МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 · 1977

УДК 534.1

К ОЦЕНКЕ ВИБРОАКТИВНОСТИ МЕХАНИЗМОВ С НЕУРАВНОВЕШЕННЫМИ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЧАСТЯМИ

К. К. ГЛУХАРЕВ, В. И. ЛУЦЕНКО, Д. Е. РОЗЕНБЕРГ, К. В. ФРОЛОВ

(Москва)

Рассматривается задача оценки виброактивности машины или механизма с неуравновешенным вращающимся ротором при получении ограниченной (неполной) информации о движениях изучаемой системы из эксперимента с использованием идей В. О. Кононенко. С этой целью изучается механизм возбуждения колебаний в подобных системах и спектральный состав инерционного возбуждения. Оценки виброактивности систем с неуравновешенным ротором осуществляются с использованием процедур метода динамических испытаний [1–3] по результатам простейших диагностических экспериментов. Приводятся численные примеры, для которых даются количественные оценки виброактивности.

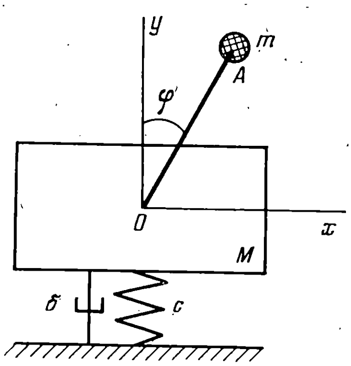
1. Механизм возбуждения колебаний в системе с неуравновешенным вращающимся ротором. Уравнения движения простейшей системы с неуравновешенным вращающимся ротором (фиг. 1) имеют вид [4]:

$$(M+m)y^{\cdot\cdot}+\delta y^{\cdot}+cy=mr(-\cos\varphi)^{\cdot\cdot}=mr(\varphi^{\cdot 2}\cos\varphi+\varphi^{\cdot\cdot}\sin\varphi)$$
$$mr^2\varphi^{\cdot\cdot}+H(\varphi^{\cdot})=L(\varphi^{\cdot})+mry^{\cdot\cdot}\sin\varphi+mgr\sin\varphi \qquad (1.1)$$

Уравнения (1.1) весьма точно описывают все явления (как качественно, так и количественно), связанные с взаимодействием массы M и неуравновешенного вращающегося ротора с моментом инерции $J=mr^2$, причем первое из уравнений (1.1) описывает вынужденные вертикальные колебания всей массы $M+m$ под действием внешней инерционной силы

$$mr(-\cos\varphi)^{\cdot\cdot}=mr(\varphi^{\cdot 2}\cos\varphi+\varphi^{\cdot\cdot}\sin\varphi) \qquad (1.2)$$

а второе уравнение — состояние «динамического равновесия» моментов, действующих на вращающийся ротор. Отметим также, что функции H и L в подавляющем большинстве случаев задают графически, получая эти зависимости экспериментально, т. е. здесь предъявляются весьма высокие требования к точности измерения движущего момента, момента сил сопротивления и соответствующих мгновенных значений скорости вращения $\varphi^{\cdot}$.



Фиг. 1

Рассмотрим спектр силы (1.2), вызывающей вертикальные колебания системы, предполагая, что $\varphi(t)=pt+\alpha\sin\Omega t$, т. е. $\varphi^{\cdot}(t)=p+\alpha\Omega\cos\Omega t$ [1].

[1] Случай $\varphi^{\cdot}(t)=p=\text{const}$ является идеальным и практически неосуществимым в реальных механизмах. Отметим, что только в этом единственном случае ротор вращается с постоянной угловой скоростью и возбуждение (1.2) является гармоническим.

Рассматриваемый, вообще говоря, простейший случай изменения скорости вращения неуравновешенного ротора определяет внешнее возбуждение (1.2) чрезвычайно сложного вида. Покажем это.

