

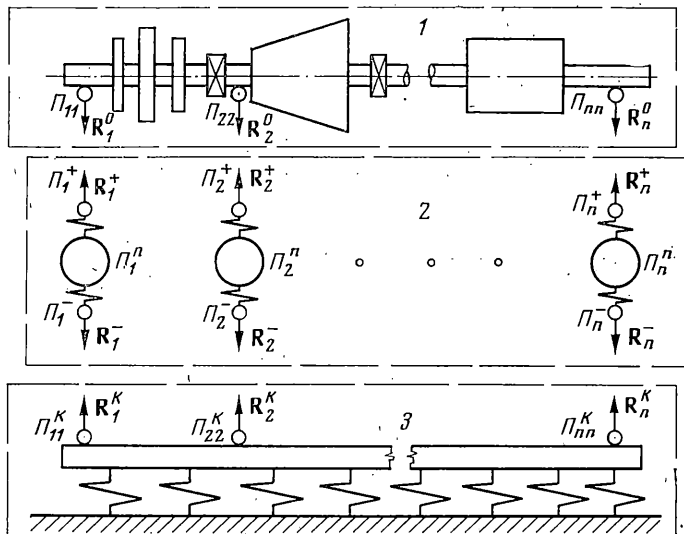
## О СНИЖЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ НА КОРПУСЕ

Н. В. ГРИГОРЬЕВ, А. И. ИВАНОВ

(Ленинград)

Широко распространенным способом снижения динамических реакций на корпусах машин является применение упругих опор [1]. Однако применение упругих опор имеет ограничения конструктивного, технологического и прочностного характера. В связи с этим целесообразно идти по пути усложнения структуры опорных конструкций и введения в них ряда каскадов упругих элементов с промежуточными массами и антивибраторами [2], удовлетворяющих соответствующим ограничениям.

Здесь рассматривается задача о снижении динамических реакций в произвольных роторных системах с различной структурой опорных конструкций. Излагается



Фиг. 1

общая методика оптимизации параметров опор, которая иллюстрируется на примере трехопорного ротора.

Роторная система состоит из составного ротора, размещенного на подшипниках, которые располагаются на стойках, конструируемых заодно с корпусом. Все упругие связи полагаются линейными.

Пусть на роторную систему действуют произвольные силы и моменты, изменяющиеся по гармоническому закону, вызванные неуравновешенностью роторной системы. Для вывода аналитических зависимостей используем метод динамических податливостей [3, 4].

Роторную систему по опорным площадкам рассечем на три независимые подсистемы (фиг. 1): свободный ротор — 1, подсистему опорных элементов — 2, корпус с фундаментными конструкциями — 3. Каждую из указанных подсистем можно описать матрицами динамических податливостей, а динамическое состояние всей системы — матрицами перемещений и реакций в точках сечения.

Роторная система, опирающаяся на  $N$  опор, описывается  $n$ -мерным вектором деформации  $X^\circ$ , состоящим из  $n$  6-мерных векторов  $X_i^\circ$  и  $n$ -мерным вектором сил и моментов  $R^\circ$ , состоящим из  $n$  6-мерных векторов  $R_i^\circ$

$$X^\circ = \begin{Bmatrix} X_1^\circ \\ \vdots \\ X_i^\circ \\ \vdots \\ X_n^\circ \end{Bmatrix}, \quad R^\circ = \begin{Bmatrix} R_1^\circ \\ \vdots \\ R_i^\circ \\ \vdots \\ R_n^\circ \end{Bmatrix}$$

Связь между многомерными векторами  $X^\circ$  и  $R^\circ$  для ротора имеет вид  $X^\circ = \Pi^\circ \cdot R^\circ + X^q$ , где  $\Pi^\circ$  — квадратная матрица  $6l$ -мерного порядка динамических податливостей ротора,  $X^q$  —  $6l$ -мерный вектор деформаций, обусловленный действием возмущающих сил на ротор.

