

ВОЗБУЖДЕНИЕ УДАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТАМИ

М. М. ВЕТЮКОВ, К. Ш. ХОДЖАЕВ

(Ленинград)

Определяются ударные колебания под действием электромагнитов. Электрическая диссипация предполагается малой, что естественно для технических устройств [1, 2]. В результате получается задача о периодических решениях разрывной системы с малым параметром (при этом используется метод Пуанкаре). Найдены условия существования и устойчивости симметричного [4] двухударного режима. Показано, что при питании электромагнитов только переменным током возможны устойчивые механические колебания с частотой, равной частоте сети. Это обусловлено двумя одновременно действующими нелинейными факторами: влиянием колебаний на токи и ударами.

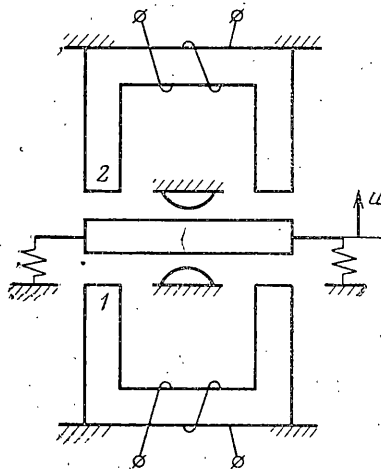
Сделанный вывод, как и результаты работы [2], позволяет использовать электромагниты с питанием только переменным током для возбуждения вибраций с частотой, равной частоте питания. Ранее считалось очевидным [3], что с помощью таких электромагнитов можно получить вибрации лишь с удвоенной частотой.

Общая теория метода Пуанкаре для кусочно-непрерывных систем развита достаточно подробно в [4-6]. Однако рассмотренная задача составляет пока один из немногих конкретных примеров, в которых вычисления по методу Пуанкаре и исследование устойчивости можно провести в том же объеме, что и для непрерывных систем. Ранее были известны два других примера [7, 8], относящихся к задаче об ударных колебаниях, возбуждаемых вращением неуравновешенного ротора.

1. Рассмотрим упруго закрепленное твердое тело, перемещения которого в обоих направлениях ограничены двумя симметрично расположенными упорами (при колебаниях тело может соударяться с ними). На тело действуют силы притяжения двух также симметрично расположенных одинаковых электромагнитов (см. фигуру), к которым приложена синусоидальная ЭДС $U \sin \omega t$. Задача состоит в определении ударных колебаний в системе.

В настоящее время электромагниты, питающиеся только от сети переменного тока, используются лишь для возбуждения вибраций с частотой, вдвое большей частоты сети. При этом вибрационное устройство содержит только один электромагнит. В системе, содержащей два симметрично расположенных электромагнита, колебания с удвоенной частотой вырождаются в механическое равновесие. Если же требуются вибрации с частотой, равной частоте сети, то применяются более сложные электромагниты с обмотками переменного и постоянного тока. В таких случаях вибратор может содержать либо один, либо два симметрично расположенных электромагнита.

Однако вибрации с частотой сети можно получить и с помощью самых простых электромагнитов, имеющих только обмотку переменного тока. Это достигается за счет выбора параметров, при котором существенна нелинейность зависимости $B(H)$ в ферромагнетике [2]. Естественно предположить, что вибрации «одинарной» частоты



при питании только переменным током можно получить также за счет механической нелинейности, например ударов. Далее показывается, что в ударной системе с двумя магнитами такие колебания действительно возможны.