Для удобства дальнейших выкладок предварительно рассмотрим функцию $\cos\varphi$, получающуюся после двукратного интегрирования функции $(-\cos\varphi)^{\cdot\cdot}$

$$\cos\varphi=\cos(pt+\alpha\sin\Omega t)=\cos pt\cos(\alpha\sin\Omega t)-\sin pt\sin(\alpha\sin\Omega t)$$

Используя известные из теории рядов Фурье разложения, получим

$$\cos\varphi(t)=J_0(\alpha)\cos pt+J_1(\alpha)\,(\cos(p+\Omega_1)t-\cos(p-\Omega)t)+ \\ +J_2(\alpha)\,(\cos(p+2\Omega)t+\cos(p-2\Omega)t)+J_3(\alpha)\,(\cos(p+3\Omega)t- \\ -\cos(p-3\Omega)t)+\ldots$$

Окончательно, выражение для внешнего возбуждения (1.2) в этом случае будет иметь вид

$$mr(\dot\varphi^2\cos\varphi+\ddot\varphi\sin\varphi)=mr[J_0(\alpha)p^2\cos pt+J_1(\alpha)\,(p+\Omega)^2\cos(p+\Omega)t- \\ -J_1(\alpha)\,(p-\Omega)^2\cos(p-\Omega)t+J_2(\alpha)\,(p+2\Omega)^2\cos(p+2\Omega)t+ \\ +J_2(\alpha)\,(p-2\Omega)^2\cos(p-2\Omega)t+J_3(\alpha)\,(p+3\Omega)^2\cos(p+3\Omega)t- \\ -J_3(\alpha)\,(p-3\Omega)^2\cos(p-3\Omega)t+\ldots]$$

т. е. внешнее возбуждение массы M содержит гармоники с частотами $p\pm n\Omega$ и амплитудами $J_n(\alpha)\,(p\pm n\Omega)^2$. Здесь $J_n(\alpha)$ — функции Бесселя целого порядка n.

Полученное разложение (1.3) дает весьма сложную форму спектра сигнала. В реальных системах скорость вращения неуравновешенного ротора изменяется по более сложному закону, что приводит к еще более сложной картине амплитудно-частотной модуляции.

2. Виброактивность неуравновешенного ротора и зависимость ее от отдельных параметров системы. В дальнейшем будем рассматривать системы с точки зрения их виброактивности. Понятие виброактивности было введено в [5]. Здесь это понятие несколько видоизменим, понимая под виброактивностью величину внешнего воздействия (инерционной силы), вызванного вращением неуравновешенного ротора.

Виброактивность неуравновешенного ротора будем оценивать по следующим динамическим характеристикам:

$$A=mr\sqrt{(\ddot\varphi)^2+(\dot\varphi^2)^2},\quad A_+=\max_t A,\quad A^\circ=\frac{1}{T}\int_T A\,dt$$

$$S_1=mr\int_T(\ddot\varphi\sin\varphi+\dot\varphi^2\cos\varphi)^2\,dt,\quad S_2=\frac{S_1}{T}$$

где A — амплитудное значение инерционной силы, A_+ — максимально возможное значение амплитуды инерционной силы, A° — среднее (среднеинтегральное) значение амплитуды, S_1 и S_2 — энергетические характеристики инерционной силы.

К приведенным характеристикам виброактивности можно также присоединить спектральные характеристики инерционной силы, которые могут быть достаточно сложными.

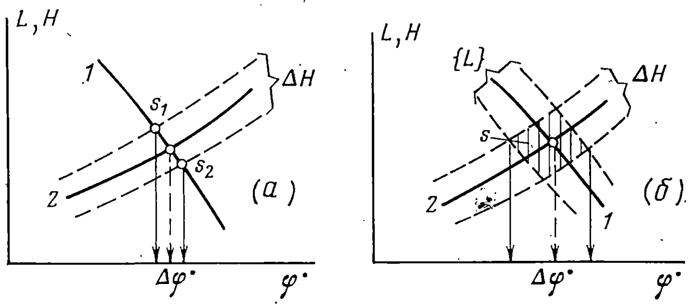
Проанализируем влияние отдельных параметров системы на ее виброактивность. Такие параметры неуравновешенного ротора, как эксцентриситет r и масса m дебаланса, определяют амплитудное значение инерционной силы, вызванной вращением неуравновешенного ротора, причем известными средствами балансировки величину r

можно сделать достаточно малой (это, в свою очередь, приводит к уменьшению амплитуды внешнего воздействия).

