q_l^{**} + \Omega_l^2 q_l) = \sum_{k=1}^{N^*} \int_0^t H_{P_l}^{\varepsilon_k^*}(\tau) \varepsilon_k^{**}(t-\tau) d\tau \quad (l=1, 2, \dots, N)$$

где $H_{P_n^\circ}^{\varepsilon_k^*}(t)$, $H_{P_l}^{\varepsilon_k^*}(t)$ — переходные функции результирующих аэродинамических сил при изменении возмущающего параметра из совокупности (3.2) по ступенчатому закону.

Ниже приведено число интегральных представлений в правой части систем уравнений (3.1) и (3.5) при наличии двух рулевых поверхностей ($N_v=2$) и воздействия ветра ($N_w=1$) в зависимости от числа N учитываемых упругих тонов.

N	0	2	4	6	8
(3.1)	50	98	162	242	338
(3.5)	25	35	45	55	65

Следует отметить, что в некоторых приложениях кинематические параметры q_n° и q_l удобнее определять не из (3.5), а непосредственно через соответствующие переходные функции

$$q_n^\circ = \sum_{k=1}^{N^*} \int_0^t H_{q_n^\circ}^{\varepsilon_k^*}(\tau) \varepsilon_k^{**}(t-\tau) d\tau \quad (n=2, 3, 4, 5, 6) \quad (3.6)$$

$$q_l = \sum_{k=1}^{N^*} \int_0^t H_{q_l}^{\varepsilon_k^*}(\tau) \varepsilon_k^{**}(t-\tau) d\tau \quad (l=1, 2, \dots, N)$$

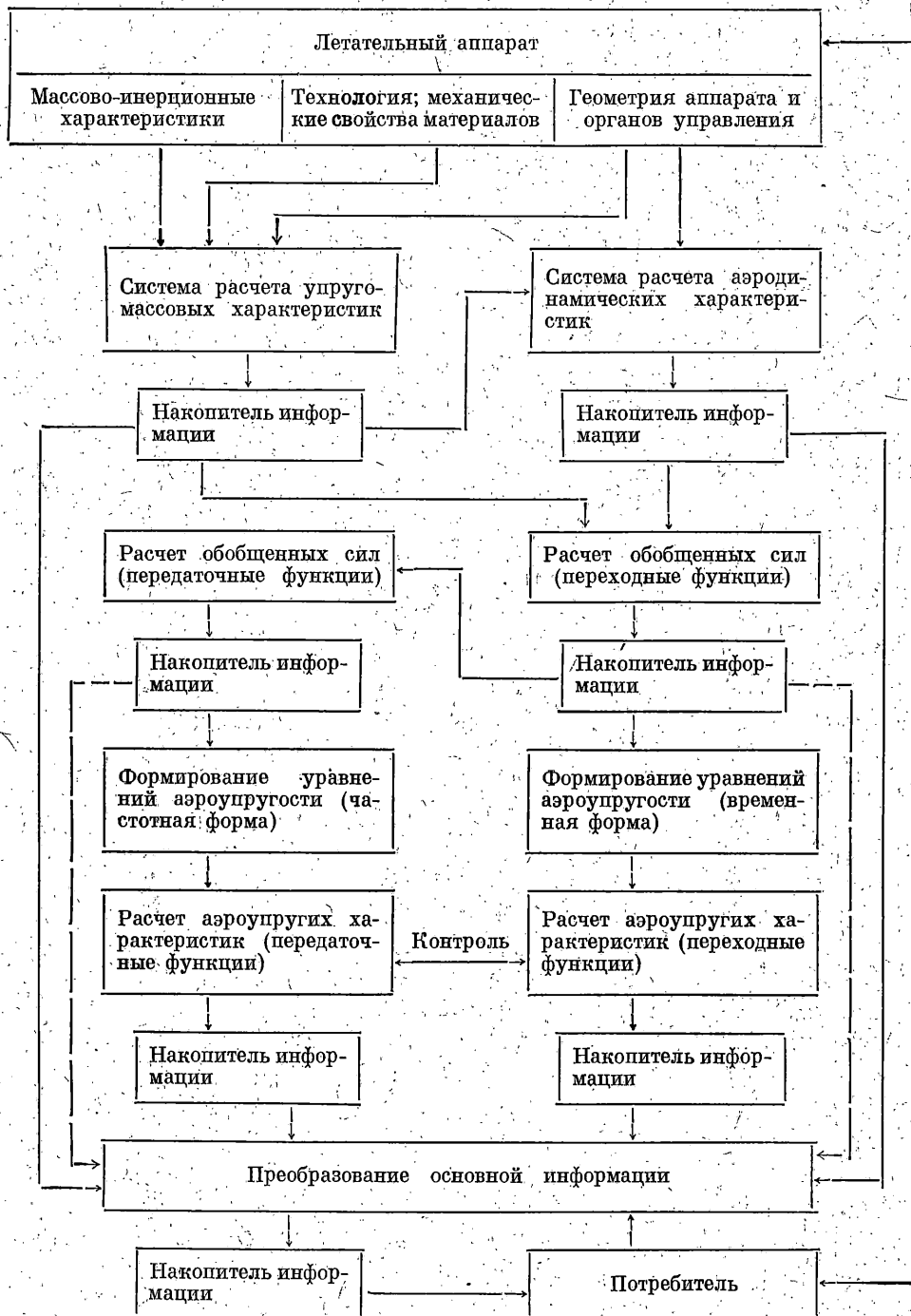
Соотношения (3.6), так же как и (3.5), являются более простыми с вычислительной точки зрения по сравнению с исходной системой интегродифференциальных уравнений (3.1).

