

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
И РАЗРУШЕНИЯ ПЛИТЫ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ
ПРИ УДАРЕ БОЙКАМИ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

В. А. ГРИДНЕВА, А. И. КОРНЕЕВ, В. Г. ТРУШКОВ

(Томск)

Некоторые двумерные задачи высокоскоростного соударения численно исследованы в [1, 2], однако в этих работах не рассматривался вопрос о разрушении взаимодействующих тел.

Здесь численным методом, основанным на схеме Лакса — Вендроффа [3] и методе маркеров [4], в рамках упругопластической модели сплошной среды, когда первый инвариант тензора напряжений есть функция плотности и внутренней энергии, рассмотрена задача, указанная в заглавии.

Целью работы является исследование характера течения, возникающего в процессе удара, и расчет влияния формы бойка на разрушение плиты конечной толщины на основе временного критерия прочности.

Полученные результаты, там где это возможно, сравниваются с экспериментальными данными.

1. Боек, представляющий собой тело вращения, ударяется о цилиндр конечной толщины, жестко закрепленный по боковой поверхности. Считается, что в процессе взаимодействия материалы соударяющихся пар следуют модели упругопластической среды, в которой первый инвариант тензора напряжений σ является функцией плотности ρ и внутренней энергии e . В предположении независимости всех искомых функций от угла φ цилиндрической системы координат (нормальный удар) система уравнений, включающая в себя уравнения сохранения массы, количества движения и энергии, примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(Ur) + \frac{\partial}{\partial r}(Fr) + \frac{\partial}{\partial z}(Gr) = H \quad (1.1)$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 - \sigma_r \\ \rho uv - \sigma_{rz} \\ (e - \sigma_r)u - \sigma_{rz}v \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \sigma_{rz} \\ \rho v^2 - \sigma_z \\ (e - \sigma_z)v - \sigma_{rz}u \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_\varphi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

где u, v — скорости частиц среды по осям r и z ; $\sigma_r = \sigma + S_r$, $\sigma_z = \sigma + S_z$, $\sigma_\varphi = \sigma - (S_r + S_z)$, $\sigma_{rz} = S_{rz}$ — компоненты тензора напряжений; $S_r, S_z, S_\varphi = -(S_r + S_z)$, S_{rz} — компоненты девiatorа тензора напряжений; $e = \rho[\varepsilon + 1/2(u^2 + v^2)]$ — полная энергия.

Определяющие соотношения, замыкающие систему (1.1), в которых сдвиг описывается аналогично [5], запишутся следующим образом:

$$E = \frac{D}{Dt} S + \lambda S \quad (1.2)$$

$$\sigma(\rho, \varepsilon) = \sum_{i=1}^3 a_i \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^i + \rho \left[a_4 + a_5 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \right] \varepsilon \quad (1.3)$$

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} 2\mu e_r \\ 2\mu e_z \\ \mu e_{rz} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{Bmatrix} S_r \\ S_z \\ S_{rz} \end{Bmatrix}$$

$$e_r = \frac{\partial u}{\partial r} - \theta, \quad e_z = \frac{\partial v}{\partial z} - \theta, \quad e_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r}, \quad \theta = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

e_r, e_z, e_{rz} — компоненты девиатора тензора скоростей деформаций; θ — первый инвариант тензора скоростей деформаций; a_i — постоянные, идентифицирующие материал; μ — модуль сдвига. Символ D/Dt означает, что производная берется в смысле Яуманна, например, для компоненты S_z :

$$\frac{DS_z}{Dt} = \frac{\partial S_z}{\partial t} + \frac{\partial(S_z u)}{\partial r} + \frac{\partial(S_z v)}{\partial z} - S_z \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + 2S_{rz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (1.4)$$

Параметр λ в (1.2) определяется с помощью условия текучести Мизеса

$$S_r^2 + S_z^2 + S_{rz}^2 + S_r S_z = 1/3 \sigma_s^2 \quad (1.5)$$

Конкретное выражение для λ не приводится, поскольку в численном методе (см. п. 3) используется процедура приведения напряжений к кругу текучести, которая, как отмечалось в [9], эквивалентна полным соотношениям (1.2).

Введем в плоскости симметрии $\varphi = \text{const}$ вспомогательные обозначения: Ω_1 — область, занятая бойком с границей $\omega_1 \cup \omega_2$; ω_1 — свободная от усилий граница; ω_2 — контактная граница бойка и преграды; Ω_2 — область, занятая преградой с границей $\omega_3 \cup \omega_4$; ω_3 — свободная от усилий граница; ω_4 — граница жесткого закрепления преграды.

Для уравнений (1.1) — (1.3) ставится краевая задача с начальными условиями при $t=0$ и граничными на $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$.

