

## ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР. СЕМИНАРЫ

Семинар по механике систем твердых тел и гироскопов под руководством А. Ю. Ишлинского, Д. М. Климова, Е. А. Деянина.

20 IX 1976. С. А. Уфимцев (Челябинск) *Исследование нелинейных колебаний механических систем с неаналитической характеристикой нелинейности методом Г. В. Каменкова.*

Для квазилинейных систем с неаналитической характеристикой нелинейности предложен алгоритм построения приближенных решений, близких к многочастотному колебательному режиму порождающей системы. Показывается асимптотический характер получаемых таким способом приближенных решений.

В основе исследования лежит метод функций Ляпунова, разработанный Г. В. Каменковым и соответствующим образом модифицированный, с целью возможности его применения для нелинейностей неаналитического вида. Применение этого метода обобщает результаты метода Ляпунова — Пуанкаре, так как дает условие существования колебательных решений и в случае кратности корней определяющей системы уравнений. В качестве иллюстраций рассматриваются колебания механической системы с ломаной характеристикой нелинейности.

20 IX 1976. Р. Е. Гинзбург, С. А. Уфимцев (Челябинск) *Метод Г. В. Каменкова для исследования колебательных процессов нелинейных систем со многими степенями свободы и медленно меняющимися параметрами.*

Для квазилинейных систем с медленно меняющимися параметрами рассматривается применение метода Г. В. Каменкова при построении приближенных решений, близких в общем случае к быстрозатухающим колебательным, когда характеристическое уравнение порождающей системы имеет, кроме нулевых и чисто мнимых, корни с отрицательными вещественными частями.

В основу исследования положено применение идей Ю. А. Митропольского и Е. П. Попова, использованных ими при обобщении асимптотического метода Крылова — Боголюбова, применительно к методу Г. В. Каменкова.

В качестве примера рассматривается нелинейная механическая система при наличии значительного момента трения.

27 IX 1976. В. А. Соболев, В. В. Стрыгин (Куйбышев) *Метод интегральных многообразий в задаче о приемлемости решения прецессионных уравнений гироскопических систем.*

Предлагается использовать метод интегральных многообразий Боголюбова — Митропольского для анализа широкого класса гироскопических систем. Этот анализ позволяет установить следующее: 1. Гироскопические системы имеют инвариантные поверхности, состоящие из траекторий, на которых осуществляются медленные движения. Уравнения, описывающие движение по поверхности, близки к прецессионным. Траектории всей системы по экспоненте приближаются к поверхности медленных движений. 2. Доказывается, что из устойчивости положения равновесия прецессионного уравнения вытекает устойчивость положения равновесия полной гироскопической системы. В ряде случаев можно строить уравнения, описывающие процесс медленных движений даже в случае, когда матрица гироскопических сил вырождена.

11 X 1976. Е. Л. Смирнов (Ленинград) *Некоторые вопросы механики комбинированных чувствительных элементов, построенных на динамически настраиваемых гироскопах.*

На основе системы дифференциальных уравнений обобщенной модели динамически настраиваемого гироскопа рассматривается в сравнительном плане возможность использования нескольких типов динамически настраиваемых гироскопов, которые могут быть одновременно использованы как для целей измерения угловых скоростей, так и линейных ускорений.

Выявляется ряд трудностей, возникающих при решении упомянутой задачи. Обосновываются пути преодоления некоторых трудностей. Особое внимание уделяется учету влияния линейных деформаций подвеса, что имеет большое значение при работе чувствительного элемента в условиях больших перегрузок. Намечаются некоторые направления в решении задачи одновременного измерения угловых скоростей и линейных ускорений.

18 X 1976. Ю. Б. Власов, Л. А. Северов (Ленинград) *Принципы построения и модель ошибок комбинированного роторного вибрационного гироскопа.*

Рассматриваются возможные схемы построения двумерного измерителя абсолютных угловых скоростей и линейных ускорений основания на базе однороторных вибрационных гироскопов и его основные характеристики. На основе полных уравнений движения анализируется возможность разделения информации об угловой скорости и линейном ускорении, определяются основные погрешности прибора на подвижном основании по каналу измерения ускорений от параметров прибора и даются рекомендации по выбору последних. Получены требования к точности изготовления и настройки элементов и узлов прибора, а также к точности сохранения значений параметров в процессе эксплуатации.