Аналогичные связи будут для подсистем опорных элементов и для подсистем корпуса с фундаментными конструкциями

$$X^+ = \Pi^+ \cdot R^+ - \Pi^- \cdot R^-, \quad X^- = \Pi^- \cdot R^- - \Pi^+ \cdot R^+, \quad X^k = \Pi^k \cdot R^k$$

Из условий совместности деформаций и динамического равновесия получим следующие выражения:

$$-[(\Pi^\circ + \Pi^+) (\Pi^n)^{-1} (\Pi^k + \Pi^-) - \Pi^n] \cdot R^k = X^q \quad (1)$$

$$(\Pi^\circ + \Pi^k) \cdot R_*^k = X^q \quad (2)$$

где  $\Pi^+$ ,  $\Pi^-$ ,  $\Pi^n$  — блочные диагональные матрицы порядка  $n \times n$  динамических податливостей входа, выхода и перехода подсистемы 2;  $\Pi^k$  —  $6l$ -мерная матрица порядка  $n \times n$  динамических податливостей подсистемы 3. Выражение (1) получено при условии, что матрица  $\Pi^n$  неособенная, а выражение (2) соответствует случаю, когда подсистема 2 отсутствует.

Подсистема 2 представляет блок внутренней инерционно-упругой виброзащиты (ВИУВ), состоящей из опорных узлов. Опорный узел в общем случае состоит из ряда каскадов упругих элементов с промежуточными массами и антивибраторами. Конструктивно опорный узел блока ВИУВ размещается между подшипниками и подшипниковой стойкой.

Полученные аналитические зависимости (1) и (2) полностью описывают динамические свойства сложной механической системы «ротор — корпус» с блоком ВИУВ и без блока. При известных динамических податливостях подсистем 1 и 3 из выражения (2) невозможно определить динамические реакции, действующие на корпус, так как внешние силы, действующие на ротор и обуславливающие соответствующие деформации, обычно неизвестны. При сравнении двух систем с блоком ВИУВ и без блока выражения (1) и (2) позволяют исключить из рассмотрения деформации, обусловленные внешними силами, действующими на ротор

$$-[(\Pi^\circ + \Pi^+) (\Pi^n)^{-1} (\Pi^k + \Pi^-) - \Pi^n] R^k = (\Pi^\circ + \Pi^k) R_*^k \quad (3)$$

Выражение (3) связывает динамические характеристики систем с блоком ВИУВ и без блока. При выборе параметров блока ВИУВ, с точки зрения снижения динамических реакций на корпусе, задача сводится к задаче многопараметрического оптимального синтеза параметров с ограничениями. При решении задач оптимизации необходимо выбрать оптимизируемую или целевую функцию. В качестве целевой функции примем коэффициент снижения, равный отношению динамических реакций, действующих на корпус с блоком ВИУВ и без блока, который в достаточной степени отражает цель решения поставленной задачи.

При решении задач синтеза параметров блока ВИУВ для системы ротор — корпус необходимо располагать следующими характеристиками: собственными и переходными динамическими податливостями ротора, освобожденного от связей в опорных узлах, которые могут определяться как аналитически, так и экспериментально; собственными и переходными динамическими податливостями подсистемы «корпус — фундамент», определяемыми аналитически либо экспериментально; динамическими реакциями в опорных узлах без блока ВИУВ в диапазоне рабочих частот, в котором предлагается снизить динамические реакции, либо величиной и законом распределения внешних сил по ротору (от дебаланса), что практически в общем случае представляется невозможным.

При выполнении этих условий задача многопараметрической оптимизации по снижению динамических реакций по каждому опорному узлу решается в замкнутом виде.