Начальные условия

$$\sigma_r(r, z, 0) = \sigma_z(r, z, 0) = \sigma_{rz}(r, z, 0) = 0 \quad (1.6)$$

$$\rho(r, z, 0) = \rho_0, \quad \varepsilon(r, z, 0) = 0, \quad u(r, z, 0) = 0 \quad \text{при } (r, z) \in \Omega_1 \cup \Omega_2$$

$$v(r, z, 0) = \begin{cases} v_0 & \text{при } (r, z) \in \Omega_1 \\ 0 & \text{при } (r, z) \in \Omega_2 \end{cases}$$

Граничные условия

$$\sigma_{nn} = \sigma_{n\tau} = 0 \quad \text{при } (r, z) \in \omega_1 \cup \omega_3 \quad (1.7)$$

$$u = v = 0 \quad \text{при } (r, z) \in \omega_4 \quad (1.8)$$

На границе контакта бойка и преграды ставится условие прилипания

$$u_n^+ = u_n^-, \quad u_\tau^+ = u_\tau^- \quad \text{при } (r, z) \in \omega_2 \quad (1.9)$$

Здесь знак n внизу означает проекцию на нормаль, τ — проекцию на направление касательной к контуру, на котором ставятся граничные условия (1.7), (1.9); значок плюс означает величину скорости при подходе к границе со стороны бойка, минус — со стороны преграды.

Отметим, что положение границ $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ известно лишь в момент времени $t=0$ и определяется в ходе решения задачи.

Сформулированная задача, естественно, возникает при попытке оценить расчетным путем результат взаимодействия двух тел с большой скоростью.

2. Дополнительной сложностью в подобных задачах является учет вновь образовавшихся поверхностей разрыва вследствие разрушений, которые появляются в телах ограниченных размеров в результате интерференции волн напряжений. Рассматривая процесс разрушения, развивающийся во времени, как кинетический процесс, воспользуемся принципом суммирования повреждаемостей

$$\int_{t_0}^{t^*} \frac{dt}{\tau(\sigma_1)} = 1 \quad (2.1)$$

где t^* — момент времени, отвечающий наступлению разрушения; t_0 — начальный момент времени.

Основываясь на термодинамической теории прочности твердых тел [7] и предполагая, что при разрушении материал ведет себя как тело Фойгта с неньютоновской вязкостью, в работе [8] получена следующая зависимость:

$$\sigma_t = \sigma_0 + A (d\sigma_1/dt)^n \quad (2.2)$$

где A и n ($0 \leq n \leq 1$) — величины, характеризующие материал, могут быть функциями температуры. Зависимость (2.2) при $n=0.5$ следует из теории дислокаций [9]. Функция $\tau(\sigma_1)$ определяется из выражения [10]:

$$\tau = \text{const} - \frac{1}{2} \int \frac{d\sigma_1}{b(\sigma_1)}, \quad b(\sigma_1) = \frac{d\sigma_1}{dt} \quad (2.3)$$

Разрешая (2.2) относительно $d\sigma_1/dt$ и выполняя интегрирование в (2.3) при условии, что $\sigma_1 \rightarrow \sigma_T$ ($\sigma_T \approx 0.1E$, E — модуль Юнга), когда $\tau \rightarrow \tau_0$, и выбирая τ_0 из условия равенства нулю постоянной интегрирования, получим

$$\tau = \tau_0 \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\sigma_T - \sigma_0} \right)^{(n-1)/n}, \quad \tau_0 = \frac{nA^{1/n}}{2(1-n)} (\sigma_T - \sigma_0)^{(n-1)/n} \quad \text{для } \tau \geq \tau_0 \quad (2.4)$$

где τ_0 — время разрушения, отвечающее волне напряжения с амплитудой, равной теоретической прочности материала. Условие (2.2) не может быть распространено на большие времена нагружения [8].

Из уравнения (2.4) следуют два интересных следствия: для одинаковых импульсов разрушение сильно зависит от показателя n , например, для импульса длительностью 6τ и амплитудой $0.4\sigma_T$ материал с показателем $n=0.5$ разрушится, а при $n=0.3$ останется целым; относительно хрупкие материалы (большое n) весьма чувствительны к длинным импульсам, а поскольку длина импульса зависит от геометрических размеров ударно сжатого материала, то прочность маленьких образцов будет выше, чем образцов больших размеров.

Подставляя (2.4) в (2.1) и выполняя интегрирование, получим

$$\int_{t_0}^{t^*} (\sigma_1 - \sigma_0)^{(1-n)/n} dt = \tau_0 (\sigma_T - \sigma_0)^{(1-n)/n} \quad (2.5)$$

Интегрирование в (2.5) выполняется с момента t_0 появления в теле растягивающих напряжений для всех $\sigma_1 \geq \sigma_0$. Условие (2.5) использовалось

в расчетах для случая одноосного деформированного состояния [10] и удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными по откольному разрушению.

Для обобщения условия (2.5) на случай пространственного напряженного состояния введем эквивалентное напряжение по формуле

$$\sigma_g = \frac{1}{2} \sigma + \left[\frac{\sigma^2}{4} + \frac{\lambda_1 I_2}{3(1-\lambda_1)^2} \right]^{1/2} \quad (2.6)$$

где I_2 — второй инвариант тензора напряжения, λ_1 — отношение предела прочности при простом растяжении к пределу прочности при простом сжатии. Выражение (2.6) получено в предположении, что при всестороннем сжатии материал не разрушается.

