

давлению, путем сохранения остаточного модуля сдвига, то в [5] дано этому необходимое пояснение. Заметим только, что неучитываемые при этом необратимые потери энергии (помимо учтенной потери из-за падения модуля сдвига) происходят в условиях задачи из [5] в той области, сигналы из которой не догоняют волны разрушения до ее остановки, и, следовательно, указанные потери на разрушение не влияют.

Истинные свойства раздробленного материала достаточно сложны и, наверное, нельзя считать общей ни одну из упомянутых моделей. В частности, существенной может оказаться меньшая плотность разрушенного материала, обнаруживающаяся после разгрузки. Что же касается необходимости учета тех или иных свойств разрушенного материала, то это определяется конкретными условиями задачи и целями исследования.

Поступила 4 X 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Х. М. Ударная волна разрушения в хрупких средах. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 1.
2. Галин Л. А., Черепанов Г. П. О самоподдерживающемся разрушении напряженного хрупкого тела. Докл. АН СССР, 1966, т. 167, № 3.
3. Григорян С. С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
4. Слепня Л. И. О волне хрупкого разрушения. Инж. ж. МТТ, 1968, № 4.
5. Слепня Л. И., Троянкина Л. В. Разрушение хрупкого стержня при продольном ударе. Изв. АН СССР. МТТ, 1969, № 2.
6. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1974.

УДК 533.6.013.42

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЯГКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

Н. П. СТРЕКОЗОВ, В. И. ХАРЧЕНКО

(Москва)

В нелинейной постановке рассматривается взаимодействие осесимметричных мягких оболочек с воздушным потоком большой скорости. Впервые задача об обтекании мягкой оболочки потенциальным потоком невязкой несжимаемой жидкости была поставлена и решена в [1, 2]. На основании результатов продувок недеформированных и слабо деформированных сфер в работе [3] построено теоретическое решение задачи по определению смещений мягкой оболочки, имеющей форму сферического сегмента. В предлагаемой статье изложены постановка и результаты экспериментов по определению аэродинамических нагрузок по деформированному профилю мягкой оболочки. Теоретическое исследование основано на безмоментной теории для больших смещений и значительных относительных деформаций. Полученные аналитические зависимости сопоставлены с экспериментом.

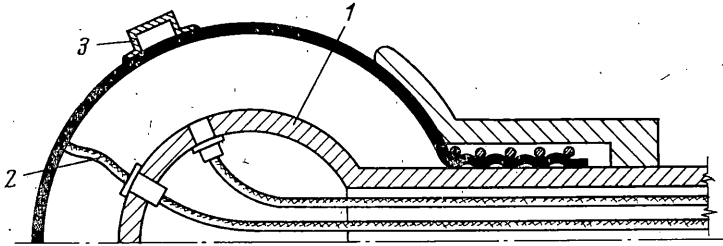
1. **Методика эксперимента.** Для исследования распределения воздушного давления по поверхности мягкой надувной сферы были поставлены специальные эксперименты в аэродинамической трубе. Изучалось обтекание потоком воздуха большой скорости при нулевом угле атаки и различных соотношениях внутреннего давления и скоростного напора сферических моделей, силовые оболочки которых имели меридиональный раскрой и были выполнены из капроновой ткани.

На фиг. 1 представлен разрез мягкой дренированной модели, собранной из 15 лепестков, и жесткой шайбы в вершине. При продувках оболочки крепились на специальных стойках посредством хвостовых державок так, чтобы сечения дренажа на сфере располагались в экваториальной плоскости. Наполнение оболочек производилось из магистрали высокого давления через редуктор и ресивер. Контроль давления внутри оболочки осуществлялся визуально с помощью образцового манометра и

