УДК 539.375

О НЕКОТОРЫХ РАБОТАХ ПО РАЗРУШЕНИЮ ХРУПКИХ ТЕЛ В ДИНАМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

С. С. ГРИГОРЯН

(Москва)

1. При высоких скоростях приложения нагрузки к материалам, обладающим склонностью к хрупкому разрушению, разрушение может происходить в относительно тонком слое, распространяющемся с достаточно большой скоростью по неразрушенной среде. Здесь в отличие от «статических» условий, когда разрушение осуществляется путем прорастания отдельных трещин, распространяющаяся тонкая зона разрушений (фронт разрушения) непрерывно насаждает в неразрушенном материале множество новых трещин.

Это обстоятельство делает неприменимыми существующие методы количественного описания одиночных трещин (или фиксированной системы одних и тех же трещин) к рассматриваемой ситуации (назовем ее разрушением в динамических условиях) и поэтому возникает задача формулировки количественного критерия разрушения применительно к этой ситуации.

Поскольку из-за множественного зарождения трещин на фронте разрушения материал за фронтом оказывается разбитым на большое число фрагментов, естественно схематизировать явление следующим образом. Процесс разрушения локализован на распространяющейся поверхности, являющейся поверхностью разрыва параметров движения и состояния среды (подобной ударным волнам). Впереди этой поверхности материал не разрушен и описывается некоторой моделью сплошной среды, позади располагается разрушенный материал, который описывается другой моделью сплошной среды.

Подчеркнем еще раз, что возможность принятия допущения о такого рода локализации процесса разрушения определяется эффектом множественного зарождения новых трещин при подходе фронта разрушения.

При такой схематизации возникает необходимость в формулировке дополнительных соотношений на поверхности разрыва – фронте разрушения, замыкающих систему соотношений, доставляемых общими законами сохранения.

2. Обсуждаемый вопрос был рассмотрен в работе [1], где в качестве дополнительного условия, характеризующего поверхность разрушения, было принято допущение о том, что в момент прихода фронта к неразрушенной частице последняя оказывается «подготовленной» к разрушению – некоторая характеристика ее напряженного состояния достигает предельно допустимой по прочности величины. Соответствующее дополнительное соотношение, замыкающее систему соотношений на фронте, предлагалось записывать в виде: $f(\sigma_{ij})=\text{const}$, где σ_{ij} — значения напряжений в неразрушенной частице в момент прихода к ней фронта разрушения. Было показано, что этого условия достаточно для разрешения соответствующих задач, и были рассмотрены конкретные задачи.

3. Несколько позднее этот вопрос рассматривался в работе Л. И. Слепяна [2], где было предложено иное (энергетическое) замыкающее условие на фронте разрушения. Л. И. Слепян предлагал считать, что при прохождении по материалу фронта разрушения теряется заданное количество механической энергии на единицу массы материала, которое, таким образом, следует рассматривать как постоянную материала, являющуюся ее прочностной характеристикой в условиях динамического разрушения.

Работа [2], как указывает автор, была написана в связи с появлением работы Л. А. Галина и Г. П. Черепанова [3], в которой рассматривалась задача о самоподдерживающемся разрушении сжатого хрупкого тела (одномерная задача о распространении фронта хрупкого разрушения при разгрузке) и в которой в качестве замыкающего условия было принято условие о равенстве скорости фронта разрушения скорости звука в неразрушенном материале.

Цель работы [2] состояла в том, чтобы рассмотреть «альтернативную (по отношению к схеме из [1]) гипотезу», т. е. предложить упомянутое выше энергетическое условие и построить с использованием этого условия решение задачи, рассмотренной в [3]. Сделано это было при дополнительных предположениях о том, что среда до разрушения линейно-упруга, а после разрушения превращается в идеальную сжимаемую жидкость с тем же модулем объемной деформируемости, что и в неразрушенном состоянии.

В конце работы отмечалось, что принятые допущения, в частности, о модели разрушенного материала в виде идеальной (лишенной внутреннего трения) жидкости, «не позволяют надеяться, что приведенные результаты дают хорошее количественное описание процесса» и что приемлемость «изложенных выше соображений в качестве основы для описания волны хрупкого разрушения должна быть. по-видимому, установлена опытным путем».

4. Можно думать, что именно эти обстоятельства (и сомнения) и были причиной появления следующей работы Л. И. Слепяна (в соавторстве с Л. В. Троянкиной) [4], посвященной тем же вопросам. В этой работе на основе схем из [1, 2] строятся приближенные решения задач об ударе хрупкого стержня о жесткую преграду, проводится сравнение результатов расчетов по этим схемам с экспериментом по удару стеклянных стержней и делается вывод о том, что «малый диапазон изменения m (скорости удара) в экспериментах не позволяет с уверенностью отдать предпочтение какому-либо из упомянутых предположений».