Эквивалентное напряжение (2.6) как «заменяющее» собой напряжение в направлении распространения волны в условиях одноосного деформированного состояния вносится в интеграл (2.5)

$$\int_{t_0}^{t^*} (\sigma_g - \sigma_0)^{(1-n)/n} dt = \tau_0 (\sigma_T - \sigma_0)^{(1-n)/n} \quad (2.7)$$

При разрушении принимается: изотропное сжимающее напряжение σ может быть сколь угодно большим, не вызывая разрушения материала; изотропное растягивающее напряжение σ может привести к разрыву, если $\sigma = \sigma_T$.

Если первые два условия не выполнены, то материал разрушается при выполнении (2.7).

При выполнении условия разрушения на вновь образовавшихся поверхностях разрыва следует ставить граничные условия как на свободной поверхности (4.7).

Постоянные, входящие в (2.7), определяются из экспериментов для случая одноосного деформированного состояния.

3. Для численного решения задачи, поставленной в п. 1, используется двухшаговая явная разностная схема, имеющая второй порядок аппроксимации [3]

$$U_{j,l}^{n+1} = \frac{1}{4} (U_{j+1,l}^n + U_{j-1,l}^n + U_{j,l+1}^n + U_{j,l-1}^n) - \Delta t \left(\frac{(rF)_{j+1,l}^n - (rF)_{j-1,l}^n}{2r_{j,l}\Delta r} + \frac{G_{j,l+1}^n - G_{j,l-1}^n}{2\Delta z} \right) + \frac{\Delta t}{4r_{j,l}} (H_{j+1,l}^n + H_{j-1,l}^n + H_{j,l+1}^n + H_{j,l-1}^n) \quad (3.1)$$

$$U_{j,l}^{n+2} = U_{j,l}^n - \Delta t \left(\frac{(rF)_{j+1,l}^{n+1} - (rF)_{j-1,l}^{n+1}}{r_{j,l}\Delta r} + \frac{G_{j,l+1}^{n+1} - G_{j,l-1}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \frac{2\Delta t H_{j,l}^n}{r_{j,l}} + Q_{j,l}^n \quad (3.2)$$

В правую часть выражения (3.2) добавлен член с искусственной вязкостью [3]:

$$Q = \kappa \frac{\Delta t}{2\Delta r} [\Delta_r (q_r \Delta_r U) + \Delta_z (q_z \Delta_z U)]$$

$$(q_r)_{j,l} = |u_{j+1,l} - u_{j-1,l}| I, \quad (q_z)_{j,l} = |v_{j,l+1} - v_{j,l-1}| I$$

где I — единичная матрица, κ — коэффициент вязкости ($0.5 \leq \kappa \leq 1$); для любой функции $f(r, z)$

$$2\Delta_r f(r, z) = f(r + \Delta r, z) - f(r - \Delta r, z)$$

и аналогично определяется Δ_z .

Аналогично (3.1) и (3.2) записываются выражения для компонент девiatorа тензора напряжений, а члены (см. (1.4)) S_z , S_r , S_{rz} центрируются по пространству.

Для написанных разностных уравнений не проводилось исследования устойчивости, но численный эксперимент показал, что достаточным является условие

$$(\sqrt{u^2+v^2+a}) \frac{\Delta t}{\Delta z} < \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s + \frac{4}{3} \frac{\mu}{\rho}}, \quad p = -\sigma$$

Компоненты девiatorа тензора напряжений вычисляются по формулам (1.2) при $\lambda=0$. Если

$$(S_r^n)^2 + (S_z^n)^2 + S_r^n S_z^n + S_{rz}^2 > 1/3 \sigma_s^2$$

то каждое из компонент девiatorа тензора напряжений S_z^n , S_r^n , S_{rz}^n умножается на множитель

$$\sqrt{1/3 \sigma_s^2 / [(S_r^n)^2 + (S_z^n)^2 + S_r^n S_z^n + S_{rz}^2]}^{1/2}$$

в противном случае на следующем шаге по времени используются напряжения в неизменной форме.

Для определения подвижных границ используется метод маркеров [4]. Расположение маркеров в начальный момент задает конфигурацию системы боек — преграда. В последующие моменты времени маркеры движутся вместе со средой и скорость их определяется линейной интерполяцией по скоростям в узлах эйлеровой сетки [12].

В процессе счета некоторые поверхностные частицы могут переместиться в полную ячейку, т. е. ячейку, все соседние с которой содержат материал. Такие частицы необходимо удалить, чтобы избежать вычислительных трудностей на более поздней стадии расчета. Если поверхностные частицы расходятся на большое расстояние, то в этом случае необходимо добавить новые. При добавлении или удалении маркеров необходимо провести их переупорядочивание для сохранения последовательности нумерации.