Рассмотренные выше методы формирования и решения уравнений аэроупругости реализованы в системе расчета аэроупругих характеристик летательного аппарата (см. схему).

Обмен информацией между блоками системы осуществляется при помощи специальных накопителей. Сплошными линиями на схеме показан более экономный путь получения аэроупругих характеристик, пунктирными — при помощи уравнений (3.1).

Назначением блока преобразования основной информации является расчет дополнительных аэроупругих характеристик, которые требуются потребителю (перегрузки, усиления в сечениях и т. д.).

При разработке указанной системы четко выдерживался принцип разделения функциональных обязанностей между специалистами. Например, потребитель может не вникать в методы определения аэродинамических и упругомассовых характеристик, а быть специалистом по синтезу систем автоматического управления.



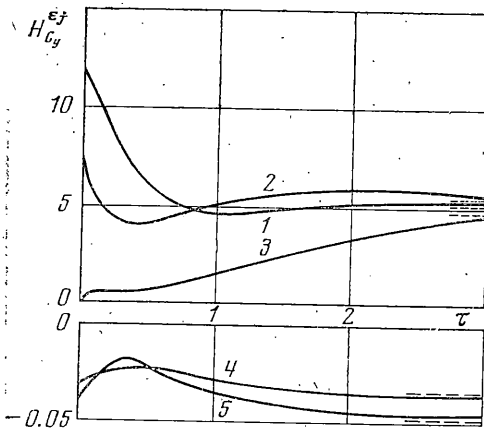
4. Пример. Рассматривается продольное короткопериодическое движение тяжелого самолета на высоте $H=1000$ м при числе Маха $M=0.5$. Используется пространственная схематизация летательного аппарата в аэродинамическом расчете (сплошные линии на фиг. 1) и балочная при расчете упругомассовых характеристик (пунктирные линии). Учитываются первые три тона упругих колебаний ($N=3$), обусловленные изгибом и кручением крыла и горизонтального оперения и изгибом фюзеляжа. Возмущение задается в виде мгновенного охвата самолета нестационарным ступенчатым порывом.

При решении интегро-дифференциальных уравнений используется метод аппроксимации нестационарных составляющих линейными комбинациями двух показательных функций [6]:

$$I_{P^{ej}}(t) = c_1^{ej} e^{-k_1 t} + c_2^{ej} e^{-k_2 t}$$

Использование представлений (4.1), где c_1^{ej} , c_2^{ej} , k_1 , k_2 — постоянные коэффициенты, позволяет перейти от интегро-дифференциальных уравнений аэроупругости к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

На фиг. 2 представлены переходные аэродинамические функции для коэффициента подъемной силы C_y по безразмерному времени $\tau = u_0 t / b$ (кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют следующим кинематическим параметрам ε_j : α , ω_z , Δy , q_1 , q_1'). Значения аэродинамических производных C_y^{ej} на фиг. 2 показаны пунктиром.