Обозначим через Φ_1 и Φ_2 магнитные потоки в первом и втором электромагнитах, через u — перемещение тела из положения статического равновесия, принимая, что $u > 0$, если тело приближается ко второму магниту. Введем безразмерные величины

$$\tau = \omega t; \quad \varphi_1 = \frac{\Phi_1 n \omega}{U}, \quad \varphi_2 = \frac{\Phi_2 n \omega}{U}, \quad \xi = \frac{u}{h}, \quad \rho = \frac{2r h}{\omega n^2 \mu_0 S}$$

$$\sigma = \frac{1}{h} \left(\frac{1}{2} R_m \mu_0 S + h_1 \right), \quad v^2 = \frac{c}{m \omega^2}, \quad f = U^2 (\mu_0 n \omega^4 m h S)^{-1}$$

Здесь n — число витков обмотки, h — расстояние между телом и упором в положении равновесия, S — площадь сечения сердечника, h_1 — воздушный зазор электромагнита в положении равновесия, R_m — магнитное сопротивление ферромагнетика, μ_0 — магнитная проницаемость воздуха, m — масса тела, c — жесткость упругих связей.

Уравнения, описывающие электромеханические колебания в системе в промежутках между ударами, в безразмерных переменных приводятся к виду [1]

$$\varphi_1' + \rho(\sigma + \xi)\varphi_1 = \sin \tau, \quad \varphi_2' + \rho(\sigma - \xi)\varphi_2 = \sin \tau$$

$$\xi'' + v^2 \xi = -f(\varphi_1^2 - \varphi_2^2) \quad (1.1)$$

Удары происходят при $\xi = \pm 1$ и описываются соотношением $\xi_{\pm}' = -R\xi_{\pm}'$, где ξ_{-}' и ξ_{+}' — соответственно безразмерные скорости до и после удара, R — коэффициент восстановления скорости.

Теми же уравнениями и соотношениями при ударе можно приближенно описать систему, в которой колеблется не только тело, притягиваемое магнитами, но и сами магниты. Для этого требуется, чтобы все неподвижные элементы, изображенные на фигуре, были жестко связаны между собой, а вся система установлена на достаточно мягких опорах. Такова обычная схематизация двухмассных вибрационных устройств.

Параметр ρ , равный отношению активного сопротивления в цепи обмотки к характерному индуктивному сопротивлению, предполагается малым, что естественно для технических устройств [1, 2].

Будем определять 2π -периодические режимы в системе, используя метод Пуанкаре. Отбрасывая в (1.1) члены, содержащие ρ , получим

$$\varphi_1 = \alpha_1 - \cos \tau, \quad \varphi_2 = \alpha_2 - \cos \tau \quad (1.2)$$

где α_1, α_2 — произвольные постоянные.

Для определения перемещения ξ в «порождающем» приближении получается задача об ударных колебаниях под действием 2π -периодической силы, зависящей от параметров α_1, α_2 . Она описывается последним уравнением в (1.1), где φ_1 и φ_2 имеют вид (1.2), и указанными выше условиями при ударе: В этой задаче нужно найти 2π -периодическое решение. Далее, как и в непрерывном случае, следует [4-6] внести φ_1, φ_2 и ξ , найденные в порождающем приближении, в малые члены первых двух уравнений в (1.1), осреднить за период и составить уравнения для определения α_1, α_2 .

Согласно [4-6], каждому вещественному решению этих уравнений при достаточно малых значениях ρ отвечает периодический режим в исходной кусочно-непрерывной системе с тем же числом ударов за период, что и в порождающем приближении. В этом режиме φ_1, φ_2 и ξ , а также моменты удара будут близки к их значениям в соответствующем порождающем ре-

шении. Однако скорости на протяжении малых интервалов времени вблизи моментов удара будут отличаться на немалые величины, так как точный и порождающий моменты удара отличаются один от другого (на малую величину).

Ограничимся разысканием так называемого симметричного [1, 2] режима, когда $\alpha_1 = -\alpha_2$. При этом суммарная сила от двух магнитов, действующая на тело, в порождающем приближении равна $4f\alpha_1 \cos \tau$, т. е. постоянные составляющие и вторые гармоники сил первого и второго магнитов уравниваются, а первые гармоники складываются. Такой режим используется в системах с двумя электромагнитами с подмагничиванием (он наиболее интересен для техники и в данном случае).