18 X 1976. Ю. Б. Власов, Л. А. Северов (Ленинград) *Некоторые вопросы применения комбинированных роторных вибрационных гироскопов в системах стабилизации и ориентирования.*

Рассматривается специфика систем стабилизации и самоориентирования с применением комбинированных роторных вибрационных гироскопов. Анализируются принципы их построения. Приводятся уравнения движения, передаточные функции, структурные схемы.

Сформулирована и решена задача синтеза оптимальных линейных регуляторов для систем стабилизации и самоориентирования в плоскости горизонта и меридиана. Исследованы наиболее характерные ошибки систем стабилизации и самоориентирования на неподвижном и подвижном основании.

25 X 1976. В. И. Бабицкий (Москва) *Метод интегральных уравнений в теории виброударных систем.*

Для описания периодического виброударного взаимодействия механических систем общего вида используется нелинейное интегральное уравнение типа Гаммерштайна. На его основе получено представление периодических решений с помощью импульсно-частотных характеристик, отражающих линейные свойства соударяющихся систем. Показана грубость решений по отношению к различным гипотезам контактного взаимодействия. Проводится аналогия между двумя классами существенно нелинейных систем: виброударными и релейными.

Получено точное решение периодической задачи и предложена эффективная расчетная схема построения приближенных аналитических решений, описывающих основные и субгармонические резонансные режимы. Показана связь рассматриваемых представлений с решениями, получаемыми методом гармонической линеаризации. Осуществлено сравнение результатов приближенного и точного анализа ряда конкретных систем.

Предложенная аппроксимация решений применена также для рассмотрения квазирезонансных стохастических движений виброударных систем и использована для определения вероятности существования и длительности «стука об упоры» в виброзащитных системах.

25 X 1976. О. М. Городецкий (Москва) *Некоторые задачи динамики гироскопов с жидкостным подвесом.*

Рассматриваются задачи о движении гироскопов с цилиндрическими и сферическими гидродинамическими подвесами. Исследуется влияние внутренней вибрации гироскопов на поведение системы: поплавков и поддерживающая его жидкость. Приводятся формулы скоростей уходов. Для цилиндрического подвеса решается гидродинамическая задача с учетом инерционных членов. Указываются границы применимости квазистатического подхода в теории цилиндрического подвеса. Исследуется устойчивость цилиндрического подвеса вала, когда вал вращается двигателем ограниченной мощности.

1 XI 1976. В. В. Агафонов, В. П. Кутилин, В. В. Оболенский (Москва) *Определение толщины масляной пленки в шариковом подшипнике по резонансным частотам электродвигателя.*

Предложена формула для толщины масляной пленки в шариковом подшипнике, получаемая из сравнения резонансных частот вынужденных колебаний электродвигателя с вращающимся и неподвижным ротором. В основу расчета положена формула для подъемной силы смазочного слоя в контакте с плоскостью, полученная П. Л. Капицей.

15 XI 1976. Г. Г. Денисов (Горький) *Прецессионные движения свободного гироскопа под действием малых консервативных и неконсервативных моментов.*

Рассматриваются медленные движения быстровращающегося твердого тела, находящегося в среде с малым сопротивлением и под действием малых потенциальных моментов. Находятся условия затухания нутационных колебаний в системе координат, связанной с Землей, отыскиваются состояния равновесия и стационарные движения, исследуется их устойчивость. Потенциальная функция и функция, по которой определяются неконсервативные моменты, разлагаются в ряд по полиномам Лежандра: от косинуса угла между вертикалью и кинетическим моментом. Найдены условия устойчивости состояний равновесия и стационарных движений и зависимость этих условий от вида неконсервативных моментов и широты места. Показано, что имеются две равновесные ориентации оси гироскопа, близкие к полярным, а число стационарных движений определяется номером старшей гармоники разложения неконсервативного момента.

6 XII 1976. С. А. Агафонов (Москва) *К устойчивости корректируемого гироскопа.*

Рассматривается задача Я. Н. Ройтенберга о корректируемом гироскопе. В отличие от прецессионной постановки задачи, анализируются полные уравнения возмущенного движения. Для анализа асимптотической устойчивости этих уравнений строится функция Ляпунова. Полученные результаты сравниваются с результатами, вытекающими из прецессионных уравнений.