Рассмотрим далее влияние характеристик источника энергии на виброактивность системы. Предварительно остановимся на случае стационарного движения в предположении, что $r=0$. Очевидно, что при этом масса не совершает движений, а ротор будет вращаться с постоянной угловой скоростью $\varphi_0^{\cdot}$, определяемой из уравнения

$$H(\varphi^{\cdot})-L(\varphi^{\cdot})=0 \tag{2.1}$$

Геометрически стационарный режим движения ротора (корень уравнения (2.1)) определяется точкой пересечения графиков L (кривая *1*) и H (кривая *2*) на фиг. 2, *а*.



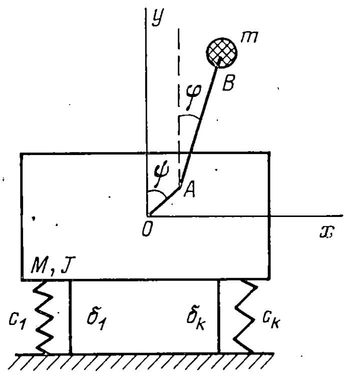
Фиг. 2

В случае же неуравновешенного ротора ($r\neq0$) колебания массы M оказывают обратное влияние на движение ротора, что проявляется в неравномерном характере его вращения. В результате стационарное уравнение (2.1) динамического равновесия моментов, действующих на ротор, превращается в нестационарное

$$H(\varphi^{\cdot})+\Delta H(t)-L(\varphi^{\cdot})=0$$

$$\Delta H(t)=mr^2\varphi^{\cdot\cdot}-mry^{\cdot\cdot}\sin\varphi-mgr\sin\varphi$$

где $\Delta H(t)$ — дополнительная «нестационарная» составляющая нагрузочного момента. При этом скорость вращения ротора приобретает колебательный характер, а движение ротора осуществляется так, чтобы сохранялось динамическое равновесие моментов, действующих на ротор.



Фиг. 3

Следует отметить, что в этом случае степень (глубина) модуляции скорости вращения ротора определяется множеством возможных мгновенных положений динамического равновесия вращающегося ротора (отрезок s_1s_2 на фиг. 2, *а*). Если предположить далее, что функция L зависит не только от скорости вращения ротора, но и от угла поворота $\varphi(t)$, то множество мгновенных положений динамического равновесия моментов образует уже некоторую связную область s (фиг. 2, *б*), причем глубина модуляции скорости вращения будет определяться теперь проекцией множества s на ось $\varphi^{\cdot}(L(\varphi^{\cdot}, t)\in\{L\})$.

Таким образом, глубина модуляции угловой скорости вращающегося ротора, а следовательно и виброактивность, зависит от крутизны характеристики движущего момента, причем с увеличением крутизны этой характеристики глубина модуляции уменьшается, что приводит к уменьшению составляющей неравномерности вращения ротора.

3. Оценка виброактивности механизма с неуравновешенными вращающимися частями из простейших экспериментов. Прежде чем перейти непосредственно к обсуждению оценок виброактивности, заметим, что для реальных механизмов схема, представленная на фиг. 3, лучше описывает движения системы, чем схема, приведенная на фиг. 1. Соответствующие уравнения движения имеют вид [6]:

$$(M+m)y^{\cdot\cdot}+\sum_{i=1}^{k}\delta_i\Delta_i^{\cdot}\frac{\partial\Delta_i}{\partial y}+\sum_{i=1}^{k}c_i\Delta_i\frac{\partial\Delta_i}{\partial y}-$$

$$-me(\psi^{\cdot\cdot}\sin\psi+\psi^{\cdot 2}\cos\psi)=mr(\varphi^{\cdot\cdot}\sin\varphi+\varphi^{\cdot 2}\cos\varphi)$$

$$(M+m)x^{\cdot\cdot}+\sum_{i=1}^{k}\delta_i\Delta_i^{\cdot}\frac{\partial\Delta_i}{\partial x}+\sum_{i=1}^{k}c_i\Delta_i\frac{\partial\Delta_i}{\partial x}-$$