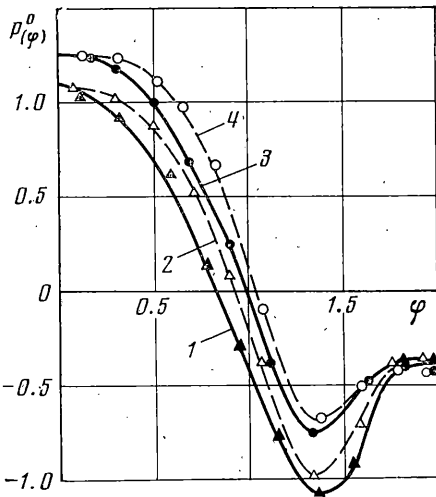
безынерционных датчиков давления, вмонтированных в вытесняющее тело 1, с непрерывной записью сигнала на осциллограф. Приемники давления 2 были расположены равномерно по центральному сечению с интервалом 12° . Регистрация давления осуществлялась групповыми манометрами.

Определение координат приемников давления и деформированной формы оболочки при варьировании скорости потока и внутреннего давления производилось на основании расшифровки кинограмм, полученных киносъёмкой процесса обтекания оболочки потоком воздуха с частотой 300 кадров в секунду.

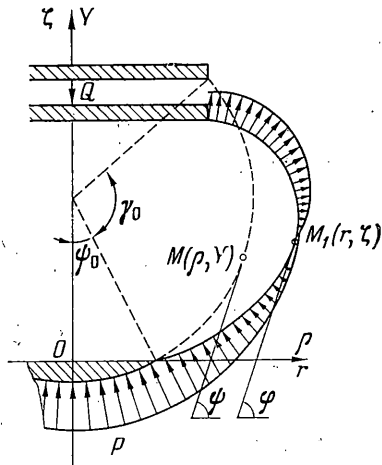
Для регистрации деформаций, возникающих в оболочке при действии потока, использовались измерительные преобразователи больших удлинений с упругими



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

элементами 3 и комплект тензоаппаратуры. Эксперименты проводились в аэродинамической трубе с открытой рабочей частью. Числа Рейнольдса, вычисленные по диаметру сферы $d=250$ мм, изменялись в процессе исследования от $Re=3 \cdot 10^6$ до $Re=6 \cdot 10^6$.

2. Результаты испытаний. В качестве первой задачи необходимо было получить распределение давления по поверхности сферы. Результаты этих экспериментов представлены на фиг. 2 в виде развернутых по углу φ полярных диаграмм, где значения коэффициента давления отложены от поверхности деформированной сферы как радиус-векторы.

Эксперименты проводились при различных числах Маха и значениях отношения интенсивности внутреннего давления и скоростного напора невозмущенного потока α . Как видно из фиг. 2, давление на лобовой части деформированной сферы уменьшается вдоль образующей от максимального значения в критической точке до нуля при $\varphi=0.8 \div 0.9$. За зоной положительных давлений следует зона разрежения с большой скоростью нарастания отрицательного давления вблизи точки перехода. Разрежение достигает максимума при $\varphi=\varphi_1$, затем уменьшается вплоть до точки отрыва пограничного слоя, после которой остается практически постоянным.

Сопоставление диаграмм распределения давления при фиксированном числе Маха и различных значениях a показывает, что уменьшение внутреннего давления в оболочке приводит к заметному изменению характера распределения внешнего давления по передней части сферы. Эпюра давления на задней полусфере остается почти неизменной. Интересно отметить, что положение точки отрыва практически не зависит от a и числа Маха и имеет место при $\varphi=1.75$. Кривые 1-4, приведенные на фиг. 2, соответствуют: $M=0.5, a=6.10$; $M=0.5, a=1.22$; $M=1.0, a=3.23$; $M=1.0, a=1.42$.

На основании анализа представленных выше результатов экспериментов эпюры давления, отнесенные к контуру деформированной оболочки, при изменении числа M в диапазоне 0.5-1.0 аппроксимированы для большей части сферы, обращенной к потоку, функцией вида

$$p^{\circ} = p_{*}^{\circ} \cos [k(M, \varphi) \varphi] \quad (2.1)$$

Здесь p_{*}° — максимальная амплитуда коэффициента давления в критической точке, а зависимость $k(M, \varphi)$ представлена выражениями $k=1.1 \varphi - 0.6 M + 1.0 (1 < a < 2.5)$, $k=0.5 \varphi - 0.7 M + 1.8 (a > 2.5)$.