13 XII 1976. К. К. Глухарев, К. В. Фролов (Москва) *Идентификация и диагностика динамических систем.*

Изучаются условия корректно поставленной задачи идентификации о связи исходной экспериментальной информации с решением задачи — построением модели. Строятся энтропийные оценки объема и качества информации. Определяются свойства моделей с полной и неполной информацией. Строятся некоторые подходы к решению задачи о локализации «дефектов» в динамических системах. Рассматривается задача о планировании динамического эксперимента для целей идентификации и диагностики.

Приводятся решения ряда прикладных задач (о гидросистемах управления, типичных механических системах, биомеханики тела человека, вибродиагностики несбалансированных машин, упрощения математических моделей, механики управления процессом непрерывной разливки стали, модельные задачи и другие), иллюстрирующие применение теории.

Рассматриваются некоторые аспекты применения информационно-измерительных систем при автоматизации эксперимента.

Семинар по теории оптимального управления движением под руководством Ф. Л. Черноусько и Г. К. Пожарицкого.

7 VII 1976. Ж.-Л. Арман (Париж, Франция) *Об особенностях решения задачи оптимального распределения толщины профиля тонкого крыла при заданной скорости дивергенции.*

Рассматривается задача минимизации массы тонкого крыла при заданной скорости дивергенции. Управлением считается толщина крыла  $t$ , ограниченная снизу величиной  $t_0$ . Показано, что для достаточно малых значений  $t_0$  возникает множество стационарных решений, среди которых имеются такие, которые приводят к значительно уменьшению массы (при  $t_0 \rightarrow 0$  масса может быть сделана как угодно малой). Однако только для одного из стационарных решений заданная скорость дивергенции является наименьшим собственным числом соответствующей краевой задачи. Это оптимальное решение выделяется путем применения необходимого условия Якоби. При  $t_0 = 0$  ему соответствует экономия массы  $\approx 18\%$  по сравнению с крылом постоянной толщины.

16 IX 1976. В. А. Джупанов (София, НРБ) *Устойчивость круглоцилиндрического стержня под водой.*

Рассматривается вертикальный консольный стержень круглоцилиндрической формы, находящийся в идеальной несжимаемой жидкости и нагруженный в верхнем конце сжимающей тангенциально-сдвигающей силой. Жесткость стержня предполагается

ся известной, а его длина равна глубине слоя жидкости, в которую он погружен. Решается задача об устойчивости с учетом динамического взаимодействия стержня с жидкостью. Для решения полной контактной задачи (сопряжения движения жидкости с движением стержня) используется метод Л. С. Лейбензона. Влияние жидкости проявляется гидродинамическим давлением на поверхность стержня. Показано, что жидкость демпфирует колебания, повышая тем самым критическую силу.

23 IX 1976. В. М. Картвелишвили (Москва) Численное решение некоторых вариационных задач для упругих и пластических сред.

Построены экономичные разностно-квадратурные аппроксимации и исследованы вопросы сходимости вариационно-разностного метода локальных вариаций в задачах на экстремум для интегральных функционалов при наличии ограничений. С использованием вариационного подхода и метода локальных вариаций численно решен ряд задач для деформируемой среды: контактная задача теории упругости, задача упруго-пластического кручения при наличии концентратора напряжений, осесимметричная упруго-пластическая контактная задача.

30 IX 1976. Л. Д. Акуленко (Москва) Построение приближенного синтеза управления для некоторых задач оптимального быстрогодействия, близких к сферически симметричным.

Изложен аналитический метод построения синтеза управления для некоторых возмущенных задач оптимального быстрогодействия при помощи управлений, ограниченных гиперсферой. Минимальное значение функционала и оптимальное управление находятся с помощью приближенного решения соответствующей задачи Коши для уравнения Беллмана, которое строится с помощью разложения по степеням малого параметра. Этим методом исследована в первом приближении возмущенная задача наискорейшего торможения твердого тела, близкого к сферически симметричному, с учетом сил вязкого трения.

7 X 1976. Н. Н. Болотник (Москва) Оптимизация некоторых амортизационных систем.

Рассматривается механическая система, представляющая собой твердое тело, расположенное в движущемся корпусе на амортизационном устройстве. Для систем, совершающих поступательные и крутильные колебания, решаются в различных постановках задачи нахождения оптимальных характеристик амортизаторов, обеспечивающих минимальную перегрузку, испытываемую телом, при ограниченном отклонении. При этом рассматриваются случаи, когда внешнее возмущение (ускорение корпуса или приложенная к нему сила) задано и когда известна лишь класс возможных возмущений.