В отличие от непрерывных систем ударная система, колебания которой определяются в порождающем приближении, имеет множество качественно различных 2π -периодических режимов, отличающихся, например, числом ударов за период. Выберем из них режим с двумя ударами за период. При этом соударения о первый и второй упоры разделены временем в полпериода, а скорости непосредственно после удара о разные упоры отличаются только знаком. Для определения ξ будем иметь задачу

$$\begin{aligned} \xi'' + v^2 \xi &= 4f\alpha \cos \tau \\ \xi(\tau_0 + \pi) &= 1, \quad \xi_+'(\tau_0) = R\xi_-'(\tau_0 + \pi) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь τ_0 — момент удара при $\xi = -1$, индекс у α_1 в (4.3) и далее опускается. Очевидно, что если существует режим, в котором α имеет некоторое значение α_* , то существует и режим, в котором $\alpha = -\alpha_*$. Поэтому можно рассматривать только значения $\alpha > 0$. Также примем, что $0 \leq \tau_0 \leq 2\pi$.

Решение задачи (4.3) известно [9]:

$$\begin{aligned} \xi(\tau) &= \frac{\kappa}{v \cos(v\pi/2)} A \sin \tau_0 \sin \left[v(\tau - \tau_0) - \frac{v\pi}{2} \right] + A \cos \tau \\ \tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + \pi, \quad \kappa &= (1+R) / (1-R), \quad A = 4f\alpha / (v^2 - 1) \\ \xi(\tau) &= -\xi(\tau - \pi), \quad \tau_0 + \pi \leq \tau \leq \tau_0 + 2\pi \end{aligned} \quad (4.4)$$

Уравнение для определения τ_0 имеет вид [9]:

$$(A\kappa / v) \sin \tau_0 \operatorname{tg}(v\pi / 2) - A \cos \tau_0 = 1 \quad (4.5)$$

Соотношения (4.4), (4.5) определяют зависимости τ_0 от α и ξ от τ , α . Ограничимся случаем $1 < v < 2$. При $v < 1$ всегда устойчиво тривиальное решение $\alpha = 0$, отвечающее механическому равновесию [1, 2]. Поэтому при $v < 1$ искомые колебания, если они существуют, не будут самовозбуждающимися и практически их трудно реализовать. Случай $v > 2$ исследуется иначе, чем рассматриваемый случай $1 < v < 2$. Требуемые колебания при $v > 2$ практически также трудно реализуемы.

Рассмотрим условия существования найденных колебаний. Будем иметь

$$\xi_+'(\tau_0) = 2RA \sin \tau_0 / (1-R) \quad (4.6)$$

Очевидно, что $\xi_+'(\tau_0) > 0$. Так как принято, что $\alpha > 0$ и $v > 1$, то $A > 0$ и $\sin \tau_0 > 0$. Можно показать, что при этом (4.5) удовлетворится лишь при $A \geq 1$ и $\pi/2 < \tau_0 \leq \pi$, причем каждому $A \geq 1$ в этом случае отвечает единственное τ_0 в указанном промежутке.

Кроме того, при $\tau_0 < \tau < \tau_0 + \pi$ должно выполняться условие $|\xi| < 1$. Это требование приводит к дополнительным ограничениям, накладываемым на A и параметры системы и определяющим в пространстве параметров