$$-me(\psi^{\cdot\cdot}\cos\psi+\psi^{\cdot 2}\sin\psi)=mr(\varphi^{\cdot 2}\sin\varphi-\varphi^{\cdot\cdot}\cos\varphi)$$

$$(J+me^2)\psi^{\cdot\cdot}+\sum_{i=1}^{k}\delta_i\Delta_i^{\cdot}\frac{\partial\Delta_i}{\partial\psi}+\sum_{i=1}^{k}c_i\Delta_i\frac{\partial\Delta_i}{\partial\psi}+$$

$$+mge\sin\psi-mex^{\cdot\cdot}\sin\psi+mey^{\cdot\cdot}\cos\psi=mer(\varphi^{\cdot 2}\sin(\varphi-\psi)-\varphi^{\cdot\cdot}\cos(\varphi-\psi))$$

$$mr^2\varphi^{\cdot\cdot}+H(\varphi^{\cdot},\varphi)=L(\varphi^{\cdot},\varphi)+mrx^{\cdot\cdot}\sin\varphi-mry^{\cdot\cdot}\cos\varphi+$$

$$+mgr\sin\varphi-mer(\psi^{\cdot\cdot}\cos(\varphi-\psi)+\psi^{\cdot 2}\sin(\varphi-\psi)) \qquad (3.1)$$

Обобщая уравнения (3.1) на случай группы механизмов, установленных на одном общем фундаменте или основании, получим

$$y_i^{\cdot\cdot}+R_y(\Delta_i,\Delta_i^{\cdot})+Q_i(\mathbf{z},\mathbf{z}^{\cdot},\mathbf{z}^{\cdot\cdot})=f_i(\varphi_i,\varphi_i^{\cdot},\varphi_i^{\cdot\cdot})$$

$$x_i^{\cdot\cdot}+R_x[(\Delta_i,\Delta_i^{\cdot}),\mathbf{z},\mathbf{z}^{\cdot},\mathbf{z}^{\cdot\cdot},\varphi_i,\varphi_i^{\cdot},\varphi_i^{\cdot\cdot}]=0$$

$$\varphi_i^{\cdot\cdot}+K_\varphi[(\Delta_i,\Delta_i^{\cdot}),\mathbf{z},\mathbf{z}^{\cdot},\mathbf{z}^{\cdot\cdot},\varphi_i,\varphi_i^{\cdot},\varphi_i^{\cdot\cdot}]=0 \qquad (3.2)$$

где $\mathbf{z}=(\mathbf{y},\mathbf{x})$, y_i — вертикальные координаты движения соответствующих элементов системы; R_{y_i} — реакции связей, в основном определяющие силу в вертикальном направлении; Q_i — реакции (обычно малые), вызванные сложным характером движения системы и взаимным влиянием движений по различным обобщенным координатам; f_i — функции, характеризующие виброактивность неуравновешенных вращающихся частей агрегатов. Второе и третье уравнения описывают соответственно горизонтальные и угловые движения элементов системы.

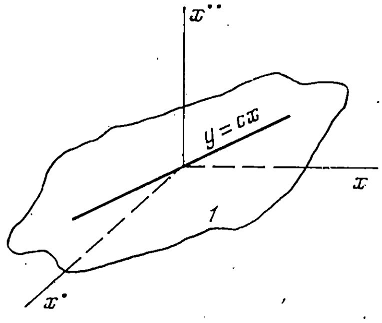
На первом этапе исследования сложных систем типа (3.2) обычно оценку виброактивности стремятся получить из простейшего эксперимента, в котором измеряют преобладающие в системе движения. Для рассматриваемых систем преобладающими являются вертикальные движения. Из простейшего эксперимента можно получить информацию вида $y_i^{\cdot\cdot}$ (ускорение корпуса агрегата) и Δ_i, $\Delta_i^{\cdot}$ (характеристики деформативности амортизирующих элементов) [1]. При проведении подобного эксперимента обычно информации о движениях недостаточно, т. е. приходится иметь дело с системами с неполной информацией в смысле метода динамических испытаний (МДИ) [2, 3]. Поэтому получаемые в результате обработки такого эксперимента модели изучаемых систем будут иметь вид дифференциальных включений (уравнений в контингенциях). Из подобного эксперимента невозможно получить полную информацию о реакциях связей системы, а также о характеристиках виброактивности неуравновешенных вращающихся роторов агрегатов.