Маркеры также используются для фиксации точек материала, подозреваемых на разрушение для вычисления интеграла (2.5) и частиц среды, в которых выполнилось условие разрушения. Таким образом, принимается, что дефекты среды являются точечными, и для напряжений в ячейке, в которой находится маркер, выполняется интерполяция, причем считается, что в точке, где находится маркер, напряжения равны нулю.

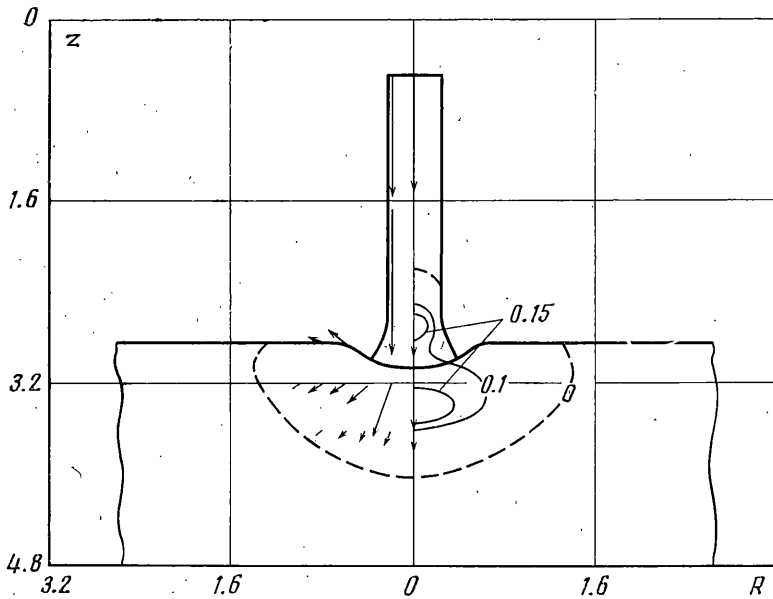
Граничные условия (1.7) выполняются приближенно. Граница заменяется ломаной линией по ячейкам, в которых находятся поверхностные маркеры и, например, для границы параллельной оси r будем иметь

$$\sigma_z = \sigma_{rz} = 0 \quad (3.3)$$

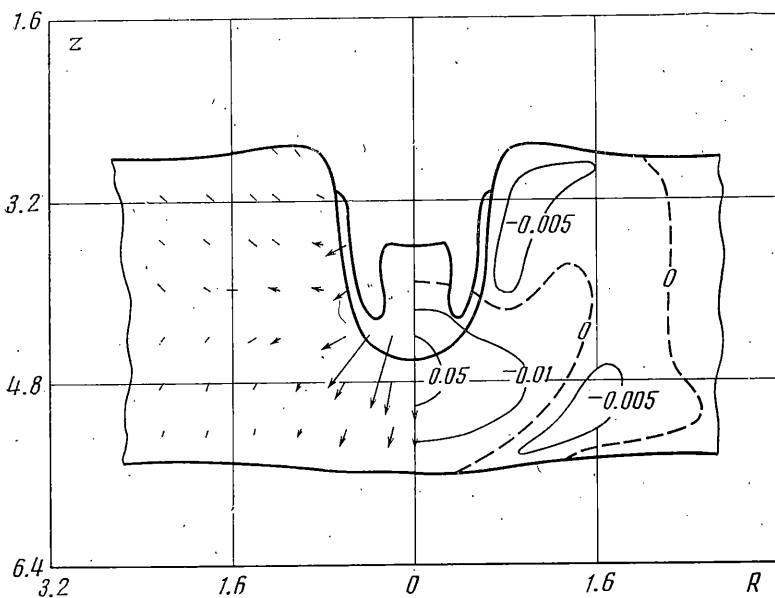
Далее вводятся фиктивные ячейки и в них задаются потоки, чтобы было выполнено (3.3) и не вошел дисбаланс в величины, которые должны сохраняться при численном счете, поскольку разностные уравнения (3.1), (3.2) консервативны.

4. Сформулированная в п. 1 задача с условием разрушения (п. 2) численно решена на ЭВМ методом, изложенным в п. 3 для конфигураций бойков в форме стакана и цилиндра из аустенитной стали, для которой, как отмечается в [2], не было обнаружено фазовых переходов. Различие по массе для всех конфигураций ударников не превосходило 8%. Постоянные, характеризующие материал, равны $a_1 = -1.530$ Мбар, $a_2 = -1.740$ Мбар, $a_3 = -0.532$ Мбар, $a_4 = -1.912$, $a_5 = 0.386$, $\mu = 0.826$ Мбар, $\rho_0 = 7.87$ г/см³, $n = 0.55$, $\lambda_1 = 0.45$, $\tau_0 = 0.218$ мксек, $\sigma_r = 0.19$ Мбар, $\sigma_0 = 0.006$ Мбар, $\sigma_s = 0.0145$ Мбар.