5. По поводу этих построений надо сказать, что для них из схемы работы [1] было взято только замыкающее соотношение, а предположение о свойствах разрушенного материала было иным и одним и тем же в расчетах по обеим схемам. Это предположение сначала было таким же, что и в [2] (идеальная жидкость), однако сопоставление с экспериментом в этом случае обнаружило существенные расхождения.

Поэтому допущение о свойствах разрушенной среды было изменено путем учета внутреннего трения, но весьма своеобразным способом – разрушенная среда считалась линейно-упругим телом с меньшим, чем у неразрушенного материала, модулем сдвига. Такая схематизация разрушенной среды (как и первоначальная) недопустима, так как она не учитывает основного свойства разрушенного материала – ее способность к необратимым деформациям и сопровождающую их диссипацию механической энергии.

Приведенные же в работе [4] рассуждения, имеющие целью обосновать указанный способ учета внутреннего трения, ошибочны. Что касается сопоставления двух теорий (и их сравнения с экспериментом), сделанного в этой работе, то оно некорректно, ибо из [1] взята только часть схемы, а остальное – собственные построения авторов.

6. В работе [4] имеется критика по поводу работы [3] — утверждается, что замыкающее соотношение для фронта разрушения, принятое в [3], противоречит законам сохранения. Однако этот вывод в [4] получен опять-таки при использовании из [3] только замыкающего условия (равенство скорости фронта разрушения скорости звука), а предположения о свойствах разрушенной среды взяты из [2], а не из [3]! В рамках же всех допущений из [3] построенное в [3] решение, конечно, законам сохранения не противоречит.

7. О работе [4] надо сказать еще следующее. Анализируя решение задачи, авторы обнаружили, что при убывании интенсивности волны разрушения напряжения всюду в области, охваченной движением, становятся меньше разрушающих! Отдавая себе отчет в том, что это грубо противоречит априорным представлениям о природе рассматриваемого процесса, авторы производят «ремонт» своего решения, а именно, принимают допущение о том, что в некоторый момент фронт разрушения мгновенно останавливается; от места остановки излучаются упругие волны, интенсивность которых такова, что дополнительных разрушений не возникает, и на этом процесс разрушений прекращается. Эта процедура, однако, не устраняет порока теории авторов, ибо еще до момента остановки фронта напряжения уже всюду меньше разрушающих, но это почему-то авторами допускается!

8. Работа Л. И. Слепяна с энергетическим замыкающим условием на фронте разрушения была опубликована в 1968 г. Через шесть лет увидела свет книга Г. П. Черепанова [5], в которой уделено внимание и обсуждаемой здесь проблеме хрупкого разрушения в динамических условиях. Там, в частности, построена «новая общая теория» разрушения при этих условиях, которая в идейном отношении отличается от теории из [1] только в одном пункте — вместо замыкающего условия из [1] предлагается...энергетическое условие Л. И. Слепяна но без каких-либо ссылок на Л. И. Слепяна.

9. Не останавливаясь на природе последнего феномена, обратимся к критике замыкающего условия из [1], приведенной в [5] в качестве основы для его замены на энергетическое условие. Г. П. Черепанов пишет (стр. 457): «Как показано в предыдущих главах, условие (8.14) (замыкающее условие из [1]) принципиально не может описать разрушения хрупких тел, так как для хрупких материалов в него входит еще скрытый структурный параметр – длина трещины (точнее, это соотношение будет зависеть от размеров, количества и расположения наиболее опасных трещин). Прочность хрупких материалов в зависимости от значений этого неучитываемого параметра может изменяться на несколько порядков».

По поводу этой критики надо сказать следующее. Прежде всего, ссылка на «предыдущие главы», не говоря о ее неконкретности, неуместна по существу, ибо в обсуждаемой теории речь идет о фронте разрушения, на котором процесс разрушения идет в существенно динамическом режиме и характеризуется множественным возникновением все новых трещин в частицах, по которым проходит фронт, в то время как «в предыдущих главах» рассматривались лишь статические (или квазистатические) задачи о развитии отдельных трещин или фиксированных регулярных систем таких трещин, одних и тех же в процессе развития, но не возникающих в этом процессе.

Приведенное возражение против условия (8.14) тем более странно, что несколько ранее в том же параграфе (стр. 449) автор пишет: «Для решения задач этой главы по тем или иным причинам часто бывает недостаточно развитого выше (т. е. в предыдущих главах) аппарата, и необходимо построение новых математических моделей».

В самом деле, если материала предыдущих глав недостаточно для рассматриваемых в данной главе вопросов, то как можно оперировать этими главами для критики условия (8.14), представляющего существенный элемент именно такой «новой математической модели», построение которой «необходимо» и которая уже сравнительно давно была построена и использована при решении многих конкретных задач?