Вместе с тем, для весьма распространенной в практике ситуации по подобному эксперименту можно дать некоторые достаточно состоятельные оценки виброактивности неуравновешенных роторов. Имеется в виду тот случай, когда основной уровень вибрации определяется вертикальными движениями и функции Q_i достаточно малы по сравнению с f_i, а, следовательно, реакции связей направлены практически

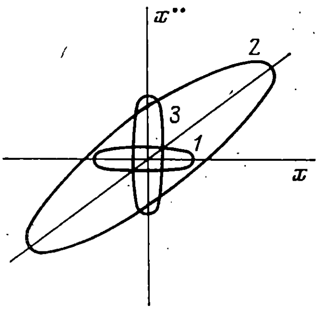
[1] Следует отметить, что зачастую из-за конструктивного выполнения того или иного агрегата или механизма в эксперименте невозможно измерить скорость вращения неуравновешенного ротора.

вертикально. При этом получающийся относительно R_i график-слой будет почти полностью определяться функциями f_i.

Отметим также, что функции f_i должны содержать достаточное число гармонических составляющих с разнесенными некратными частотами, окружающими резонансные частоты соответствующего элемента системы. Доказательство этого утверждения не тривиально и выходит за рамки данной работы. На простейшем примере одномассовой системы покажем лишь основную идею и связанные с ней построения.



Фиг. 4



Фиг. 5

Уравнение движения системы с одной степенью свободы имеет вид

$$x^{\cdot\cdot}+\delta x^{\cdot}+cx=F(t) \tag{3.3}$$

Предположим, что в эксперименте для системы (3.3) наблюдаются переменные x, $x^{\cdot}$, $x^{\cdot\cdot}$, но $F(t)$ наблюдению не доступна. Для простоты рассуждения рассмотрим случай, когда

$$F(t)=\sum_{i=1}^{3} f_i \sin p_i t, \qquad f_1\approx f_2\approx f_3$$

p_1 лежит в дорезонансной области, p_2 близко к резонансной частоте, p_3 — в зарезонансной области.

Пусть параметр δ мал по сравнению с $\sqrt{c}$. В этом случае реакция связи $R(x, x^{\cdot})\approx cx$ и допускает простую геометрическую интерпретацию (фиг. 4). Плоскость *1* на фиг. 4 определяется уравнением $y=\delta x^{\cdot}+cx\approx cx$.

На основе известных резонансных свойств системы (3.3) и принципа суперпозиции следует, что каждой из частот p_1, p_2, p_3 будет соответствовать своя замкнутая траектория изображающей точки в плоскости $(x^{\cdot\cdot}, x)$, причем эти траектории являются эллипсами (эллипс *1* на фиг. 5 соответствует частоте p_1, $2-p_2$, $3-p_3$).

При суперпозиции трех гармонических движений с неблизкими частотами получим область, плотно заполненную траекторией изображающей точки. При этом ось симметрии области достаточно близка к прямой $y=cx$, и функция $y=cx$ является скелетной функцией образовавшегося графика-слоя [2]. Заметим, что оценкой функции $R(x, x^{\cdot})$ служит функция $R^*(x, x^{\cdot})\approx cx$, а оценкой для $F(t)$ служит функция корректировки $r(t)$.

Если предположить, что распределение точек по ширине графика-слоя близко к нормальному, то процедуры вычисления оценки для средней функции графика-слоя упрощаются и их можно найти, используя метод наименьших квадратов. В этом случае ширина графика-слоя с вероятностью $P=0.997$ оценивается величиной 3σ.

Нетрудно показать, что получаемые по методу наименьших квадратов оценки параметров графика-слоя дают оценки виброактивности неуравновешенного ротора.