3. Исходные зависимости и соотношения. Рассмотрим оболочку вращения (фиг. 3), образовавшуюся из безмоментной оболочки с начальной формой в виде сферы со срезанными вершинами под действием внутреннего давления и внешней нормальной нагрузки, возникающей при обтекании оболочки потоком воздуха. Оболочка замкнута жесткими днищами, причем радиус диска, обращенного к потоку, существенно меньше радиуса сферы R . Будем полагать, что вектор скорости невозмущенного потока перпендикулярен к плоскостям дисков.

Положение оболочки в исходном и деформированном состоянии определим при помощи систем координат ρOY и $r O\xi$. Введем следующие обозначения: q_0, q — интенсивности внутреннего давления до и после воздействия воздушного потока; ψ, φ — углы между касательной к меридиану и плоскостью, нормальной оси симметрии, для исходной и деформированной форм оболочки; γ_0 — угол шарового слоя; σ_1, σ_2 — меридиональное и кольцевое натяжения; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — главные относительные удлинения.

Из рассмотрения фиг. 3 легко установить следующие соотношения:

$$\rho = R \sin \psi, \quad Y = R (\cos \psi_0 - \cos \psi), \quad \operatorname{tg} \varphi = d\xi/dr$$

Выражения для деформаций запишутся через координаты в начальном и конечном состояниях следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{dr \cos \psi}{\rho \cos \varphi} - 1, \quad \varepsilon_2 = \frac{r}{\rho} - 1$$

В основу механической характеристики материала положим зависимость между главными натяжениями и деформациями в виде [4]

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 + E_1' \varepsilon_1^2 + \nu_{21} \sigma_2, \quad \sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 + E_2' \varepsilon_2^2 + \nu_{12} \sigma_1 \quad (3.1)$$

Здесь $E_1, E_1', E_2, E_2', \nu_{21}, \nu_{12}$ — постоянные коэффициенты, определяемые из аппроксимации кривых двухосного растяжения материала.

Введя безразмерные координаты и величины $z = \rho/R, x = r/R, y = Y/R, \eta = \xi/R, p_1 = \sigma_1/E_2, p_2 = \sigma_2/E_2$, из (3.1) получим

$$p_2 = \varepsilon_2 + c \varepsilon_2^2 + \nu_{12} p_1, \quad \varepsilon_1 = \left(m^2 + \frac{1 - \nu_{12} \nu_{21}}{b} p_1 - \frac{\nu_{21} \varepsilon_2 (1 + c \varepsilon_2)}{b} \right)^{1/2} - m$$

где $b = E_1'/E_2, c = E_2'/E_2, m = E_1/2E_1'$.

4. Основные системы уравнений. Уравнения, описывающие равновесие осесимметрично нагруженной оболочки вращения, имеют вид [5]

$$\sigma_2 = \sigma_1 + r \frac{d\sigma_1}{dr}, \quad \sigma_1 r \cos \varphi \frac{d\varphi}{dr} + \sigma_2 \sin \varphi = r (q - p^{\circ}(\varphi) q_{\infty}) \quad (4.1)$$

Здесь $p^{\circ}(\varphi) q_{\infty}$ — внешняя нормальная нагрузка от воздушного потока.

Воспользовавшись безразмерными координатами и величинами, уравнения (4.1) можно записать так:

$$\frac{dp_1}{dx} = \frac{p_2 - p_1}{x}, \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{(\alpha - p^{\circ}(\varphi) \beta) x - p_2 \sin \varphi}{p_1 x \cos \varphi}$$

где $\alpha = qR/E_2, \beta = q_{\infty}R/E_2$.