С другой стороны, казалось бы, предлагаемая Г. П. Черепановым общая теория должна быть свободна от порока, которым, по его мнению, обладает критикуемая им «наиболее полная теория действия взрыва (из предложенных ранее)» (стр. 457), изложенная в [1]. В действительности же это не так. Схема из [1] и общая теория Г. П. Черепанова отличаются только одним — замыкающим условием для фронта разрушения, хотя Г. П. Черепанов и пишет, что «имеются и некоторые другие отличия от излагаемой здесь теории, однако они менее существенны» (стр. 457), но это неверно — отличие в замене нашего условия (8.14) на энергетическое условие (принадлежащее, как указывалось выше, Л. И. Слепяну, а не Г. П. Черепанову).

По поводу этой замены надо сказать, что логика аргументации в ее пользу, содержащаяся в приведенной выше цитате, совершенно несостоятельна. Действительно, против нашего условия (8.14) Г. П. Черепанов выдвигает «принципиальное» возражение, состоящее в том, что это условие не учитывает скрытый структурный параметр и т. д., и заменяет его другим условием. Но оно... тоже не учитывает этого параметра, ибо в этом условии, как и в (8.14), тоже содержится лишь одна постоянная — «энергия разрушения», которая ни от каких структурных параметров не зависит, она — постоянная материала!

В последующем тексте Г. П. Черепанов пишет (стр. 457): «поэтому (т. е. из-за влияния скрытого параметра) вследствие развития трещин разрушающие напряжения на поверхности разрушения в хрупком теле могут изменяться на несколько порядков, если начальное давление газов в зарядной камере (речь идет о разрушении при взрыве) достаточно велико: от весьма больших значений в начальные моменты времени (бо́льших, чем в статических условиях) до очень малых значений (существенно меньших, чем в статических условиях испытания) при больших временах, когда фронт разрушения приближается к границе конечной полости». Это рассуждение интересно в двух аспектах.

Во-первых, здесь (по-видимому, неосознанно) желаемое выдается за действительное, ибо обсуждается возможное влияние на разрушающие напряжения скрытого параметра («вследствие развития трещин»), тогда как в предлагаемом Г. П. Черепановым условии разрушения, как отмечалось выше, этот параметр не учтен.

Во-вторых, при использовании этого условия для решения задач, в которых по необходимости интенсивность фронта разрушения будет убывать со временем (таковой, в частности, является задача о взрыве), в решениях «разрушающее» напряжение, т. е. напряжение на передней (обращенной в неразрушенную область материала) стороне фронта, действительно, будет меняться в процессе распространения фронта, однако не из-за влияния скрытого параметра (о чем только что было сказано), а в силу математических свойств решения задачи в целом, и вовсе не так, как это описано в приведенной цитате, а... прямо противоположным образом — при удалении фронта от центра взрыва напряжение на передней его стороне будет расти, а не убывать!

Это легко установить, рассмотрев энергетическое условие разрушения и приняв во внимание только факт убывания интенсивности фронта разрушения при его удалении от центра взрыва. Этот эффект непосредственно вытекает и из формул работ [2, 4] истинного автора энергетического условия разрушения Л. И. Слепяна (см., например, формулу (1.8) из [4]).

После всего сказанного выше невозможно не привести еще одну цитату из Г. П. Черепанова (стр. 458): «Поэтому предлагаемая теория представляется более точной и к тому же принципиально более простой (вместо эмпирической функции от трех переменных в (8.14) — одна константа D). В логическом отношении она является развитием общего энергетического подхода (§ 2, гл. V), родственного энергетическому методу в теории трещин».

Кажется, нет нужды в детальных комментариях — изложенного выше вполне достаточно для суждения о логике, принципиальности и простоте «новой общей теории».

10. Далее в [5] автор занимается решением конкретной задачи о взрыве. Не вдаваясь в подробности по поводу этой части книги, надо лишь сказать, что она представляет собой небрежную переделку решения этой же задачи, построенного с использованием условия (8.14) и проанализированного в [1] на случай, когда вместо (8.14) используется энергетическое условие. Хотя при этом автор широко пользуется формульным материалом из [1] (вплоть до обозначений!), хорошего решения построить ему не удается. Говорится о многих возможных «режимах», т. е. разных решениях задачи в целом, но однозначного выбора так и не делается, и, что здесь наиболее важно, при попытке замкнуть систему соотношений для одного конкретно намеченного решения автор почему-то свое условие разрушения применяет только на одном из двух имеющихся в решении фронтов разрушений, вопреки логике, предписываемой его общей теорией.

11. Следующий раздел обсуждаемой главы из [5] посвящен уже упоминавшейся выше задаче о самоподдерживающемся разрушении, т. е. задаче о дроблении предварительно напряженного упругохрупкого тела при резком освобождении части его поверхности от внешней нагрузки.

Рассмотрен простейший одномерный случай, когда однородное тело занимает полупространство, находится в однородном напряженном состоянии, а разрушение начинается в результате мгновенного снятия нагрузки с граничной плоскости. Как уже отмечалось, эта задача рассматривалась в [3], когда еще не было общей теории Г. П. Черепанова. Однако естественно предположить, что при изложении ее решения в книге [5] автор должен был бы рассматривать это решение в рамках своей общей теории. Этого, к сожалению, он не сделал, поэтому проведем соответствующее детальное рассмотрение задачи, из которого, в частности, будут сделаны дополнительные выводы о свойствах общей модели с энергетическим условием разрушения.