Размеры бойков: а) цилиндр, высота $h = 0.9$ см, диаметр $d = 0.9$ см; б) цилиндр, $h = 1.4$ см, $d = 0.7$ см; в) цилиндр, $h = 2.7$ см, $d = 0.5$ см; г) «узкий» стакан: высота $h = 1.0$ см, диаметр $d = 0.9$ см, толщина дна $l = 0.4$ см, толщина стенок $c = 0.2$ см; д) «широкий» стакан $h = 0.6$ см, $d =$



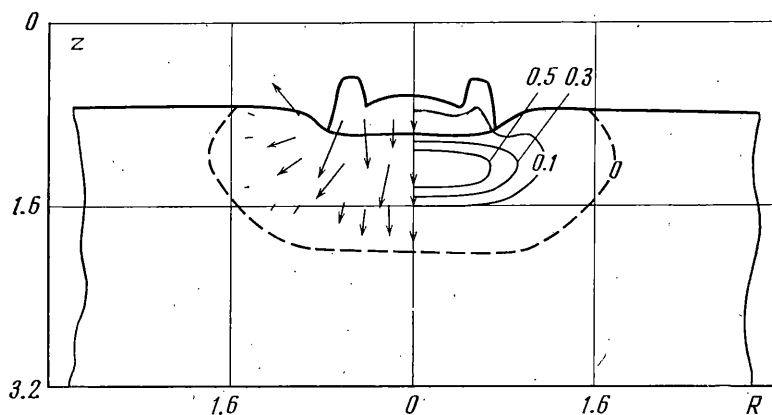
Фиг. 1



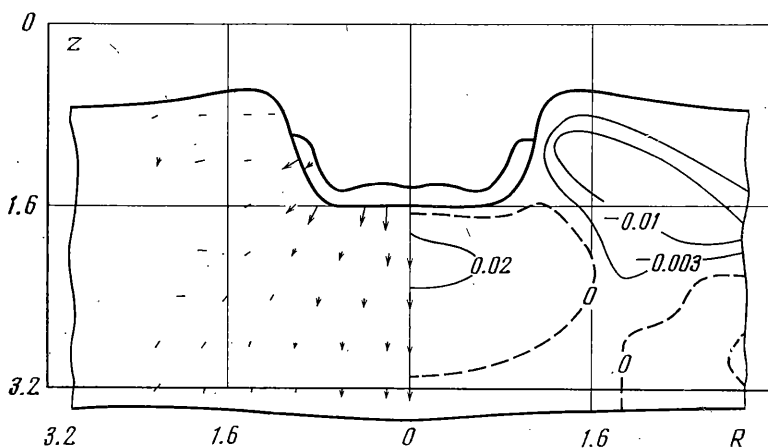
Фиг. 2

$=1.3$ см, $l=0.3$ см, $c=0.2$ см. Толщина преграды $H=2.75$ см во всех расчетах. Скорость удара $\vartheta_0=0.34$ см/мксек. Область $\Omega_1 \cup \Omega_2$ содержала не менее чем 40×40 узлов интегрирования.

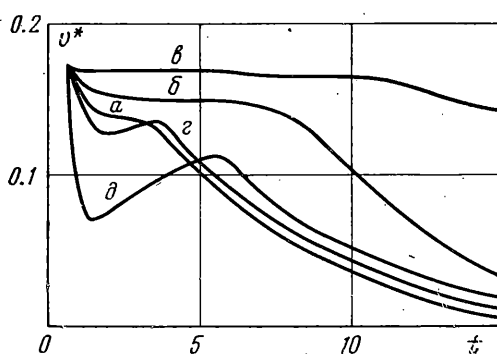
В процессе расчета материал может выйти за границу эйлеровой сетки, поэтому имеется подпрограмма, перемещающая область, занятую бойком и преградой, как абсолютно твердое тело, к началу расчетной сетки. В процессе расчета на печать выдавалась информация о поле течения через определенные промежутки времени. На фиг. 1, 2 представлены кон-



