

ВОЛОЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННОЙ ТРУБЫ ИЗ УПРОЧНЯЮЩЕГОСЯ МАТЕРИАЛА

И. Д. ГРУДЕВ, В. С. ДРОЗД, Е. И. КОРОВЯНСКАЯ

(Москва)

Исследуется пластическое течение материала при волочении тонкостенной трубы сквозь гладкую волоку. Процесс волочения труб широко используется на практике, поэтому он неоднократно рассматривался различными авторами [1-5]. В отличие от этих работ ниже материал трубы считается упругопластическим с произвольным упрочнением. Получено два решения: по теории С. А. Христиановича [6] и для сравнения по теории Праудтля — Рейсса. Учет реального упрочнения материала исключает возможность получения решения в элементарных функциях, поэтому основное внимание уделено разработке численного алгоритма. Пластическое течение согласно [6] может происходить в различных режимах, причем один режим может сменяться несколькими другими; таким образом, имеется ветвящийся процесс, и задача состоит в том, чтобы найти нужный путь и вдоль этого пути рассчитать деформации.

Создание универсального алгоритма — программы, описывающего все возможные комбинации режимов, представляется слишком громоздким и излишне трудоемким делом, поэтому был избран путь последовательного программирования, когда в процессе решения программируется лишь один режим и ближайшие возможные разветвления, а затем, после расчета деформаций на этом режиме и выбора нужной ветви, составляется программа для следующего режима.

Рассмотрим процесс волочения тонкостенных труб, схематически показанный на фиг. 1. Давление на трубу со стороны инструмента определяется соотношением

$$p = (\sigma_x / R_x + \sigma_y / R_y) h$$

где σ_x , σ_y — напряжения в осевом и окружном направлениях; h — толщина трубы; R_x , R_y — радиусы кривизны срединной поверхности. Для тонкостенных труб $h \ll |R_x|$, $|R_y|$, поэтому давление $p \ll |\sigma_x|$ или $|\sigma_y|$. Силы трения определяются этим давлением и коэффициентом трения трубы о волоку. На практике коэффициент трения лежит в пределах от 0.1 до 0.03, поэтому в уравнениях равновесия силами трения можно пренебречь, течение металла можно рассматривать как плосконапряженное одномерное течение в сужающемся идеально гладком канале (фиг. 1). При этом каждый элемент последовательно проходит все стадии деформирования, определяемые шириной канала $H_y(x)$. В [4] показано, что такое течение имеет место не только в осесимметричных задачах, но и при изготовлении труб несимметричного профиля.

Процесс волочения считается квазистатическим, и уравнение равновесия в координатах x , y , n (n — внутренняя нормаль к срединной поверхности трубы) записывается в форме

$$\frac{d(H_y h \sigma_x)}{dx} - h \sigma_y \frac{dH_y}{dx} = 0 \quad (4)$$

Геометрические соотношения, связывающие деформации и перемещения, имеют следующий вид:

$$\frac{d\varepsilon_x}{dx} = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}, \quad \frac{d\varepsilon_y}{dx} = \frac{1}{H_y} \frac{dH_y}{dx}, \quad \frac{d\varepsilon_n}{dx} = \frac{1}{h} \frac{dh}{dx} \quad (2)$$

где u — скорость движения материала.

Сделанные предположения определяют процесс волочения как квазипростое нагружение [6], при котором направления главных площадок не изменяются, но траектория в пространстве напряжений существенно отличается от простого нагружения (напряжение сначала резко растет, а затем уменьшается).

Полные деформации состоят из упругой и пластической частей

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ie} + e_i \quad (i=x, y, n)$$

Упругие части определяются из закона Гука

$$\varepsilon_{xe} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad \varepsilon_{ye} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x)$$

$$\varepsilon_{ne} = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

а пластические части удовлетворяют условию несжимаемости

$$e_x + e_y + e_n = 0$$

Все эти соотношения справедливы и в теории Прандтля — Рейсса, и в теории С. А. Христиановича. В последней теории компоненты e_x , e_y , e_n выражаются через главные сдвиги

$$\gamma = e_x - e_y, \quad \gamma_1 = e_n - e_y, \quad \gamma_2 = e_x - e_n \quad (3)$$