Фиг. 2

В ряде случаев при расчете аэродинамических характеристик наряду с точным используются и приближенные подходы. Один из них (гипотеза стационарности) основан на стационарной постановке задачи, когда из совокупности (2.2) исключены параметры q_i' и δ_v . Без учета нестационарных членов из (2.3) получаем

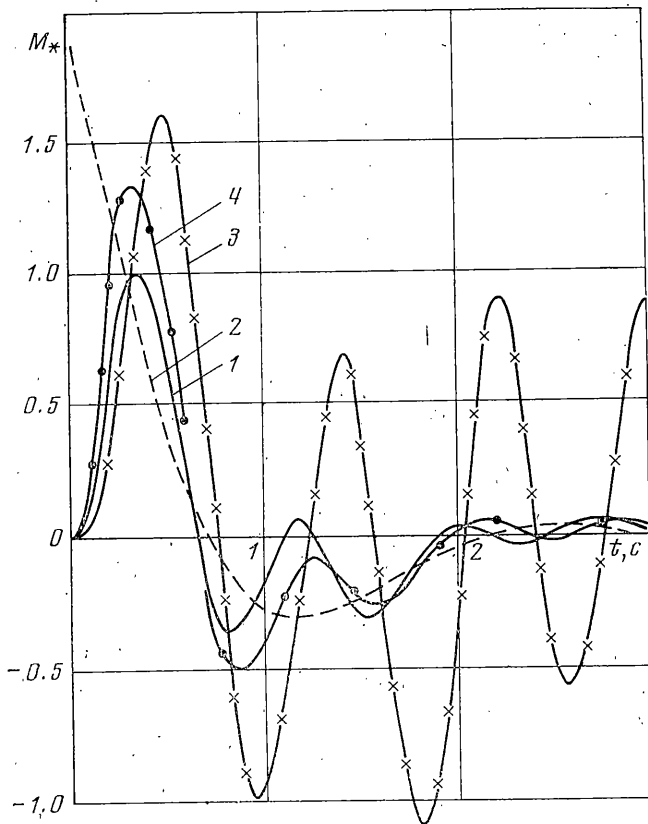
$$\Delta p_{\varepsilon_j} = \Delta p^{\varepsilon_j} \varepsilon_j, \quad \varepsilon_j \in \{\varepsilon_n, q_i, \delta_v, \Delta_\mu\}$$

Второй подход (гипотеза квазистационарности) использует аналогичное упрощение в формуле (2.3), но для полной совокупности (2.2). Тогда для аэродинамических нагрузок, обусловленных упругими перемещениями и отклонениями рулей, получаются иные выражения

$$\Delta p_{q_i} = \Delta p^{q_i} q_i + \Delta p^{q_i'} q_i', \quad \Delta p_{\delta_v} = \Delta p^{\delta_v} \delta_v + \Delta p^{\delta_v'} \delta_v'$$

На фиг. 3 представлена одна из аэроупругих характеристик летательного аппарата — изгибающий момент, действующий на крыло в сечении $x_1=0$ (фиг. 1). Указанная величина отнесена к ее максимальному значению, вычисленному по точной теории (упругий самолет, нестационарная аэродинамика — кривая 1).

Изучается влияние упругости конструкции (жесткий самолет, нестационарная аэродинамика — кривая 2) и нестационарности обтекания (упругий самолет, гипотеза стационарности — кривая 3; гипотеза квазистационарности — кривая 4).



Фиг. 3

Как видно из фиг. 3, величина изгибающего момента, определяемая без учета упругости конструкции, значительно завышена в начале переходного процесса и имеет более быстрое затухание во времени по сравнению с точным.

Процесс изменения величины изгибающего момента, определяемый по гипотезе стационарности, носит колебательный характер со значительно большими амплитудами и значительно меньшим затуханием в сравнении с точным решением. Применение гипотезы квазистационарности улучшает результаты расчетов.

Поступила 25 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М. Математическая модель линейной нестационарной аэроупругости. Докл. АН СССР, 1972, т. 207, № 3.
2. Белоцерковский С. М. Математическая модель летательного аппарата для исследования нестационарных аэродинамических характеристик. ПММ, 1975, т. 39, вып. 5.
3. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х., Халфман Р. Л. Аэроупругость. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
4. Современные методы расчета сложных статически неопределимых систем. Сб. статей. (Под ред. А. П. Филина.) Л., Судпромгиз, 1961.
5. Красовский А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М., «Наука», 1973.
6. Белоцерковский С. М., Кочетков Ю. А., Томшин В. К. Динамика движения тела при учете нестационарности обтекания. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 3.