Рассматривается задача выбора параметров линейной колебательной системы, максимизирующих степень ее устойчивости, что соответствует наискорейшему затуханию свободных колебаний. Доказана ограниченность степени устойчивости. Получены необходимые и достаточные условия достижения верхней границы, из которых вытекает алгоритм нахождения оптимальных параметров. Для систем с двумя и тремя степенями свободы получены значения оптимальных параметров и соответствующие значения степени устойчивости.

19 X 1976. Р. Ключе (Берлин, ГДР). Итерационные методы для решения задач идентификации.

Дан обзор работ по численным итерационным методам решения задач идентификации, ведущихся в Центральном институте математики и механики АН ГДР. Рассмотрены задачи о нахождении переменных коэффициентов уравнений с частными производными по результатам эксперимента. Для решения таких задач предложен итерационный процесс, основанный на градиентной схеме. Обсуждаются вопросы сходимости. Рассмотрен ряд конкретных приложений полученных результатов.

21 X 1976. П. В. Алявдин (Минск) Задачи оптимального управления жесткостью балок и плит на упругом основании.

Рассмотрена игровая задача оптимизации нелинейно-упругих балок и плит, лежащих на слое конечной толщины. Использован гарантированный критерий жесткости, заключающийся в минимизации максимальных прогибов конструкции при наиболее невыгодных нагружениях. Для решения задачи предложен метод последовательных приближений. Исследовано влияние на оптимальное решение различ-

ных ограничений, наложенных на управляющую переменную, в качестве которой принята жесткость поперечного сечения конструкции при изгибе. Приведены результаты расчетов конкретных конструкций при одном и нескольких нагружениях.

28 X 1976. **Н. В. Баничук** (Москва) *Об оптимальных формах отверстий в упругих пластинах, работающих на растяжение и изгиб.*

Исследуются минимаксные задачи оптимизации с локальным критерием качества, возникающие при отыскании форм отверстий в упругих пластинах, вызывающих концентрацию напряжений. Форма контура отверстия  $\Gamma$  играет роль управляющей функции, а в качестве «локального» функционала принимается величина интенсивности касательных напряжений  $F(\sigma_{ij})$  (величина второго инварианта девиатора тензора напряжений).

Рассматривается плоская задача теории упругости о растяжении пластинки с  $n$  отверстиями. Используя свойства гармонических функций, показывается, что максимальное значение  $F$  на  $\Gamma$  минимально для равнонапряженных контуров. Доказывается также, что в случае равнонапряженных контуров максимальное значение  $F$  достигается на контуре  $\Gamma$ . На основании установленных свойств делается вывод, что равнонапряженные отверстия являются оптимальными в рассматриваемой задаче, причем условие равнонапряженности является необходимым и достаточным условием глобального оптимума. Доказано, что условие оптимальности остается прежним и в том случае, если в качестве  $F$  принято значение максимального касательного напряжения.

В аналогичной постановке рассмотрена задача об изгибе пластины с отверстием и указано, что необходимое и достаточное условие оптимальности заключается в постоянстве контурного значения изгибающего момента.

4 XI 1976. **А. А. Любушин** (Москва) *Исследование сходимости метода малого параметра в теории слабо управляемых оптимальных систем.*

Рассматриваются задачи оптимального управления системами, зависящими от числового параметра таким образом, что при обращении этого параметра в нуль система становится неуправляемой. В 1968 г. Ф. Л. Черноусько был предложен приближенный метод построения оптимального управления для подобных слабо управляемых систем. Этот метод основан на разложении решений в ряды по малому параметру, использует неуправляемое движение в качестве нулевого приближения для траектории и позволяет приближенно определить оптимальное управление. В докладе доказывается, что при некоторых общих предположениях приближенное оптимальное управление, полученное указанным методом, равномерно сходится к точному оптимальному управлению при стремлении параметра к нулю. Дается оценка погрешности метода по управлению, траектории и функционалу.

11 XI 1976. **Г. Г. Егян, В. Б. Колмановский** (Москва) *Численное решение некоторых задач оптимального управления стохастическими системами.*

Рассмотрены три конкретные задачи синтеза оптимального управления стохастической системой, описывающей движение материальной точки с одной степенью свободы под действием случайных сил. Для решения этих задач использовался метод динамического программирования. Строились численные решения соответствующих краевых задач для уравнения Беллмана.