а максимальные касательные напряжения

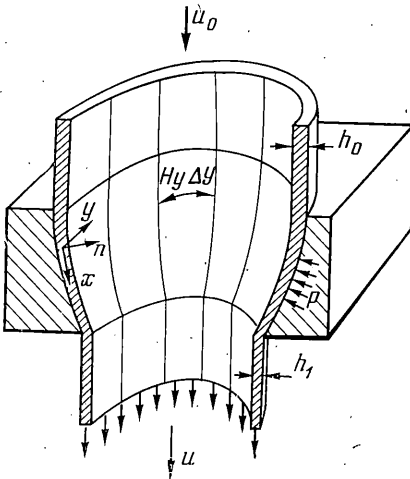
$$T = 1/2 (\sigma_x - \sigma_y), \quad T_1 = -1/2 \sigma_y, \quad T_2 = 1/2 \sigma_x \quad (4)$$

связаны с главными сдвигами соотношениями

$$\begin{aligned} d\gamma &= \frac{1}{g} dT + \frac{1+\lambda_1}{2g_1} dT_1 + \frac{1+\lambda_2}{2g_2} dT_2 \\ d\gamma_1 &= \frac{1+\lambda}{2g} dT - \frac{1-\lambda_2}{2g_2} dT_2 + \frac{1}{g_1} dT_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Неизвестная функция u входит только в первое уравнение (2) и из системы выпадает. При помощи второго и третьего уравнений в (2) из уравнения (1) можно исключить h и H_y ; после чего оставшиеся уравнения будут определять решение, инвариантное к форме волоки и, в частности, годное для плоского кольца ($H_y = r/r_0$, $R_x = R_y = \infty$), а также для процесса выворачивания трубы ($H_y = r/r_0$, $R_x = R_0 = \text{const}$, $-\infty \leq R_y \leq \infty$).

В дальнейшем целесообразно перейти к безразмерным переменным, для чего достаточно поделить все напряжения и модули на E , а в качестве независимой переменной удобно взять $s = -\varepsilon_y$ ($\varepsilon_y < 0$). Исключая все



Фиг. 1

переменные, кроме T и T_1 , нетрудно получить систему из двух дифференциальных уравнений, разрешенных относительно производных

$$\frac{dT}{ds} = f, \quad \frac{dT_1}{ds} = f_1, \quad f = \frac{\delta}{\Delta}, \quad f_1 = \frac{\delta_1}{\Delta}, \quad \Delta = b_1 b_4 - b_2 b_3, \quad \delta = b_4 - b_2 T, \quad \delta_1 = b_1 T - b_3.$$

$$b_1 = \frac{a_1 + a_3}{3} + 2\nu, \quad b_2 = \frac{a_2 + a_4}{3} + 2(1-\nu)$$

$$b_3 = 1 + \left(\frac{2a_3 - a_1}{3} - 2\nu \right) T_2, \quad b_4 = -1 + \left(\frac{2a_4 - a_2}{3} + 4\nu \right) T_2 \quad (6)$$

$$a_1 = \frac{1}{g} + \frac{1 + \lambda_2}{2g_2}, \quad a_2 = \frac{1 + \lambda_1}{2g_1} - \frac{1 + \lambda_2}{2g_2}$$

$$a_3 = \frac{1 + \lambda}{2g} - \frac{1 - \lambda_2}{2g_2}, \quad a_4 = \frac{1}{g_1} + \frac{1 - \lambda_2}{2g_2}$$

Расчеты проводились для материала, характеризуемого следующими модулем и пределом текучести на сдвиг: $E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ кг/мм}^2$, $\tau_s = 1.75 \cdot 10^{-3} E$ ($\tau_{s1} = \tau_{s2} = \tau_s$). Зависимость пластической части деформации от напряжения экстраполировалась формулой

$$e_1 = \frac{\tau_s}{E} [0.4(e^{10\nu} - 1) - 4\nu + 70\nu^2], \quad \nu = \frac{(\sigma_1 - 2\tau_s)}{2\tau_s} \quad (7)$$

Такое упрочнение приблизительно соответствует диаграмме растяжения стали марки ЭИ-415.

Обратные пластические модули согласно рассматриваемой теории представляются в виде

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{g_p} + \frac{1}{g_{01}} + \frac{1}{g_{02}}, \quad \frac{1}{g_1} = \frac{1}{g_{p1}} + \frac{1}{g_0} + \frac{1}{g_{02}}, \quad \frac{1}{g_2} = \frac{1}{g_{p2}} + \frac{1}{g_0} + \frac{1}{g_{01}} \quad (8)$$

При одноосном растяжении из соотношений (5), (7), (8) следует $1/g = 1/g_p + 1/g_0 = 3/2 (de_1/d\sigma_1)$.