некоторую область (ее граница называется C -границей). Соотношения, описывающие C -границу, в данном случае весьма сложны. Однако для доказательства того, что искомые режимы существуют, можно ограничиться отысканием более узкой области, заведомо лежащей внутри C -границы. Именно, найдем некоторую область в пространстве параметров, в которой ξ' не меняет знака при $\tau_0 < \tau < \tau_0 + \pi$. Рассмотрим с этой целью «пограничный» режим $\xi_g(\tau)$, в котором ξ_g' не меняет знака, но обращается в нуль при некотором значении $\tau = \tau_g$. В этом случае и $\xi_g''(\tau_g) = 0$. Но равенства

$$\xi_g'(\tau_g) = 0, \quad \xi_g''(\tau_g) = 0 \quad (1.7)$$

могут выполняться одновременно, если значения параметров связаны некоторым соотношением. Это соотношение описывает границу области, где $\xi'(\tau) \geq 0$ при $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + \pi$. Можно сравнительно просто указать часть этой области. Исключая из (1.7), где ξ_g имеет вид (1.4), синус и косинус величины $\nu(\tau_g - \tau_0) - \nu\pi/2$, получим, что равенства (1.7) могут быть совместны только при условии

$$\frac{1}{\nu^2} \leq \left(\frac{\kappa \sin \tau_0}{\cos \nu\pi/2} \right)^2 \leq 1 \quad (1.8)$$

Следовательно, в областях, где эти неравенства не выполняются, не будет пограничного режима. Можно показать, что из двух неравенств, противоположных (1.8), области, где $\xi' > 0$, отвечает неравенство $\kappa \sin \tau_0 (\cos \nu\pi/2)^{-1} > -1/\nu$.

Учитывая (1.5) и указанные ранее ограничения для A , получим окончательно, что при условии

$$1 \leq A < \left[\sqrt{1 - \frac{\cos^2(\nu\pi/2)}{\kappa^2 \nu^2}} - \frac{1}{\nu^2} \sin \frac{\nu\pi}{2} \right]^{-1} \quad (1.9)$$

искомый режим заведомо существует.

Предыдущие соотношения определяют семейство порождающих решений, зависящих от параметра α . Внесем $\xi(\alpha, \tau)$, $\varphi_1(\alpha, \tau)$ в малый член первого уравнения в (1.1). Тогда уравнение для определения α найдется из условия, что среднее за период значение функции, образующейся после такой подстановки, равно нулю. В результате получим соотношение

$$\sin 2\tau_0 = \frac{\nu^2 - 1}{2\kappa} \pi \left(\frac{\nu^2 - 1}{2f} \sigma - 1 \right) \quad (1.10)$$

из которого определяется τ_0 . Затем из (1.5) находятся A и α . Заметим, что для параметров порождающего решения получились фактически явные выражения, а не система трансцендентных уравнений, как можно было ожидать.

Внося $\xi(\alpha, \tau)$, $\varphi_2(\alpha, \tau)$ в малый член второго уравнения в (1.1) и осредняя, снова получим (в силу симметрии режима) уравнение (1.10). Следовательно, одно и то же значение α удовлетворяет одновременно двум условиям периодичности первого приближения, т. е. симметричное решение $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$ действительно существует.

2. Исследуем устойчивость найденного режима. В задачах рассматриваемого типа можно составить различные линейные соотношения. Например, разностные уравнения относительно времени удара и значений φ_1 , φ_2 , ξ' при ударе, которые можно использовать так же, как и уравнения в вариациях в случае непрерывных систем. Эти соотношения позволяют найти четыре величины (соответственно порядку системы), являющиеся аналогами характеристических показателей. Знаки их вещественных ча-

стей определяют устойчивость исходного режима. Указанные величины будут функциями параметра ρ , причем две из них (критические) при $\rho=0$ обращаются в нуль, а две другие (некритические) имеют вещественные части, не обращающиеся в нуль при $\rho=0$.