Оптимизацию параметров целесообразно проводить по критериям, не зависящим от возмущающих сил. С этой целью предлагается в рассмотрение ввести нормы матрицы, из которых рассмотрим три

$$\| \Pi \|_1 = \max_i \sum_{j=1} |p_{ij}|, \quad \| \Pi \|_2 = \max_j \sum_{i=1} |p_{ij}|, \quad \| \Pi \|_3 = \left( \sum_{i,j=1} |p_{ij}|^2 \right)^{1/2} \quad (4)$$

Аналогичным образом определим и нормы вектора. Применяя известные свойства норм к выражению (3), получим

$$\| \Pi^{-1} \|_i \leq \eta_i \leq \| \Pi \|_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (5)$$

$$\Pi = [ -(\Pi^\circ + \Pi^+) (\Pi^n)^{-1} (\Pi^k + \Pi^-) + \Pi^n ]^{-1} (\Pi^\circ + \Pi^k), \quad \eta_i = \| R^k \|_i (\| R_*^k \|)^{-1}$$

при условии, что матрица в квадратных скобках неособенная ( $\eta_i$  — коэффициент снижения динамических реакций на корпусе).

Выражение (5) дает верхнюю и нижнюю оценку коэффициента снижения.

Выбор нормы матрицы, определяемый выражениями (4), зависит от решения конкретных задач. С физической точки зрения оценка коэффициента снижения по первой норме в (4) показывает, во сколько раз изменяется максимальная динамическая реакция при выборе соответствующих параметров блока ВИУВ на корпусе  $i$ -го опорного узла. Вторая указывает, во сколько раз изменяется максимальная динамическая реакция на корпусе при выборе соответствующих параметров блока ВИУВ. Третья норма указывает на изменение динамических реакций в среднеквадратичном при соответствующем выборе параметров блока.

Параметры блока ВИУВ не могут выбираться произвольно и варьирование ими возможно в ограниченных пределах. В общем случае варьируемыми параметрами блока являются: упругие элементы каскадов амортизации  $c_1, c_2, \dots, c$ ; промежуточные массы  $m_{n_1}, m_{n_2}, \dots, m_{n_i}$ ; массы antivибраторов  $m_{a_1}, m_{a_2}, \dots, m_{a_i}$ ; частота настройки antivибраторов  $\omega_{h_i}$ .

На упругие элементы обычно налагают ограничения конструктивного, эксплуатационного и прочностного характера, которые по каждому опорному узлу можно записать в виде

$$\delta_i = \delta_{c_i} + \delta_{g_i} \leq \delta_{\max_i} \quad (6)$$

где  $\delta_i$  — суммарная податливость  $i$ -го опорного узла, соответствующая одной из деформаций;  $\delta_{c_i}$  — статическая податливость;  $\delta_{g_i}$  — динамическая податливость;  $\delta_{\max_i}$  — максимально допустимая величина податливости  $i$ -го опорного узла, соответствующая одной из деформаций.

Ограничения, налагаемые на общую массу, вносимую в систему ротор — корпус

$$m_1 + m_2 + \dots + m_{6n} = M \leq M_g \quad (7)$$

$$m_i = m_{n_i} + m_{a_i} \quad (8)$$

где  $M$  — дополнительная масса, вносимая в систему;  $M_g$  — допустимая величина массы;  $m_{n_i}$  — масса промежуточного тела;  $m_{a_i}$  — масса antivибратора;  $m_i$  — дополнительная масса, вносимая в  $i$ -й опорный узел. Жесткость antivибратора определяется в зависимости от настройки последнего. Качество виброзащиты оценим при помощи показателей

$$\eta_i = \eta_i[p_{ij}(\delta_k, m_k)], \quad I = I[p_{ij}(\delta_k, m_k, \omega)], \quad Q = Q(\delta_k, M) \quad (9)$$

Блок виброзащиты назовем оптимальным, если он обеспечивает минимум показателю  $\eta_i$  или  $I$  при ограниченных значениях показателя  $Q$ . При этом задача отыскания оптимального блока ВИУВ сведется к двум задачам: к задаче о предельных возможностях виброзащиты и к определению физической структуры оптимальных виброзащитных устройств по каждому опорному узлу.

Рассмотрим решение второй задачи при выбранной физической структуре виброзащитного устройства.