Модуль разгрузки g_0 предполагается линейно зависящим от $\nu = (T - \tau_s) / \tau_s$, и для выбранного материала в [6] коэффициент пропорциональности был найден равным пяти. Поэтому для g_p и g_0 получились следующие выражения:

$$\frac{1}{g_{pi}} = 3(e^{10\nu_i} - 1) + 100\nu_i; \quad \frac{1}{g_{0i}} = 5\nu_i, \quad \nu_i = \frac{T_i - \tau_s}{\tau_s}$$

Величины параметров λ_i определяются из условия максимума приращения пластической работы [6]:

$$\sup \Delta A_p = T \frac{\Delta T}{g} + T_1 \frac{\Delta T_1}{g_1} + T_2 \frac{\Delta T_2}{g_2} +$$

$$+ \frac{1}{3} \left\{ \frac{\lambda}{g} (T_1 - T_2) \Delta T + \frac{\lambda_1}{g_1} (T + T_2) \Delta T_1 + \frac{\lambda_2}{g_2} (T + T_1) \Delta T_2 \right\} \quad (9)$$

и условия квазипотенциала

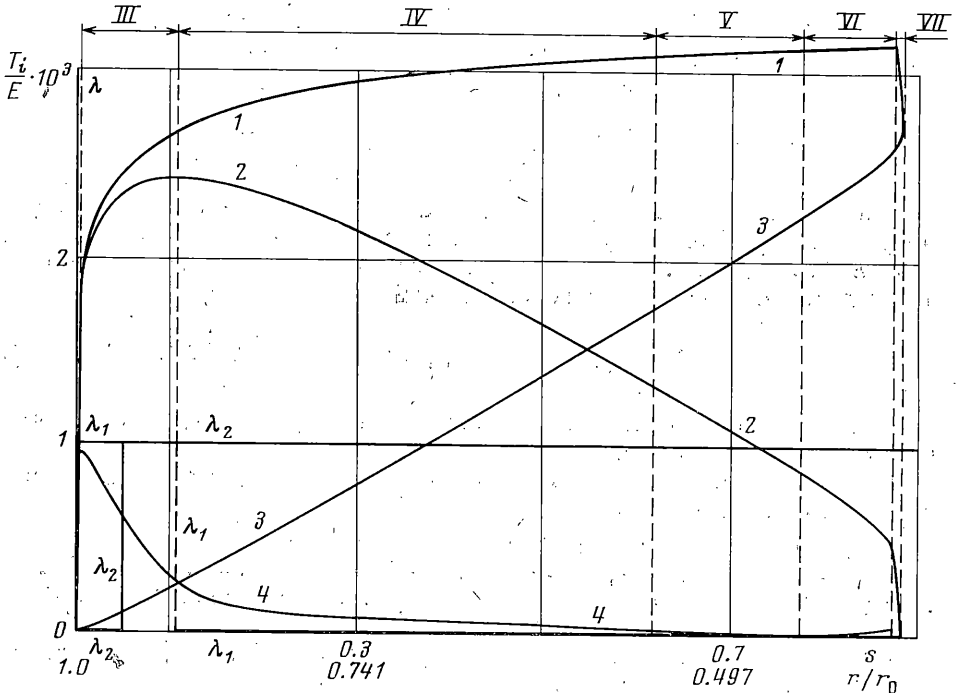
$$\lambda / g = \lambda_1 / g_1 - \lambda_2 / g_2 \quad (10)$$

Таким образом, правые части уравнений (6) полностью определяют значения величинами T и T_1 . Физическая задача о волочении трубы сводится к задаче Коши для этих уравнений: $T = T_1 = 0$ при $s = 0$.

В упругой области

$$\Delta = 2[1 - 2\nu(1 + \nu)(T - T_1)], \quad \delta = 1 + 2[(1 - 3\nu)T + 2\nu T_1], \quad \delta_1 = 1 - 2\nu(2T - T_1)$$

и решение может быть получено в конечном виде (весьма громоздком). Однако, имея в виду интегрирование системы (6) во всем упругопластическом диапазоне, упругое решение не представляет особой ценности и здесь не приводится. Поставленная задача при любом заданном виде упрочнения элементарно интегрируется на ЭВМ, что и было сделано для выбранного материала.