Выполнив некоторые преобразования, получим полную систему, описывающую деформированное состояние оболочки, в следующем виде:

$$\varepsilon_2 = \frac{x}{\sin \psi} - 1, \quad \varepsilon_1 = \left(m^2 + \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{b} p_1 - \frac{\nu_{21}\varepsilon_2(1 + c\varepsilon_2)}{b} \right)^{1/2} - m \quad (4.2)$$

$$p_2 = \varepsilon_2 + c\varepsilon_2^2 + \nu_{12}p_1, \quad \frac{dp_1}{d\psi} = \frac{p_2 - p_1}{x} (1 + \varepsilon_1) \cos \varphi \quad (4.3)$$

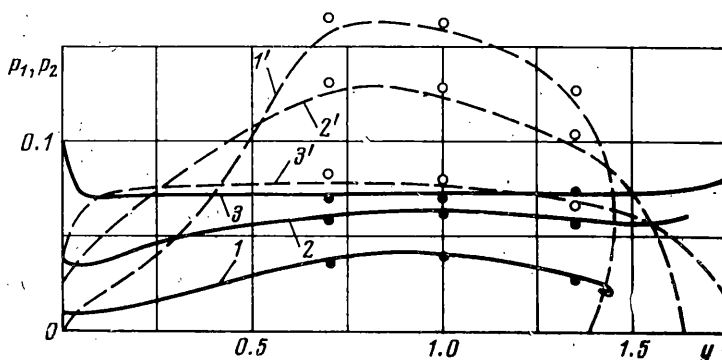
$$\frac{d\varphi}{d\psi} = \frac{(\alpha - p^\circ(\varphi)\beta)x - p_2 \sin \varphi}{p_1 x} (1 + \varepsilon_1) \quad (4.4)$$

$$\frac{dx}{d\psi} = (1 + \varepsilon_1) \cos \varphi, \quad \frac{d\eta}{d\psi} = (1 + \varepsilon_1) \sin \varphi \quad (4.5)$$

Рассматривая одноосную зону, следуя [5, 6], полагаем $p_2 = 0$. В этом случае система уравнений (4.3), (4.4), учитывая эту особенность, примет вид

$$\frac{dp_1}{d\psi} = -\frac{p_1}{x} (1 + \varepsilon_1) \cos \varphi, \quad \frac{d\varphi}{d\psi} = \frac{\alpha - p^\circ(\varphi)\beta}{p_1} (1 + \varepsilon_1) \quad (4.6)$$

Следует отметить, что в пределах одноосной области уже непригодна первая из формул (4.2). Для определения кольцевой деформации положим $c\varepsilon_2^2 + \varepsilon_2 + \nu_{12}p_1 = 0$. Отсюда $\varepsilon_2 = (\sqrt{1 - 4c\nu_{12}p_1} - 1)/2c$.



Фиг. 4

5. Метод решения. Полученные системы уравнений полностью описывают напряженно-деформированное состояние оболочки как для двухосной, так и для одноосной зон. Следует отметить, что в каждой конкретной задаче при определенном законе изменения внешнего давления можно получить решение упомянутых систем уравнений при помощи численного интегрирования и, следовательно, найти форму оболочки, а также главные натяжения.

Анализ результатов аэродинамических испытаний показал, что эпюра внешнего давления может быть представлена аналитически в виде

$$p^\circ(\varphi) = p_*^\circ \cos k\varphi_0 \quad (0 \leq \varphi \leq \varphi_0), \quad p^\circ(\varphi) = p_*^\circ \cos k\varphi \quad (\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_1) \quad (5.1)$$

$$p^\circ(\varphi) = p_*^\circ \cos k\varphi_1 + \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} (p_+^\circ - p_*^\circ \cos k\varphi_1) \quad (\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2)$$

$$p^\circ(\varphi) = p_+^\circ \quad (\varphi \geq \varphi_2)$$

Здесь p_+° — значение безразмерного коэффициента давления после точки отрыва пограничного слоя.

Перейдем к крайним условиям. В месте прикрепления оболочки к нижнему диску $\psi = \psi_0, x = \sin \psi_0$.