Фиг. 3



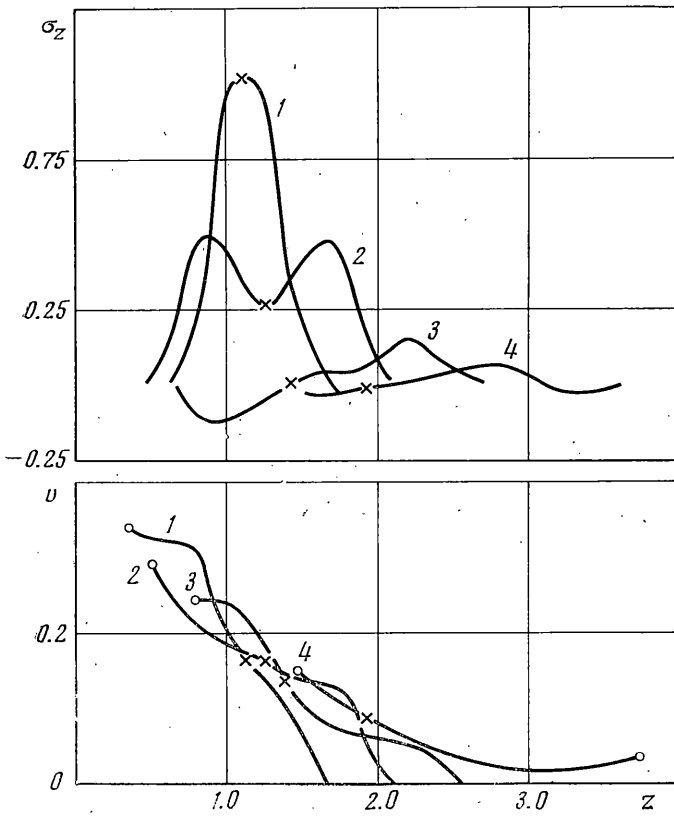
Фиг. 4



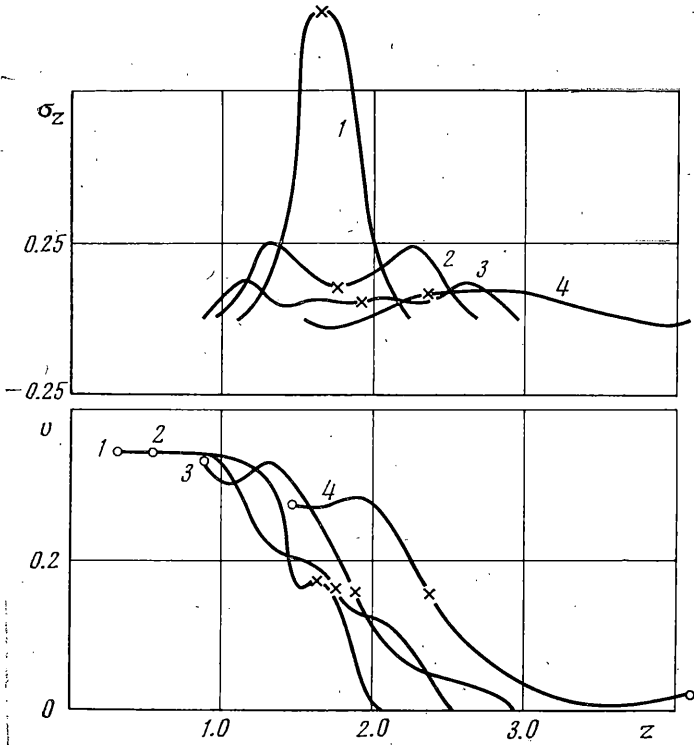
Фиг. 5

фигурации системы боек — преграда для задачи ϵ), а на фиг. 3, 4 — для задачи δ) в моменты времени 1, 10 $\mu\text{сек}$. На этих же фигурах изображены линии $\sigma_z = \text{const}$, и стрелками показано поле скоростей (штрихи обозначают только величину скорости в выбранном масштабе).

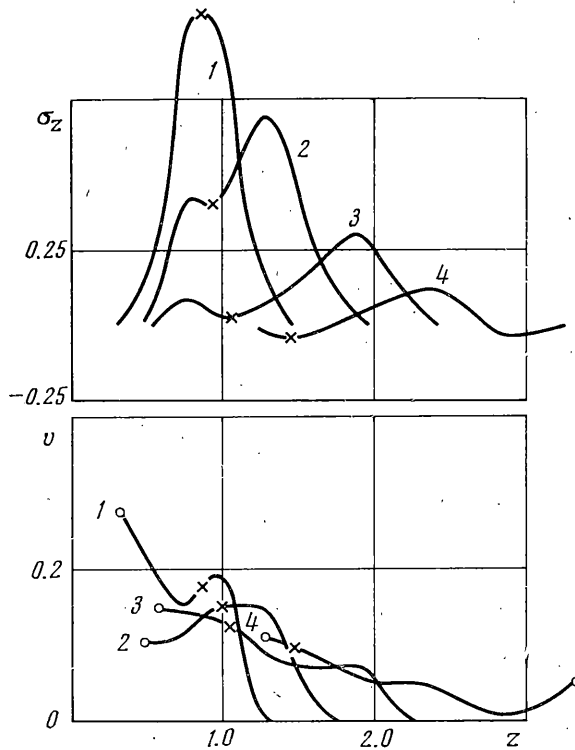
В зависимости от геометрии ударника наблюдаются различные режимы деформации системы боек — преграда. При внедрении удлиненного