18 XI 1976. **Б. И. Шахтарин** (Москва) *Исследование нелинейных систем с периодической характеристикой.*

Излагаются результаты исследования нелинейных автоматических систем с периодической характеристикой при помощи различных приближенных методов. Дается описание метода квазигармонической линеаризации, который автор применяет для анализа конкретных систем. Приводятся результаты исследования аналогичных систем с помощью метода усреднения. Дается сравнение методов усреднения и квазигармонической линеаризации. Результаты, полученные с помощью аналитических приближенных методов, сравниваются с данными численных расчетов на ЭВМ.

25 XI 1976. **В. Б. Ларин** (Киев) *Управление горизонтальным движением двуногого шагающего аппарата.*

Анализируются особенности задачи синтеза системы управления горизонтальным движением двуногого шагающего аппарата. Сначала эта задача рассматривается в линейном приближении без учета инерционности переносимой ноги. При

этом решение (алгоритм управления) находится в явном виде. Обсуждается вариант двухуровневой (иерархической) структуры системы управления горизонтальным движением аппарата. Приводится решение задачи об управлении горизонтальным движением, иллюстрируются на примере синтеза системы управления пагающим аппаратом, моделью которого является снабженный стопой перевернутый математический маятник.

2 XII 1976. Н. В. Баничук, В. М. Картвелишвили, А. А. Миронов (Москва) *Задачи оптимизации с локальными критериями качества в теории изгиба пластин.*

Рассматриваются задачи отыскания оптимального распределения толщины в упругих пластинах, обладающих максимальной жесткостью при изгибе. В качестве меры жесткости принимается величина максимального прогиба пластинки. Проводится исследование возникающих минимаксных задач оптимизации с локальным критерием качества и выводятся необходимые условия оптимальности. Для численного отыскания оптимального распределения толщины предлагается метод квазиоптимизации, заключающийся в сведении задач с локальным функционалом к задачам с интегральным критерием качества и последующем применении алгоритма последовательной оптимизации, основанного на малых вариациях управляющих функций и решении «прямых» задач. Приводятся полученные в результате расчетов оптимальные формы упругих пластин и обсуждаются некоторые качественные особенности построенных решений.

9 XII 1976. В. И. Ризун (Коммунарск) *Оптимальное управление в условиях конфликта и неполной информации.*

Доклад посвящен развитию метода вспомогательных управлений, предложенного автором, и его применениям. С помощью этого метода исследовались некоторые задачи теории управления.

16 XII 1976. В. М. Мамалыга, Ф. Л. Черноусько (Москва) *Управление перемещением груза в вертикальной плоскости.*

Рассматривается управляемая механическая система в виде висящего груза (маятника) с изменяемой длиной подвеса. Управление осуществляется двумя двигателями: один из них передвигает точку подвеса по горизонтальной прямой, а другой осуществляет подъем или опускание груза. Требуется переместить груз в вертикальной плоскости из одного положения в другое и погасить его колебания. Рассматриваемая задача важна в связи с исследованием и автоматизацией режимов работы широко распространенных подъемно-транспортных установок. Предложены способы управления, решающие поставленную задачу при реальных ограничениях на возможности двигателей и близкие к оптимальным по быстрдействию. Некоторые из построенных режимов реализованы на мостовом кране в Одесском институте инженеров морского флота.

23 XII 1976. Б. Н. Соколов, Ф. Л. Черноусько (Москва) *Оптимальный разгон висящего груза.*

Рассматривается управляемая механическая система, представляющая собой маятник, точка подвеса которого может перемещаться вдоль горизонтальной прямой. Предполагается, что ускорение и скорость движения точки подвеса ограничены по абсолютной величине. Требуется, управляя ускорением движения точки подвеса, за минимальное время разогнать систему до максимальной скорости в заданном направлении, погасив при этом колебания маятника. Построены оптимальные и квазиоптимальные управления, обеспечивающие решение поставленной задачи. Полученные результаты могут быть использованы при разработке оптимальных режимов работы подъемно-транспортных машин типа мостовых кранов. Предложенные способы управления прошли экспериментальную проверку.

УДК 531/534:061.3:

## МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ. СЕМИНАРЫ

Теоретический семинар под руководством Ю. Н. Работнова, Л. А. Галина, Г. С. Шапиро, В. Д. Ключникова.

13 IX 1976. Ю. Н. Работнов (Москва) *О IV международном конгрессе по теоретической и прикладной механике.*