Фиг. 2

Результаты интегрирования показаны на фиг. 2, где в качестве аргумента использовано ε , а также отложены соответствующие значения r/r_0 , вычисленные согласно (2). Кривая 1 соответствует T , 2 — T_1 , 3 — T_2 , 4 — λ . Проведем анализ этапов деформирования.

I этап: упругая область $T < \tau_s$; T_1 немного меньше чем T , т. е. происходит почти чистое сжатие в окружном направлении. Этап заканчивается при $s=0.0035$ по условию $T = \tau_s$.

II этап: неполная пластичность. $T > \tau_s$, $T_1 < \tau_s$. Поверхности скольжения ортогональны поверхности волоки и расположены под углом 45° к оси.

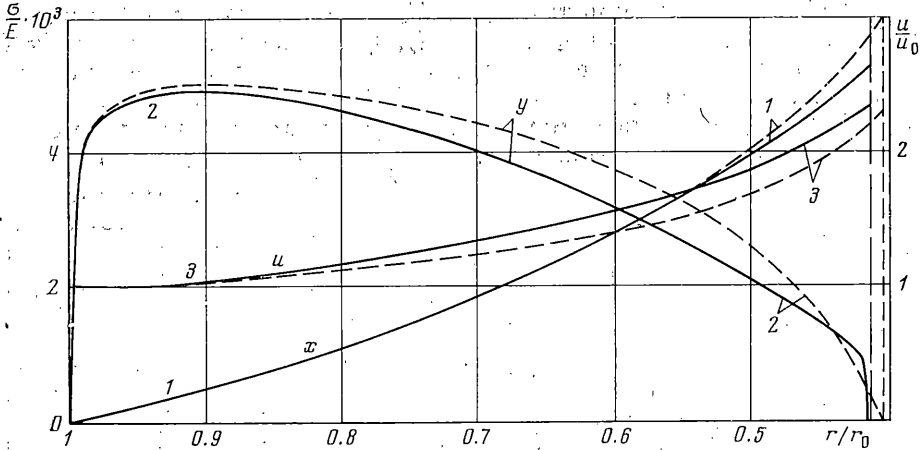
Такой тип течения приводит почти исключительно к удлинению трубы, а толщина изменяется только за счет упругих частей деформации. В дальнейшем эта система скольжения будет играть основную роль, поэтому изменение толщины на протяжении всего процесса окажется небольшим. Этот факт был замечен уже давно, и первые решения [1] были получены в предположении $h = \text{const}$.

Согласно [6] при неполной пластичности параметры $\lambda=0$, $\lambda_1=\lambda_2=1$. Этот этап заканчивается очень быстро (практически стягивается в точку), так как при $s=0.0035$ напряжение $T = \tau_s$, а $T_1 = 0.998 \tau_s$, и уже при $s=0.0036$ напряжение T_1 становится большим τ_s и наступает следующий этап.

III этап: полная пластичность $T > \tau_s$; $T_1 > \tau_s$ активное нагружение $f > 0$, $f_1 > 0$. К системе поверхностей скольжения, имеющейся на втором этапе, добавляется вторая система скольжения по поверхностям, идущим вдоль x и наклоненным под углом 45° к поверхности волоки.

До значения $s=0.0508$ величины $\lambda_1=1$, $\lambda_2=0$ остаются постоянными, а величина λ сначала очень быстро растет и достигает максимума $\lambda=0.976$ при $s=0.0042$, а затем медленно падает. При $s=0.0509$ условие (9) дает $\lambda_2=1$, а при более точном счете можно показать, что переход от $\lambda_2=0$ к $\lambda_2=1$ осуществляется непрерывным образом, но в очень малом диапазоне изменения аргумента ($0.0508 \leq s \leq 0.0509$). Этап заканчивается по условию $f_1=0$ при $s=0.509$.

IV этап: частичная разгрузка $f_1 < 0$. Модуль g_{p1} обращается в бесконечность, а модуль $g_{01}=g_{01}^*$ «замораживается» и до момента частичного упрочнения в этом направлении не изменяется. Модуль g_0 много больше модуля g_{p1} на предыдущем этапе, поэтому сдвиг по второй системе поверхностей скольжения резко замедляется, что приводит к замедлению роста толщины трубы (фиг. 3). Параметры $\lambda_1=0$, $\lambda_2=1$,



Фиг. 3

а параметр λ определяется из предположения активного догружения, т. е. по формуле (10), принимая в расчет замороженные модули g_{p1}^* и g_{01}^* [6]. При $s=0.547$ величина T_2 становится равной T_1 , однако и после этого по T_1 продолжается течение с малым модулем g_1 , а по площадкам T_2 пластическое течение еще не началось. В дальнейшем обозначения площадок не меняются, хотя T_2 становится большим T_1 .