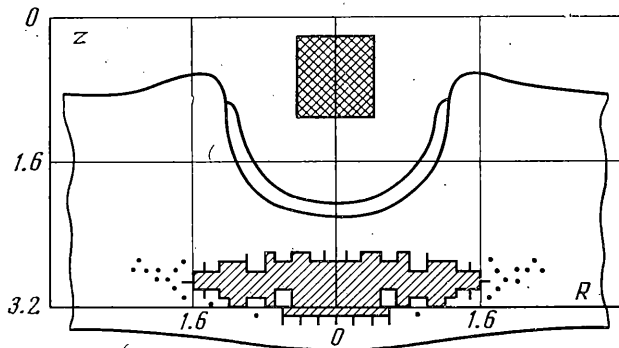
Фиг. 6



Фиг. 7



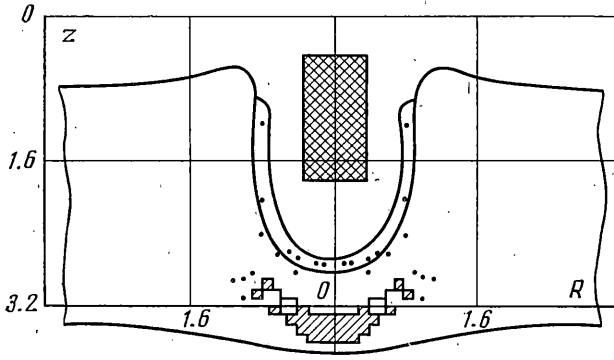
Фиг. 8



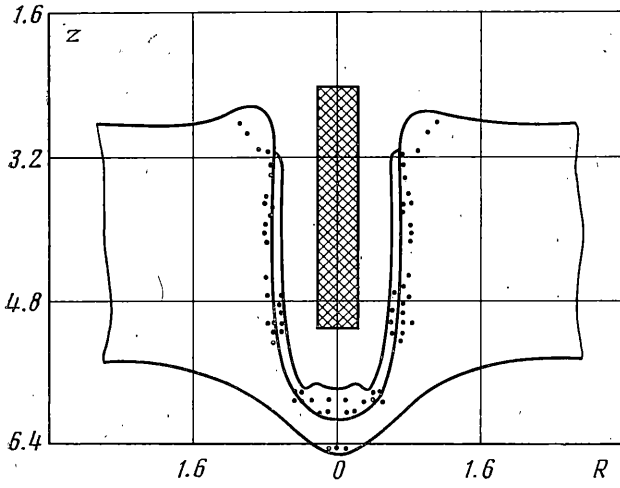
Фиг. 9

ударника (задача *e*) за счет быстрого ослабления ударной волны в преграде и бойке боковыми волнами разгрузки устанавливается стационарная стадия проникания. Скорость внедрения на этой стадии для точки контактной поверхности на оси симметрии $v^* = 0.167$ см/мксек (фиг. 5). Теория струй для одноплотных материалов дает [13] $v^* = 0.17$ см/мксек.

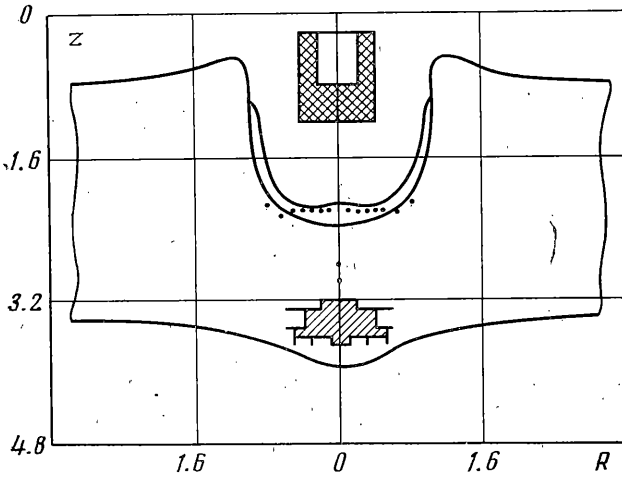
Наличие стационарной стадии используется в теории пенетрации длинных стержней [14] в качестве основного предположения. Отметим также, что в месте основания «шляпки гриба» (фиг. 1, 2) образуется граница, отделяющая зону пластического течения от находящегося в упругом состоянии «остатка» длинного цилиндра.



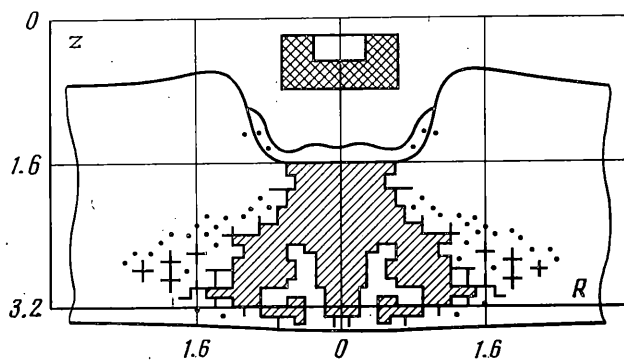
Фиг. 10



Фиг. 11



Фиг. 12



Фиг. 13

Затухание скорости внедрения происходит за счет многократного отражения упругих волн разгрузки от пластической границы и упругих волн сжатия от свободного конца длинного цилиндра.

По полю изобар $\sigma_z = \text{const}$ (фиг. 1, 2) видно, что в процессе внедрения впереди длинного цилиндра образуется зона сжимающих напряжений, существующая во время всего процесса внедрения.