Уже отмечалось, что в качестве замыкающего условия на фронте разрушения в данной задаче автор принимает равенство скорости фронта разрушения V скорости продольных упругих волн c_0. Кроме этого, принимается, что в разрушенном материале все напряжения равны нулю.

Для обоснования условия $V=c_0$ приводятся рассуждения о том, что (стр. 475) «V не может быть меньше c_0, так как тогда волна разгрузки обгонит волну разрушения, а самопроизвольное разрушение разгруженного материала невозможно», и что «V, очевидно, также не может быть больше скорости распространения возмущений c_0, которые подготавливают материал к разрушению». Дополнительно делается замечание о том, что «эти соображения совершенно аналогичны тем, которые приводят к гипотезе Чепмена – Жуге в теории стационарной детонации».

Покажем, что эти допущения и полученное на их основе решение неприемлемы. Прежде всего покажем, что это решение построено в противоречии с логикой действий, предписываемых общей теорией из [5]. Для этого рассмотрим задачу с простейшим заданием начального напряженного состояния, когда $\sigma_{ij}^{\circ}=-p_0\delta_{ij}$, $p_0=\text{const}>0$, хотя в [5] рассматривается более общий случай с однородным, но не «гидростатическим» начальным напряженным состоянием. Влияние негидростатичности может быть проанализировано столь же просто, но несколько громоздко и здесь рассматриваться не будет.

В этом случае законы сохранения массы и импульса на фронте разрушения, являющемся поверхностью разрыва, при принятом автором допущении, что все напряжения за этим фронтом равны нулю, но без его допущения $V=c_0$ дают

$$v_x=-\frac{p_0}{\rho_0 V},\qquad \rho_F=\frac{\rho_0}{1+p_0/\rho_0 V^2} \tag{1}$$

где v_x и ρ_F – скорость и средняя плотность разрушенного материала за фронтом разрушения, V – скорость фронта, ρ_0 – начальная плотность материала. Согласно общей теории из [5] в качестве соотношения, замыкающего систему (1), следует принять

$$\Pi\equiv U_0+\frac{p_0}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_F}\right)\geqslant D \tag{2}$$

причем равенство надлежит принять, если $V<c_0$, а при $V=c_0$ должно быть $\Pi>D$. Здесь U_0 – начальная удельная (на единицу массы) упругая энергия среды, а D – постоянная величина, характеризующая «энергоемкость» процесса динамического разрушения материала, т. е. его разрушения распространяющимся фронтом.

Таким образом, необходимо установить (в терминах значений задаваемых величин), при каких условиях в (2) будет соблюдаться знак равенства и определить значение V в этом случае, а при каких условиях будет $V=c_0$ и в (2) будет соблюдаться знак неравенства. В рассматриваемом случае, когда начальное напряженное состояние гидростатично, для U_0 будем иметь

$$U_0=\frac{p_0^2}{2K\rho_0}\equiv\frac{p_0^2}{2\rho_0^2c_v^2}\tag{3}$$

где K – модуль упругой объемной деформации, а c_v – «объемная» скорость звука для материала. Отметим, что выражение для U_0 в общем негидростатическом случае, написанное в [5], ошибочно. Приняв в (2) знак равенства и подставив ρ_F из (1), получаем выражение для V

$$V=c_v(1-2\rho_0^2c_v^2D/p_0^2)^{-1/2}>c_v\tag{4}$$

По этой формуле в «дозвуковом» случае с ростом начального напряжения (давления) p_0 скорость фронта разрушения V монотонно падает, приближаясь к c_v. Предельно допустимая общей моделью из [5] скорость $V=c_0$ достигается при значении p_0, равном

$$p_0=p_{0*}=\rho_0c_v\sqrt{2D}[1-(c_v/c_0)^2]^{-1/2}\tag{5}$$

Для построения решения при $p_0<p_{0*}$ необходимо дополнительное предположение. Оно может состоять либо в принятии условия, что при $p_0<p_{0*}$ разрушения не происходит, и тогда при всех $0<p_0<p_{0*}$ решением является упругая волна разгрузки, идущая со скоростью c_0, на фронте которой нормальное к фронту напряжение (и только оно!) скачком падает до нуля, а частицы среды скачком приобретают скорость $v_x=-p_0/(\rho_0c_0)$, либо в принятии допущения, что и при $p_0<p_{0*}$ происходит разрушение, но уже с соблюдением знака неравенства в (2) и $V=c_0$.

Однако при $p_0<p_{0*}$ и $V=c_0$ в (2) будет соблюдаться неравенство противоположного знака, ибо $\Pi=(p_0/p_{0*})^2\Pi(p_{0*})=(p_0/p_{0*})^2D<D$, т. е. второе допущение приводит к противоречию, и, значит, нужно принять первое. Таким образом, решение задачи в рамках общей модели из [5] при дополнительном предположении, что впереди фронта разрушения нет возмущений и все напряжения за фронтом разрушения равны нулю, построено полностью.