Выше уже отмечалось, что весьма информативной оценкой виброактивности является энергетическая характеристика инерционной силы $F(t)$, которую можно представить в виде

$$\Sigma S_1 = mr \sum_{i=1}^{N} (\varphi^{\cdot\cdot} \sin\varphi + \varphi^{\cdot 2} \cos\varphi)_i \Delta t_i$$

Из уравнения движения (3.3) следует

$$\sum_{i=1}^{N} [x^{\cdot\cdot} + R(x, x^{\cdot})]_i^2 \Delta t_i = \Sigma S_1$$

Так как оценка параметров δ, c линейной формы $\delta x^{\cdot} + cx = R(x, x^{\cdot})$ осуществляется по методу наименьших квадратов из условия

$$\Sigma S_1 = \sum_{i=1}^{N} (x_i^{\cdot\cdot} + \delta x_i^{\cdot} + c x_i)^2 \Delta t_i \Rightarrow \min_{\delta, c}$$

то нетрудно получить оценку (снизу) средней работы инерционной силы

$$\min_{\delta, c} \sum_{i=1}^{N} (x_i^{\cdot\cdot} + \delta x_i^{\cdot} + c x_i)^2 \Delta t_i \leqslant mr \sum_{i=1}^{N} (\varphi^{\cdot\cdot} \sin\varphi + \varphi^{\cdot 2} \cos\varphi)_i^2 \Delta t_i$$

Оценкой для амплитудного значения инерционной силы служит ширина графика-слоя, которая с вероятностью $P=0.997$ определяется как

$$a = \frac{3}{\sqrt{N}} \left[\min_{\delta, c} \sum_{i=1}^{N} (x_i^{\cdot\cdot} + \delta x_i^{\cdot} + c x_i)^2 \right]^{1/2}$$

4. **Числовой пример.** В качестве примера рассмотрим результаты обработки модельного эксперимента. Этот эксперимент был поставлен на АВМ, на которой набиралось уравнение типа (3.3). В этом уравнении от эксперимента к эксперименту изменялся вид возбуждения $F(t)$. С помощью специальной четырехканальной информационно-измерительной системы экспериментальная информация вида $x^{\cdot\cdot}$, $x^{\cdot}$, x, $F(t)$ вводилась и запоминалась в ЭВМ. Результаты последующей обработки четырех экспериментов с помощью процедур МДИ представлены ниже (δ, c – коэффициенты демпфирования и жесткости; ε^* – средняя ошибка; σ^2, σ, $\max\varepsilon$ – показатели качества; t_* – продолжительность измерений в *сек*; числа в скобках соответствуют случаям, когда $F(t)$ недоступно измерению).

Эксперимент № 1: $x^{\cdot\cdot} + 0.2x^{\cdot} + 0.5x = f_1 \sin 0.53t + f_2 \sin 0.63t + f_3 \sin 0.7t + f_4 \sin 0.84t + f_5 \sin 0.97t$

t_*	0—67	68—134	...	470—536	0—536
δ	0.1947	0.20196	...	0.1984	0.1982
	(—0.01315)	(—0.00034)	...	(—0.02945)	(—0.00326)
c	0.4873	0.48879	...	0.4881	0.4880
	(0.47188)	(0.4371)	...	(0.4454)	(0.45674)
ε^*	—0.03025	—0.0026	...	0.04788	0.0267
	(—0.5738)	(0.1513)	...	(0.21202)	(0.0239)
σ^2	0.2161	0.1829	...	0.21003	0.2039
	(26.1437)	(18.679)	...	(19.4213)	(21.722)
σ	0.46486	0.47767	...	0.4583	0.4515
	(5.1131)	(4.3222)	...	(4.407)	(4.6607)
$\max\varepsilon$	1.45947	1.79281	...	1.6177	1.6033
	(16.063)	(11.9046)	...	(10.929)	(16.065)