При взаимодействии широкого стакана (задача δ) с преградой отражение ударной волны от свободной тыльной поверхности дна стакана приводит к резкому падению скорости v^* до величины 0.0745 см/мксек в момент времени $t=1.2 \text{ мксек}$. Стенки стакана действуют аналогично ударнику в задаче ϵ , препятствуя искривлению ударного фронта в преграде. Наличие стенок приводит к возрастанию скорости v^* до величины 0.114 см/мксек в момент времени $t=5.5 \text{ мксек}$. Повышение скорости v^* происходит до такого момента времени, пока стенки стакана не деформируются. Изобары $\sigma_z = \text{const}$ (фиг. 3, 4) показывают, что фронт волны в преграде на значительном расстоянии от оси симметрии остается плоским, в отличие, например, от задачи a , где он по форме близок к сферическому. Различие в конфигурациях приводит к различной форме кратера к моменту прекращения счета. Концом расчета являлось отсутствие разрушений.

Для задач a , b , g , на фиг. 6, 7, 8 соответственно приведены профили напряжения σ_z и скорости v на оси симметрии z . Крестиками обозначено положение контактной границы.

Из приведенных результатов следует, что наименьшее затухание ударной волны будет для задачи δ и для нее следует ожидать максимальных разрушений преграды.

Конечные картины разрушений, производимые каждым типом ударника, приведены соответственно на фиг. 9—13. Штриховка соответствует зонам, в которых произошли сплошные разрушения, точками отмечены единичные разрушения. Результаты конечных расчетов задачи a (фиг. 9) качественно согласуются¹ с экспериментом [15].

Глубина кратера (фиг. 9) к моменту прекращения счета (отсутствие разрушений) меньше экспериментальной на 20%, диаметр кратера меньше на 12.5%. Толщина разрушенной зоны, отсчитываемой в расчете от начала заштрихованной зоны до тыльной поверхности, отличается на 5% от экспериментальной. Заметим, что к моменту прекращения счета ради-

¹ В работе [15] неточно указаны размеры бойка; в расчетах использовались правильные размеры.

альная и осевая составляющая скорости не равны нулю, например, на оси симметрии скорость составляет $v^* = 0.0130$ см/мксек.

Наибольшие разрушения производит элемент в задаче δ , где возможно полное разрушение преграды под бойком в виде конуса, расширяющегося к тыльной поверхности.

Разрушение в задаче ε менее интенсивное, но максимум напряжений концентрируется в узкой зоне плоского фронта около оси симметрии.

У цилиндра (задача a) зона разрушений вытянута параллельно свободной поверхности плиты. По мере увеличения длины цилиндра и уменьшения диаметра (для сохранения массы бойка) зона разрушений уменьшается (задача b) и совсем отсутствует для удлиненного цилиндра (задача ε). Наличие разрушений вдоль контактной поверхности (отмечено точками) обусловлено, по-видимому, условиями прилипания на границе контакта бойка и преграды.

Авторы очень признательны Н. В. Зволинскому и Л. А. Чудову за обсуждение работы.

Поступила 8 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Яненко Н. Н., Анучина Н. Н., Петренко В. Е., Шокин Ю. И. О методах расчета задач газовой динамики с большими деформациями. Информ. бюл. Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1970, т. 1, № 1.
2. High-velocity impact phenomena. Acad. Press, New York — London, 1970. (Рус. перев.: Высокоскоростные ударные явления. М., «Мир», 1973.)
3. Рихтмайер Р., Моргон К. Разностные методы решения краевых задач. М., «Мир», 1972.
4. Николс Б. Дальнейшее развитие метода маркеров и ячеек для течений несжимаемой жидкости. В сб.: Численные методы в механике жидкостей. М., «Мир», 1973.
5. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов. ПММ, 1960, т. 24, вып. 6.
6. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений. В сб.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
7. Рейнер М. Термодинамическая теория прочности. В кн.: Разрушение твердых полимеров. М., «Химия», 1971.
8. Steverding B., Werkheiser A. A model for dynamic fracture. J. Mech. Engng Sci., 1971, vol. 13, No. 3.
9. Skidmor I. C. An introduction to shock waves in solids. Appl. Materials Res., 1965, vol. 4, No. 3. (Рус. перев.: Механика, Сб. перев., 1968, № 4.)
10. Златин Н. А., Йоффе В. С. О временной зависимости сопротивления отрыву при отколе. Ж. техн. физ., 1972, т. 42, вып. 8.
11. Гриднева В. А., Корнеев А. И., Корнеева И. И. Исследование процесса деформации и разрушения стальных пластин при импульсивном воздействии. Тр. IV научн. конф. по матем. и механ. Изд. Томск. гос. ун-та, 1974, т. 2.
12. Анучина Н. Н. О методах расчета течений сжимаемой жидкости с большими деформациями. Информ. бюл.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1970, т. 1, № 4.
13. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его работы. Успехи матем. наук, 1957, т. 12, вып. 4.
14. Алексеевский В. П. К вопросу о проникании стержня в преграду с большой скоростью. Физика горения и взрыва, 1966, № 2.
15. Платова Т. М., Хорев И. Е., Макаров П. В. Эффекты откола при высокоскоростном соударении. Тр. Н.-и. ин-та прикл. матем. и механ. Томск. Гос. ун-та, 1973, вып. 2.