Еще раз отметим качественные особенности этого решения. Согласно ему, при значениях начального напряжения $0<p_0<p_{0*}$ разрушений не происходит; по сжатому материалу распространяется лишь упругая волна разгрузки со скоростью c_0, снимающая напряжения σ_{xx}, но оставляющая отличными от нуля напряжения $\sigma_{yy}=\sigma_{zz}$. При $p_0>p_{0*}$ по материалу распространяется фронт разрушения, за которым все напряжения обращаются в нуль; при этом с ростом p_0 скорость фронта монотонно падает, приближаясь к значению c_v при $p_0\to\infty$.

Как отмечалось, в [5] приведено не это решение! Там для значений $p_0>p_{0*}$ построено решение с $V=c_0$ и $\Pi>D$, т. е. постулирована независимость скорости фронта разрушения от p_0 и равенство этой скорости величине c_0.

Отметим, что и в этом решении при отсутствии разрушения за фронтом будет $\sigma_{yy}=\sigma_{zz}\neq0$ и лишь $\sigma_{xx}=0$, а при разрушении – за фронтом $\sigma_{xx}=\sigma_{yy}=\sigma_{zz}=0$. Это решение также удовлетворяет всем требованиям общей модели из [5]. Таким образом, приходим к выводу, что для частной простейшей задачи эта модель приводит к неединственности решения. По непонятным причинам автор изложил лишь одно из двух допустимых решений.

Отметим, что оба эти решения обладают свойствами, плохо вяжущимися с априорными интуитивными представлениями об ожидаемом характере изменения процесса при изменении начального напряжения. Действительно, по одному из этих решений, с ростом p_0 скорость фронта разрушения падает (?!), по другому,– эта скорость не зависит от p_0! Далее, по каждому из них, при переходе p_0 через значение p_{0*}, разграничивающее случаи, когда разгрузка сопровождается или не сопровождается разрушением материала, скачком меняются значения боковых напряжений σ_{yy} и σ_{zz} в разгруженной области за фронтом волны (т. е. нет монотонной зависимости этих напряжений от p_0). Все это представляется странным и обусловлено качеством общей теории из [5]. Факт же неединственности решения, который, конечно, недопустим для рациональной модели, дополнительно характеризует это качество.

Однако изложенным не исчерпываются возможности общей модели из [5] для анализа рассматриваемой задачи. Дело в том, что обсуждавшиеся выше решения построены с принятием условия, что впереди фронта разрушений отсутствуют какие-либо возмущения (см. цитату из [5] выше). Однако принятие самого этого условия является произвольным допущением, не вытекающим из идеологии общей модели из [5]. Наоборот, эта идеология предписывает при $V<c_0$ вводить возмущения впереди фронта разрушений, однако это обстоятельство почему-то ускользает от автора.

Итак посмотрим, что дает введение возмущений, идущих впереди фронта разрушения. Очевидно, эти возмущения должны представлять собой плоскую упругую волну разгрузки, идущей по невозмущенной среде со скоростью c_0, со скачкообразным изменением параметров на фронте $x=c_0t$. Условия на этом фронте дают

$$v_x=v_*=-\frac{1}{\rho_0c_0}(\sigma_*+p_0),\quad v_y=v_z=0,\quad \sigma_{xx}=\sigma_*$$

$$\sigma_{yy}=\sigma_{zz}=-p_0+\frac{1}{2}(\sigma_*+p_0)\left[3\left(\frac{c_v}{c_0}\right)^2-1\right] \tag{6}$$

и эти значения скоростей и напряжений сохраняются всюду в области $Vt<x<c_0t$ (x – лагранжева координата).

В области $x<Vt$, по принятым в [5] условиям, будет $\sigma_{xx}=\sigma_{yy}=\sigma_{zz}=0$, $v_y=v_z=0$. Поэтому из законов сохранения на фронте $x=Vt$ получим

$$v_x=v_*+\frac{\sigma_*}{\rho_0V},\quad \frac{1}{\rho_*}-\frac{1}{\rho_F}=\frac{\sigma_*}{\rho_0^2V^2} \tag{7}$$

где ρ_* – значение плотности в области $Vt<x<c_0t$. Согласно общей модели из [5] при $V<c_0$ замыкающее условие на фронте $\Pi_*=D$ с учетом (7) следует принять в виде

$$\Pi_*\equiv U_*-\frac{\sigma_*}{2}\left(\frac{1}{\rho_*}-\frac{1}{\rho_F}\right)=U_*-\frac{\sigma_*^2}{2\rho_0^2V^2}=D \tag{8}$$