Эксперимент № 2: $x^{\cdot\cdot} + 0.2x^{\cdot} + 1.0x = f_1 \sin 0.53t + f_2 \sin 0.63t + f_3 \sin 0.7t + f_4 \sin 0.84t + f_5 \sin 0.97t$

t_*	0—67	68—134	...	470—536	0—536
δ	0.19844	0.19737	...	0.20004	0,20013
	(0.00462)	(0.00085)	...	(—0.00581)	(—0.00353)
c	0.98616	0.9857	...	0.99638	0.99913
	(0.79774)	(0.75994)	...	(0.7795)	(0.78183)
ε^*	—0.0352	—0.02439	...	—0.1406	0.13288
	(—0.8822)	(0.20737)	...	(0.12503)	(0.04657)
σ^2	0.3101	0.2672	...	0.3163	0.31474
	(46.134)	(45.61413)	...	(37.1345)	(40.799)
σ	0.55687	0.5159	...	0.5624	0.56101
	(6.7922)	(6.75382)	...	(6.0938)	(6.3874)
max ε	1.92316	1.7172	...	1.9304	1.9177
	(24.2783)	(15.6415)	...	(16.389)	(23.533)

Эксперимент № 3: $x^{\cdot\cdot} + 0.2x^{\cdot} + 1.0x = f \sin 0.97t$

t_*	0—67	68—134	...	604—670	0—670
δ	0.19929	0.19919	...	0.19923	0.19929
	(—0.01845)	(—0.00033)	...	(0.00021)	(—0.00172)
c	0.99689	0.99644	...	0.99655	0.99648
	(0.9378)	(0.93488)	...	(0.93618)	(0.93591)
ε^*	—0.0801	—0.07415	...	—0.07741	—0.008
	(—0.2207)	(—0.02064)	...	(—0.01719)	(—0.00137)
σ^2	0.2417	0.24448	...	0.23876	0.23814
	(8.99820)	(0.16375)	...	(0.17021)	(1.1256)
σ	0.4916	0.49445	...	0.48863	0.488
	(2.997)	(0.40466)	...	(0.41256)	(1.06096)
max ε	1.58335	1.7861	...	1.56856	1.99265
	(13.60363)	(1.08729)	...	(1.0570)	(13.72989)

Эксперимент № 4: $x^{\cdot\cdot} + 0.2x^{\cdot} + 1.0x = f_1 \sin 0.1t + f_2 \sin 0.97t + f_3 \sin 5t$

t_*	202—268	269—335	336—402	403—469
δ	(—0.00188)	(0.00156)	(0.00032)	(—0.004)
c	(0.93412)	(0.93323)	(0.93616)	(0.9345)
ε^*	(—0.22835)	(—0.1777)	(—0.18175)	(—0.0697)
σ^2	(9.94754)	(9.51693)	(9.1092)	(8.3552)
σ	(3.154)	(3.08495)	(3.0181)	(2.8905)
max ε	(6.9633)	(7.01257)	(6.68)	(6.71965)

Как следует из приведенных результатов, получаются весьма надежные оценки жесткостных параметров системы, в то время как параметр демпфирования весьма чувствителен к неполноте экспериментальной информации. Приведенные характеристики качества полученных по МДИ оценок параметров ε^*, σ^2, σ, max ε дают соответствующее представление (оценки) о виброактивности исследуемой системы.

Поступила 22 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глухарев К. К., Розенберг Д. Е.* Метод динамических испытаний для синтеза уравнений движения механических систем с известными числами степеней свободы. Машиноведение, 1973, № 6.
2. *Глухарев К. К., Розенберг Д. Е.* Метод динамических испытаний для восстановления уравнений движения механических систем с неизвестным числом степеней свободы. Машиноведение, 1974, № 3.
3. *Глухарев К. К., Розенберг Д. Е., Фролов К. В.* Обратная задача динамики в связи с идентификацией систем. Метод динамических испытаний. Тр. VII Междунар. конф. по нелинейным колебаниям. Берлин, АН ГДР, 1976.
4. *Кононенко В. О.* Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М., «Наука», 1964.
5. *Генкин М. Д., Яблонский В. В.* Поток энергии колебаний как критерий виброактивности механизмов. Машиноведение, 1965, № 5.
6. *Глухарев К. К., Розенберг Д. Е.* Применение метода динамических испытаний к вычислению параметров связей упругоподвешенного твердого тела В сб.: Динамика и прочность упругих и гидроупругих систем. М., «Наука», 1975.