Условия устойчивости, соответствующие некритическим показателям, могут быть найдены из рассмотрения только порождающего решения. Они представляют собой условия устойчивости найденных колебаний системы с ограничениями, составленные в предположении, что вынуждающая сила $4f\alpha \cos \tau$ задана. Эти условия известны [9]. Колебания асимптотически устойчивы при заданной силе, если корни p_1, p_2 характеристического уравнения

$$p^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{1-R^2}{\nu} \sin \nu\lambda \operatorname{ctg} \tau_0 + (1-R)^2 \cos \nu\lambda - (1+R)^2 \right] p + R^2 = 0 \quad (2.1)$$

по модулю меньше единицы. Если модуль хотя бы одного корня больше единицы, колебания неустойчивы. Корни уравнения (2.1) по модулю меньше единицы, если

$$R < 1, \quad \frac{1}{2(1+R^2)} \left| \frac{1-R^2}{\nu} \sin \nu\lambda \operatorname{ctg} \tau_0 + (1-R)^2 \cos \nu\lambda - (1+R)^2 \right| < 1 \quad (2.2)$$

Можно показать, что второе неравенство (2.2) эквивалентно неравенству

$$\chi \sin \nu\lambda \operatorname{ctg} \tau_0 < \nu(1+2\chi^2 - \cos \nu\lambda) \quad (2.3)$$

которое, следовательно, является необходимым условием устойчивости.

Найдем первые приближения к критическим характеристическим показателям. Они определяются тем же путем, что и в непрерывном случае [6]. Следовательно, если бы были известны общие уравнения для определения α_1, α_2 вида $P_1(\alpha_1, \alpha_2) = 0, P_2(\alpha_1, \alpha_2) = 0$, то эти приближения нашлись бы как корни λ_1, λ_2 уравнения $|\partial P_r / \partial \alpha_s + \lambda \delta_{rs}| = 0$ ($r, s = 1, 2$), где δ_{rs} — символ Кронекера.

Так как уравнение для определения α_1 было записано только для симметричного режима ($\alpha_1 = -\alpha_2$), то необходимо обратиться к уравнениям возмущенного движения.

Обозначим через $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ отклонения φ_1 и φ_2 от их значений в невозмущенном движении. В порождающем приближении $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ являются постоянными. В непрерывном случае первые приближения к критическим показателям могут быть найдены следующим образом. Составим уравнения в вариациях и положим в них

$$\delta\varphi_1 = \eta_1 \exp(\rho\lambda\tau), \quad \delta\varphi_2 = \eta_2 \exp(\rho\lambda\tau), \quad \delta\xi = \vartheta \exp(\rho\lambda\tau)$$

Очевидно, что в порождающем приближении $\eta_1 = \eta_{10}, \eta_2 = \eta_{20}$, где η_{10}, η_{20} — постоянные. Величина λ определится из условия, чтобы $\eta_1, \eta_2, \vartheta$ были 2π -периодическими функциями. Для вычисления λ с точностью до членов порядка ρ достаточно найти ϑ в порождающем приближении. В этом приближении для ϑ получится линейное уравнение с 2π -периодической правой частью, являющейся линейной формой постоянных η_{10}, η_{20} . Определив 2π -периодическое решение линейного уравнения, которое также будет линейной формой η_{10}, η_{20} , и внося результат в малые члены двух остальных уравнений, из условий периодичности первых приближений η_{11}, η_{21} к функциям η_1, η_2 получим линейную однородную систему относительно η_{10}, η_{20} . Затем из условия $\eta_{10}, \eta_{20} \neq 0$ найдем λ .

Применительно к рассматриваемой разрывной системе порядок отыскания λ остается прежним, только вместо функции $\delta\xi = \xi_* - \xi$, имеющей четыре разрыва производной за период, будем определять ξ_* . Так как в

порождающем приближении функция $\delta\xi$ должна быть 2π -периодической, то и ξ_* также нужно искать 2π -периодической. При этом достаточно удерживать величины не выше первого порядка относительно η_{10} , η_{20} . В результате для ξ_* в интервалах непрерывности производной получим уравнение

$$\xi_*'' + v^2 \xi_* = [4f\alpha + 2f(\eta_{10} - \eta_{20})] \cos \tau - 2f\alpha(\eta_{10} + \eta_{20}) \quad (2.4)$$