Здесь U_* – плотность упругой энергии для состояния перед фронтом разрушения. Легко показать, что для U_* справедливо выражение

$$U_*=U_0-{}^1/{}_2(p_0^2-\sigma_*^2)/(\rho_0^2c_0^2) \tag{9}$$

Подставив (9) в (8) с учетом (3) и разрешив получающееся уравнение относительно V, окончательно получим

$$V=c_v\left\{\left(\frac{c_v}{c_0}\right)^2+\left[1-\left(\frac{c_v}{c_0}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{p_{0*}}{p_0}\right)^2\right]\left(\frac{p_0}{\sigma_*}\right)^2\right\}^{-1/2} \tag{10}$$

В этой формуле величина σ_* произвольна! Таким образом, более последовательное применение общей модели из [5] приводит к решению задачи с произвольным параметром – значением $\sigma_{xx}=\sigma_*$ впереди фронта разрушения.

Полученное выше решение (4) следует из (10) при $\sigma_*=-p_0$, т. е. при отсутствии возмущений перед фронтом разрушения, что естественно. Решение (10) обладает тем же качественным свойством, что и (4) – с ростом p_0 скорость фронта V убывает, однако в отличие от (4) при $p_0\to\infty$ получается $V\to0$ (по (4), при $p_0\to\infty$ $V\to c_v$).

Далее, решение (10) допускает любые значения параметра σ_*, в том числе $|\sigma_*|>p_0$! Это означает, что фронт разрушения может излучать вперед возмущение, в котором напряжение σ_{xx} может быть сколь угодно большим по величине. При $|\sigma_*|\to\infty$ из (10) получается $V\to c_0$, т. е. решение из [5].

Таким образом, истинный смысл «простого» решения автора [5] в рамках его общей теории состоит в том, что фронт разрушения имеет своеобразную структуру, в пределах которой модуль напряжения σ_{xx} возрастает от начального значения p_0 до бесконечности и затем в процессе разрушения падает до нуля. Если же не требовать выполнения $V=c_0$, то в решении остается совершенно произвольной интенсивность излучаемой фронтом разрушения упругой волны разгрузки.

Читателю предоставляется самому выработать дальнейшие суждения как относительно общей теории, так и решения частной задачи, данных в книге [5].

В завершение обсуждения части рассмотрений в [5], посвященных самоподдерживающемуся разрушению, укажем еще на такой курьез. Г. П. Черепанов, проводя оценку размеров частиц, на которые разбивается материал в этом процессе, для обоснования принимаемого им допущения о шарообразности этих частиц (?), пишет (стр. 476), что для них «шаровидная форма энергетически наиболее выгодна». И это для твердых фрагментов разрушенного сколом хрупкого тела? Он же на следующей странице пишет, что в опыте осколки имеют вид иголок.

12. Обратимся теперь к решению задачи в рамках другой общей модели, предложенной в [1]. Предварительно отметим, что в [1] при анализе исходных данных в задаче о сферически-симметричном взрыве в упругохрупком материале полностью решен вопрос о предельных значениях граничного воздействия (на сферической полости) на среду, находящуюся в начальном напряженном (гидростатическом)

состоянии, соответствующих возникновению фронтов разрушения, как в случае, когда граничное воздействие есть дополнительное скачкообразное нагружение, так и в случае, когда это – разгрузка.

Кроме того, там выявлены все качественные особенности решений, диапазоны возможных значений скоростей фронтов разрушения и т. д. В частности, установлена монотонная (и в нужную сторону) зависимость этих скоростей от интенсивности фронта разрушения, а также единственность решения. Все это сделано для более сложной задачи со сферической симметрией, по сравнению с которой обсуждаемая здесь задача представляется иллюстративным примером. Тем не менее автор вынужден выписать это решение для сопоставления с тем, что обсуждалось выше.

В рамках данной модели обязательно должно быть указано, какими уравнениями в общем случае описываются неразрушенная и разрушенная среды, а условие, замыкающее систему соотношений на фронте разрушения, выражает достижение некоторой комбинацией напряжений предельной величины на стороне фронта, обращенной в неразрушенную область (в модели [5] таким условием, как указывалось, является (2)).

В рассматриваемой здесь задаче при распространении по материалу разгрузочных возмущений плоскими волнами (без возможности боковых деформаций) в условиях, когда разрушения не возникает, решение определяется формулами

$$\sigma_{ij} = -p_0\delta_{ij}, \quad v_i=0, \quad x>c_0t$$

$$\sigma_{xx}=0, \quad v_x = -\frac{p_0}{\rho_0 c_0}, \quad \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -\frac{2G}{K+{}^4/_3G}p_0 \tag{11}$$

$$v_y=v_z=0 \quad (0\leqslant x<c_0t)$$

где K, G – упругие модули, и, значит, боковые напряжения при разгрузке остаются сжимающими. Отсюда следует, что разрушения, которые возникнут при увеличении p_0, будут происходить по сколовому механизму.