Для того чтобы начать процесс численного интегрирования, положим $\varphi = \varphi_0$, рассматривая эту величину как параметр. Значение меридионального натяжения в начальной точке, учитывая (5.1), определяется по формуле

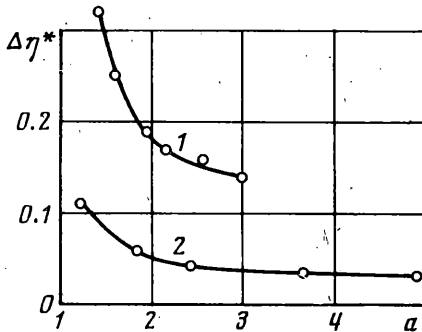
$$p_1 = \frac{\alpha - p_* \beta \cos \varphi_0}{2} \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_0}$$

В дальнейшем полагаем, что максимальное значение внешнего давления меньше давления в полости оболочки, т. е. $p_* \beta < \alpha$. Вначале интегрируется система (4.2) – (4.5), соответствующая двухосной зоне, так как для начальной точки $\varepsilon_2 = 0$, $p_2 > 0$. Если в процессе интегрирования p_2 принимает нулевое значение, то, начиная с этого момента, следует перейти к решению системы (4.5), (4.6), причем значение функций φ , x , η , полученных из уравнений (4.2) – (4.5) при $p_2 = 0$, следует считать начальным для системы (4.6).

Здесь необходимо обратить внимание на то, что при решении уравнений (4.6) нужно на каждом шаге интегрирования определять значение p_2 из (4.3), которое для одноосной зоны не будет кольцевым натяжением и всегда отрицательно. Если же окажется, что при дальнейшем интегрировании указанная величина примет нулевое значение, то, начиная с этого момента, следует вновь вернуться к решению уравнений двухосной зоны. В этом и состоит условие стыковки одноосной и двухосной зон.

Если $\varepsilon_2 \leq -(1 + \sqrt{1 - 4c\nu_{12}p_1})/2c$, то $p_2 > 0$. Но в этом случае переход от решения системы (4.5), (4.6) к системе (4.2) – (4.5) лишен физического смысла, поэтому следует выбрать новое значение начального параметра φ_0 . Численное интегрирование систем необходимо вести до тех пор, пока при некотором значении не выполнится условие закрепления оболочки к верхнему диску $\psi = \psi_0 + \gamma_0$, $x = \sin(\psi_0 + \gamma_0)$.

Полученные выше уравнения полностью решают задачу о равновесии мягкой сферической оболочки, внутреннее давление в которой не зависит от формоизменения, т. е. при $q = q_0$. Однако в практике имеют место случаи, когда внутреннее давление в оболочке



Фиг 5

изменяется в процессе нагружения ее внешней нагрузкой.

Полагаем, что при воздействии воздушного потока давление во внутренней полости изменяется по закону $qV^n = q_0V_0^n$. Здесь V_0 и V — соответственно объем оболочки до и после воздействия воздушного потока, n — показатель политропы.

Это уравнение в безразмерных обозначениях примет вид

$$\alpha v^n = \alpha_0 v_0^n, \quad v_0 = V_0/R^3, \quad v = V/R^3, \quad \alpha_0 = q_0 R/E_2 \quad (5.2)$$

Объем деформированной оболочки определяется решением совместно с (4.2) – (4.6) дифференциального уравнения $dv/d\psi = \pi x^2(1 + \varepsilon_1) \sin \varphi$.

Для решения указанной выше задачи интегрируем систему (4.2) – (4.6) при заданном начальном значении внутреннего давления, определяемого безразмерным параметром α_0 , и, полагая $\beta = 0$, находим начальную форму оболочки и ее объем v_0 . Затем решаем систему уравнений с учетом действия внешней нагрузки. Варьируя значением α , добиваемся выполнения равенства (5.2).

6. Обсуждение результатов теории и эксперимента. Ниже представлены результаты расчета сферической оболочки при следующих данных материала: $E_1 = 3500$ кг/м, $E_1' = 4000$ кг/м, $E_2 = 9000$ кг/м, $E_2' = 26000$ кг/м, $\nu_{21} = 0.14$, $\nu_{12} = 0.24$.