В процессе счета проверяются два условия $T_2 \geq \tau_s$ и условие положительности реального сдвига γ_1^v [6]:

$$\gamma_1^v = \frac{2}{3} \lambda \frac{\Delta T}{g} + \left(1 - \frac{\lambda_1}{3}\right) \frac{\Delta T_1}{g_1} \quad (11)$$

Заканчивается этап по условию $T_2 = \tau_s$ при $s=0.618$.

V этап: активный пластический сдвиг в плоскостях T и T_2 и частичная разгрузка без упрочнения по T_1 . К предыдущим системам скольжения добавляется третья, поверхности которой представляют собой конусы с образующими, наклоненными под углом 45° к поверхности волокна. Сдвиги по этим поверхностям приводят к утонению стенки. Однако в начале этого этапа преобладает процесс утолщения во второй системе скольжения, поэтому максимум толщины $h/h_0=1.056$ достигается только при $s=0.630$, а затем толщина уменьшается в соответствии с уменьшением модуля g_{p2} .

Параметры $\lambda_1=0$, $\lambda_2=1$, а параметр λ определяется из условий (9) и (10) в предположении активного догружения и с учетом положительности его значения. В процессе счета проверяется условие (10) и этап заканчивается при $s=0.774$, когда реальный сдвиг γ_1^v становится равным нулю.

VI этап: полная пластичность и частичное упрочнение по T_1 . Пластическое скольжение происходит только по плоскостям первой и третьей системы, что приводит к заметному уменьшению толщины стенки. Модуль g_1 обращается в бесконечность, параметр $\lambda_2=1$, а λ определяется так же, как и на предыдущем этапе, но при этом обратный модуль $1/g_{p1}$ считается равным нулю. Этап заканчивается по условию $f=0$ при $s=0.874$.

VII этап: частичная разгрузка по T , частичное упрочнение по T_1 , активное течение по T_2 . Обратный модуль $1/g_p=0$, и течение по первой системе поверхностей скольжения резко замедляется; таким образом, удлинение трубы происходит исключительно за счет утонения стенок. При этом напряжения T и T_1 резко падают и при

$s=0.881$ напряжение T_1 , а следовательно, и σ_y становятся равными нулю, т. е. труба находится только под действием продольного растяжения, а этот процесс при таком уровне напряжений предполагается неустойчивым и поэтому счет прекращается.

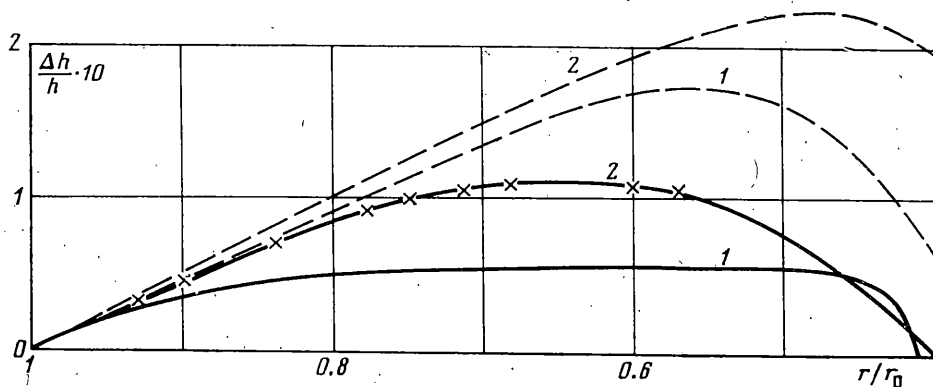
В течение всего этапа реальный сдвиг

$$\Delta\gamma^v = \left(1 - \frac{\lambda}{3}\right) \frac{\Delta T}{g} + \frac{2}{3} \lambda_1 \frac{\Delta T_1}{g_1} + \frac{2}{3} \lambda_2 \frac{\Delta T_2}{g_2}$$

оказывается большим нуля, и частичного упрочнения в направлении T не наступает. Параметры $\lambda=0$, $\lambda_2=1$.