Простейшим предельным условием для описания состояния материала перед его разрушением может служить ограничение на величину максимального касательного напряжения [1], т. е. соотношение

$$|\sigma_{xx}-\sigma_{yy}|=2\tau_*=\text{const} \tag{12}$$

где τ_* – прочность на разрушение сколом.

Тогда в соответствии с (11) диапазон значений p_0, при которых разрушений не возникает, будет определяться неравенствами

$$-\left(\frac{4}{3}+\frac{K}{G}\right)\tau_* < p_0 < \left(\frac{4}{3}+\frac{K}{G}\right)\tau_* \tag{13}$$

Здесь для общности рассматривается также и случай $p_0<0$, когда прочность на отрыв превышает величину в правой части (13). Согласно общей схеме модели [1] при нарушении условий (13) возникнет разрушение сколом, причем схема явления будет следующей. По невозмущенному материалу пойдет упругая волна разгрузки, на фронте которой напряжения и скорости частиц меняются скачком и так, что $\sigma_{xx}+p_0$ обращается в одно из значений в (13), и далее за фронтом эти параметры не меняются с координатой x вплоть до фронта разрушения, идущего с меньшей, чем c_0, скоростью. В области за фронтом разрушения среда описывается некоторой схемой упругопластического материала, например простейшей, по которой по объемной деформируемости материал остается упругим с тем же модулем, что и в неразрушенном состоянии, а условие пластичности имеет вид

$$|\sigma_{xx}-\sigma_{yy}|=2\tau_{**}, \quad \tau_{**}\leqslant\tau_* \tag{14}$$

Решение задачи при такой схеме строится элементарно и определяется формулами

$$\sigma_{ij} = -p_0\delta_{ij}, \quad v_i=0 \quad (x>c_0t) \tag{15}$$

$$\sigma_{xx} = -p_0 \pm \left(\frac{4}{3}+\frac{K}{G}\right)\tau_*, \quad \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p_0 \pm \left(\frac{K}{G}-\frac{2}{3}\right)\tau_* \tag{16}$$

$$v_x = \mp\frac{\tau_*}{G}c_0, \quad v_y=v_z=0 \quad (ct<x<c_0t)$$

$$\sigma_{xx}=0, \quad \sigma_{yy}=\sigma_{zz} = \mp 2\tau_*;$$

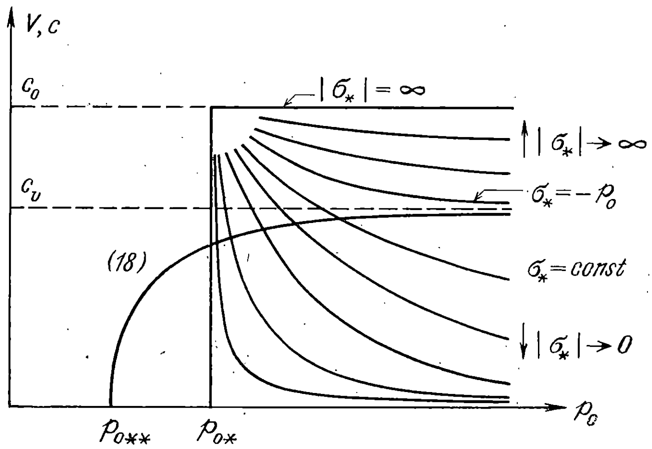
$$v_x = \mp \frac{\tau_*}{G} c_0 + \frac{1}{\rho_0 c} \left[-p_0 \pm \left(\frac{4}{3} + \frac{K}{G} \right) \tau_* \right]$$
$$v_y = v_z = 0 \quad (0 \leqslant x < ct) \tag{17}$$

Для скорости фронта разрушения c при этом будем иметь формулу

$$c = c_v \left[1 + \frac{{}^4/_3 (\tau_* - \tau_{**})}{\pm p_0 - ({}^4/_3 + K/G)\tau_*} \right]^{-1/2} \tag{18}$$

Формулы (15) – (18) справедливы при $|p_0| > ({}^4/_3 + K/G)\tau_* p_{0**}$. При меньших $|p_0|$ движение происходит без разрушений, и решение дается формулами (11).

В построенном решении с ростом p_0 (при $p_0 > 0$) скорость фронта разрушения монотонно растет от нуля, приближаясь к c_v при $p_0 \to \infty$ и, таким образом, она ни



при каких значениях p_0 не может приблизиться к c_0. В специальном случае, когда $\tau_{**} = \tau_*$, эта скорость постоянна и равна c_v.

Напряжения σ_{yy}, σ_{zz}, определяемые по формулам (11) и (16) при $p_0 = ({}^4/_3 + K/G)\tau_*$, одинаковы, т. е. упомянутый выше дефект решения по модели из [5], состоящий в отсутствии непрерывной зависимости боковых напряжений от p_0, здесь отсутствует. Скорость разлета разрушенного материала по (17) монотонно растет с ростом p_0, приближаясь к $-p_0/\rho_0 c_v$ при $p_0 \to \infty$.