В этом случае формулировка задачи оптимизации будет следующая: определить такую матрицу  $\Pi$ , состоящую из коэффициентов  $p_{ij}$ , одна из выбранных норм которой при реализации параметров блока ВИУВ с ограничениями, налагаемыми на параметры в виде равенств (8) и неравенств (6), (7), придавала бы  $\eta_i$  минимальное значение

$$\eta_i(p_{ij}) = \max_i \sum_j |p_{ij}(\delta_k, m_k)| \rightarrow \min \quad \text{при} \quad Q(\delta_k, M) \leq Q_0 \quad (10)$$

или в  $n$ -параметрическом объеме определить такую точку, которая придавала бы минимальное значение целевой функции  $\eta_i$ . Решение этой задачи соответствует снижению реакций на корпусе для фиксированной частоты.

В случае, если интересует диапазон частот  $\omega_1 \div \omega_2$  или отдельные диапазоны частот  $\omega_1' \div \omega_2'$ ,  $\omega_1'' \div \omega_2''$ , задача оптимизации формулируется следующим образом: определить такую матрицу  $\Pi$ , состоящую из коэффициентов  $p_{ij}$ , одна из выбранных

норм которой при реализации параметров блока ВИУВ с ограничениями (6)–(8) придавала бы  $I$  минимальное значение.

$$I = (\omega_2 - \omega_1)^{-1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \|\Pi(\omega)\|_t d\omega \rightarrow \min \quad \text{при} \quad Q(\delta_k, M) \leq Q_0 \quad (11)$$

В выражении (11)  $\|\Pi(\omega)\|_t$  является однопараметрической функцией частоты, и определение минимального значения, интеграла производится одним из известных приближенных методов.

Следует заметить, что значения параметров, придающих минимум целевой функции  $\eta$ , чаще всего лежат на границе  $n$ -параметрического объема.

Блок ВИУВ считается эффективным, с точки зрения снижения динамических реакций, если:  $\min \eta < 1$ ,  $\min I < 1$ .

В качестве примера рассмотрим трехопорный ротор. Для уменьшения объема вычислений рассматривалось снижение динамических реакций в вертикальной плоскости. Динамические податливости в опорных стойках в рабочем диапазоне частот определялись экспериментально, а динамические податливости ротора, освобожденного от связей, аналитически.

Варьируемые параметры блока ВИУВ: распределение жесткостей, распределение массы на промежуточную массу и массу antivибратора, частота настройки antivибратора. На варьируемые параметры были наложены ограничения (10), (11).

Общая масса, вносимая в систему ротор – корпус, не превышала 7% от массы ротора. Распределение массы  $m_i$ , вносимой в опорный узел, на  $m_{n_i} = 0.5 - 0.8 m_i$  и  $m_{a_i} = 0.5 - 0.7 m_i$ . Параметрическая оптимизация производилась по выражению (9) на ЭЦВМ.

На фиг. 2 представлены две кривые, соответствующие оптимальным параметрам блока ВИУВ. Кривая 1 – нижняя граница коэффициента снижения максимальной динамической реакции  $L(\delta\delta)$ , передаваемой на корпус в рабочем диапазоне частот  $f(\text{гц})$ . Кривая 2 – верхняя граница коэффициента снижения. Область, заключенная между кривыми 1 и 2, соответствует зоне, в которой коэффициент снижения может принимать значение в исследуемом диапазоне частот. Расчеты показали, что выбором оптимальных значений параметров блока ВИУВ можно достичь значительного снижения максимальных реакций, передаваемых на корпус.

Поступила 15 V 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Н. В. Нелинейные колебания элементов машин и сооружений. М. – Л., Машгиз, 1961, стр. 255.
2. Вибрация энергетических машин. (Под ред. Н. В. Григорьева.) Л., «Машиностроение», 1974, стр. 464.
3. Гуров А. Ф. Расчеты на прочность и колебания в ракетных двигателях. М., «Машиностроение», 1966.
4. Генкин М. Д., Яблонский В. В. Новые методы измерения параметров многомерных колебаний линейных механических систем. Динамика и акустика машин. М., «Наука», 1971, стр. 58–70.