По найденным зависимостям T , T_1 , T_2 от s при помощи соотношений (4) построены зависимости σ_x (кривая 1), σ_y (кривая 2), а также u (кривая 3) от r/r_0 , показанные на фиг. 3 сплошными линиями (u_0 — скорость движения трубы).

Полученные результаты можно сравнить лишь с результатами [5], так как в остальных работах материал предполагался идеально пласти-



Фиг. 4

ческим; однако в этой работе не учитывались упругие деформации, поэтому ниже получено решение по теории течения с учетом упругих деформаций и упрочнения материала, а также гипотезы единой кривой. Таким образом, вместо уравнений (3) — (5) в этом решении использовались следующие соотношения:

$$e_x^* / S_x = e_y^* / S_y = e_n^* / S_n$$

где через S_i обозначены компоненты дивергента напряжений, а интенсивность напряжений $\tau = 3^{-1/2} (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2)^{1/2}$ с интенсивностью деформаций $\gamma = 2(e_x^2 + e_x e_y + e_y^2)^{1/2}$ связана согласно соотношению (7) зависимостью

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = 6[\exp(10v) + 35v - 1], \quad v = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\tau}{\tau_s} - 1$$

Для интегрирования этих уравнений в качестве независимой переменной удобнее взять пластическую часть компоненты деформации e_y , а затем вычислить все искомые функции в зависимости от r/r_0 . Исключая часть неизвестных, можно получить следующую систему трех дифференциальных уравнений относительно e_x , σ_x , σ_y :

$$\frac{de_x}{de_y} = \frac{2\sigma_x - \sigma_y}{2\sigma_y - \sigma_x}, \quad \frac{d\sigma_x}{de_y} = v_1 + v_2[(v-1)\sigma_x + \sigma_y]$$

$$\frac{d\sigma_y}{de_y} = -v_1 \frac{2\sigma_x - \sigma_y}{2\sigma_y - \sigma_x} + v_2 [\nu(\sigma_y - 2\sigma_x) + 1]$$

$$v_1 = \frac{6\tau^2}{v_3}, \quad v_2 = \frac{36\tau(\sigma_x e_x + \sigma_y e_y)}{\gamma v_3 (2\sigma_y - \sigma_x)} \frac{d\tau}{d\gamma}$$

$$v_3 = (2\nu - 1)(2\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 3\sigma_x \sigma_y) + 2\sigma_y - \sigma_x \quad (12)$$

Упругое решение в обоих случаях совпадает, поэтому уравнения (12) решались с граничными условиями, соответствующими концу этапа I: $e_x = 0$, $\sigma_y = -2\tau_s$, $\sigma_x = 0.004\tau_s$ при $e_y = 0$.

Уравнения (12) интегрировались на ЭВМ, а результаты отмечены на фиг. 3 и 4 пунктирными линиями.

Кривые на фиг. 3 показывают, что результаты, полученные по двум рассматриваемым теориям, качественно совпадают, хотя имеются значительные количественные различия. Для проверки полученных теоретических результатов были проведены опыты на трубах из сплава АМГЗМ. В эксперименте измерялись все входные и выходные параметры, а также зависимость толщины от окружной деформации.

Результаты расчетов толщины для двух материалов (1 — см. уравнение (7), 2 — АМГЗМ) по различным теориям (сплошные по [6], пунктирные — рассматриваемый вариант теории течения) показаны на фиг. 4. Крестики на фигуре соответствуют экспериментальным измерениям. Теория С. А. Христиановича не только хорошо согласуется с экспериментом, но дает также наглядное представление о площадках течения и о связанном с ними изменении толщины стенки.

Поступила 29 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Гоффман О., Закс Г. Введение в теорию пластичности для инженеров. М., Машгиз, 1957.
2. Swift H. W. Stresses and strains in tube-drawing. Philos. Mag. Ser. 7, 1949, vol. 40, No. 308.
3. Соколовский В. В. Волочение тонкой трубы через коническую матрицу. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.
4. Грудев И. Д. Волочение и прессование тонкостенных труб сквозь жесткие матрицы. Инж. ж., 1961, т. 1, вып. 3.
5. Грудев И. Д. Учет упрочнения материала при волочении труб. В сб.: Прочность и пластичность М., «Наука», 1971.
6. Христианович С. А. Деформация упрочняющегося пластического материала. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 2.