Все эти свойства построенного решения находятся в полном соответствии с естественными интуитивными представлениями о влиянии изменений начального напряженного состояния на характеристики процесса разгрузки и разрушения материала. Построенное решение в рамках использованной модели, разумеется, единственно.

Для придания наглядности рассмотренному выше на фигуре схематически показаны графики зависимости скорости фронта разрушения от p_0, соответствующие формулам (4), (10) и (18).

В заключение отметим, что в [2] также построено решение рассмотренной задачи, но с использованием энергетического замыкающего условия и с неверной (см. выше) схематизацией разрушенного материала. В связи с последним обстоятельством нет надобности в детальном анализе этого решения.

Выводы

1. В работе [1] предложена математическая модель для описания процессов разрушения твердых хрупких материалов в динамических условиях, когда разрушение локализовано в тонком слое, распространяющемся по материалу, и характеризуется множественным зарождением новых трещин при прохождении по материалу этой зоны разрушений. Зона разрушений схематизирована математической поверхностью разрыва (фронтом разрушения), для которой сформулировано дополнительное соотношение – условие разрушения, замыкающее систему соотношений на поверхности разрыва. Предложена процедура построения уравнений, описывающих поведение материала в неразрушенном и разрушенном состояниях и проведен анализ свойств решений типичных задач.

2. В работе Л. И. Слепяна [2] предложена другая схематизация тех же процессов – с иным по физической природе замыкающим условием на фронте разрушения и с иной моделью для описания разрушенного материала.

В работе [4] решена конкретная задача в двух вариантах: с использованием схемы из [2] и схемы, являющейся комбинацией замыкающего условия из [1] и уравнений, описывающих разрушенный материал, взятых из схемы [2], и проведено сравнение результатов. Получен вывод о невозможности при сопоставлении их с экспериментом сделать выбор из двух решений.

На основе применения уравнений для разрушенной среды из [2] для анализа решения задачи из работы Л. А. Галина и Г. П. Черепанова [3] сделан критический вывод о некорректности этого решения.

3. В настоящей работе показано, что: 1) математическая модель разрушенного материала из работы [2] неприемлема; 2) использование полной модели из [2] (замыкающее соотношение и модель разрушенного материала) приводит к физически неприемлемым результатам – допускает решение задачи с разрушением при напряжениях, строго меньших, чем разрушающие; 3) критика работы [3], данная в работе [4], неверна.

4. В книге Г. П. Черепанова [5], опубликованной через шесть лет после работы [2], предложена новая общая теория обсуждаемых здесь процессов; подвергнуто критике замыкающее соотношение из [1]; ранее изученная в [1] задача о взрыве рассмотрена в рамках этой общей теории; приведено решение задачи из [3] о самоподдерживающемся разрушении без обсуждения в рамках этой общей теории.

5. В настоящей работе показано, что: 1) новая общая теория из [5] отличается от схемы из [1] заменой замыкающего соотношения на фронте разрушения из [1] на замыкающее соотношение Л. И. Слепяна из [2], при этом никаких ссылок на [2] автором [5] не сделано; 2) имеющаяся в [5] критика замыкающего соотношения из [1] несостоятельна; 3) рассмотрение задачи о взрыве в [5] на базе новой общей теории непоследовательно с точки зрения логики действий, предписываемых этой теорией; 4) рассмотрение в [5] задачи о самоподдерживающемся разрушении непоследовательно с точки зрения новой общей теории.

Далее в настоящей работе проведено исследование решения последней задачи в рамках новой общей теории и установлены неединственность решения и наличие у решения качественных свойств, противоречащих естественным априорным представлениям о характере решения; построено решение этой задачи в рамках схемы из [1], решение это единственно и согласуется с указанными представлениями.

6. Предложенные Л. И. Слепяном и Г. П. Черепановым «усовершенствования» схемы из [1] (в частности, замыкающего соотношения на фронте разрушения) неудовлетворительны – они порождают неединственность и неприемлемые (с точки зрения физики явления) свойства решений конкретных задач.

Поступила 18 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Григорян С. С.* Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород. ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
2. *Слепян Л. И.* О волне хрупкого разрушения. Инж. ж. МТТ, 1968, № 4.
3. *Галин Л. А., Черепанов Г. П.* О самоподдерживающемся разрушении напряженного хрупкого тела. Докл. АН СССР, 1966, т. 167, № 3.
4. *Слепян Л. И., Троянкина Л. В.* Разрушение хрупкого тела при продольном ударе. Инж. ж. МТТ, 1969, № 2.
5. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1974.

УДК 539.375

О МОДЕЛЯХ В ТЕОРИИ ВОЛН ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Л. И. СЛЕПЯН

(*Ленинград*)

В известных автору работах волна хрупкого разрушения рассматривается как движущаяся поверхность, разделяющая сплошную среду на две части: в первой материал находится в исходном (не разрушенном) состоянии, во второй – разрушен, т. е. подчиняется другому уравнению состояния. Для описания движения волны раз-