На фиг. 4 приведены графики изменения меридиональных и кольцевых натяжений по высоте оболочки (сплошные линии — p_1 , штриховые — p_2). Кривые 1, 1', 2, 2', 3, 3' построены при $\alpha = 0.14$ и следующих значениях M и a : 1, 1' (1.0; 1.42); 2, 2' (0.8; 2.22); 3, 3' (0; ∞). Сопоставление натяжений, полученных по расчету и экспериментально, показывает, что экспериментальные точки лежат вблизи теоретических кривых. Аналогичную сходимость экспериментальных и расчетных данных можно проследить при сравнении контуров деформированной оболочки и просадки ее полюса во всем исследованном диапазоне изменения чисел M и отношений внутреннего давления к скоростному напору.

На фиг. 5 представлена зависимость просадки полюса $\Delta\gamma_*$ от α при $M = 1.0$ (кривая 1) и $M = 0.5$ (кривая 2).

Расчеты показывают, что с ростом числа M при $\alpha = \text{const}$ изменение формы оболочки усиливается в зоне экватора и в зоне, примыкающей к опорному диску. Форма же части оболочки, обращенной к потоку, меняется незначительно. Одноосная зона возникает у опорного диска при $M > 1.0$ и $a < 1.5$.

Формоизменение оболочки в начальный период одноосности, по-видимому, не представляет опасности, хотя и сопровождается значительным ростом смещений. Дальнейшее снижение давления в оболочке приводит к заметному росту одноосной зоны и явлениям, опасным для прочности материала оболочки, — полосканию и хлопкам. В проведенных экспериментах именно в зоне опорного диска наблюдались разрушения оболочек.

Авторы благодарят С. А. Алексеева за обсуждение работы.

Поступила 11 V 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев С. А. Задачи статики и динамики мягких оболочек. Тр. VI Всес. конференции по теории оболочек и пластинок. М., «Наука», 1966.
2. Алексеев С. А. К расчету мягкой сферической оболочки в потоке жидкости. Инж. ж. МГТ, 1967, № 3.
3. Стрекозов Н. П., Харченко В. И. Равновесие мягкой сферической оболочки при воздействии воздушного потока. Тр. VII Всес. конференции по теории оболочек и пластинок. М., «Наука», 1970.
4. Стрекозов Н. П. Некоторые вопросы прочности конических и цилиндрических оболочек из мягких материалов. Тр. VI Всес. конференции по теории оболочек и пластинок. М., «Наука», 1966.
5. Алексеев С. А. Основы теории мягких осесимметричных оболочек. В сб.: Расчет пространственных конструкций, вып. 10. М., Стройиздат, 1965.
6. Григорьев А. С. Равновесие безмоментной оболочки вращения при больших деформациях. ПММ, 1961, т. 25, вып. 6.

УДК 533.6.013.42

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ КОНИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ

В. Ф. МАКИЕНКО, Э. Д. СКУРЛАТОВ, В. Г. СТАРЦЕВ,
В. А. ФЕЛЬДШТЕЙН

(Москва)

Современный уровень исследований по дифракции акустических волн на упругих оболочках отражают монографии [1-3]. Следующим этапом в развитии этого раздела аэроупругости является изучение воздействия на оболочки сильных ударных волн, распространяющихся со сверхзвуковыми скоростями.

Известно [4], что перепад давления и плотности газа на фронте волны сильного разрыва может значительно превосходить значения соответствующих параметров в невозмущенной среде. Кроме того, давление на поверхности неподвижной преграды, взаимодействующей с ударной волной, сильно увеличивается по сравнению с давлением во фронте. Отсюда следует, что эффект воздействия ударной волны на оболочку должен быть значительно более сильным по сравнению с тем случаем, когда волна является акустической. На это указывают, в частности, теоретические и многочисленные экспериментальные результаты [5-7]. Теоретическое исследование взаимодействия оболочек с ударными волнами, распространение которых описывается нелинейными уравнениями газовой динамики, сопряжено с большими трудностями. Интегрирование совместной системы уравнений аэроупругости может быть выполнено лишь в сравнительно простых случаях [8]. Результаты этой работы указывают на то, что при прогибах оболочки, имеющих величину порядка ее толщины, возмущениями параметров течения, вызванными изменением формы обте-