Периодическое решение ξ_* может быть найдено тем же путем, что и исходные колебания $\xi(\tau)$. Отличие состоит лишь в том, что из-за второго члена в правой части уравнения (2.4) нарушается симметрия во времени. Поэтому нужно рассматривать оба промежутка между ударами, а условия периодичности ставить через весь период. Постоянное слагаемое в правой части (2.4) сильно усложняет решение, и оно оказывается весьма громоздким (несмотря на то, что отбрасываются старшие степени η_{10} , η_{20}). В силу этих обстоятельств приведем лишь окончательный результат. Момент удара при $\xi_* = -1$ и скорость ξ_{*0}' непосредственно после удара будут

$$\tau_{*0} = \tau_0 + \delta\tau_0$$

$$\begin{aligned} \delta\tau_0 &= 2f(\eta_{10} - \eta_{20}) \left[A^2(1-v^2) \left(\sin \tau_0 + \frac{\kappa}{v} \operatorname{tg} \frac{v\pi}{2} \cos \tau_0 \right) \right]^{-1} - \\ &- 2f\alpha \operatorname{tg} \frac{v\pi}{2} (\eta_{10} + \eta_{20}) \left[A \sin \tau_0 \frac{2v^2}{\sin v\pi} \left(\sin^2 \frac{v\pi}{2} + \kappa^2 \right) - \kappa v A \cos \tau_0 \right]^{-1} \\ \xi_{*0}' &= \xi_+'(\tau_0) + \delta\xi_0', \quad \delta\xi_0' = \frac{-4Rf}{1-R} (\eta_{10} - \eta_{20}) \left[(1-v^2) \left(\sin \tau_0 + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{\kappa}{v} \operatorname{tg} \frac{v\pi}{2} \cos \tau_0 \right) \right]^{-1} - \frac{4Rf\alpha}{v(1-R)} \operatorname{tg} \frac{v\pi}{2} (\eta_{10} + \eta_{20}) \left(\frac{-2\kappa v}{\sin v\pi} \sin \tau_0 + \right. \\ &+ \left. \cos \tau_0 \right) \left[\sin \tau_0 \frac{2v}{\sin v\pi} \left(\sin^2 \frac{v\pi}{2} + \kappa^2 \right) - \kappa \cos \tau_0 \right]^{-1} \end{aligned}$$

Аналогичные, но еще более громоздкие выражения получаются для момента удара τ_{*1} при $\xi_* = 1$ и скорости после удара. Возмущенное движение при $\tau_{*0} < \tau < \tau_{*1}$ с указанной выше точностью описывается уравнением

$$\begin{aligned} \xi_*(\tau) &= \xi(\tau) - \frac{\kappa A \sin \tau_0}{\cos(v\pi/2)} \delta\tau_0 \cos \left[v(\tau - \tau_0) - \frac{v\pi}{2} \right] + \\ &+ \frac{1}{v} \sin v(\tau - \tau_0) \left[\frac{2f}{v^2 - 1} (\eta_{10} - \eta_{20}) \sin \tau_0 + A \cos \tau_0 \delta\tau_0 + \delta\xi_0' \right] - \\ &- \left[\frac{2f}{v^2 - 1} (\eta_{10} - \eta_{20}) \cos \tau_0 - A \sin \tau_0 \delta\tau_0 - \frac{2f\alpha}{v^2} (\eta_{10} + \eta_{20}) \right] \cos v(\tau - \tau_0) + \\ &+ \frac{2f}{v^2 - 1} (\eta_{10} - \eta_{20}) \cos \tau - \frac{2f\alpha}{v^2} (\eta_{10} + \eta_{20}) \end{aligned}$$

Подобный вид имеет выражение для $\xi_*(\tau)$ при $\tau_{*1} < \tau < \tau_{*0} + 2\pi$.

Найденное решение $\xi_*(\tau)$ следует внести в уравнения, получающиеся указанным выше способом из уравнений в вариациях. С требуемой точностью они могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \eta_1' + \rho\lambda\eta_1 + \rho\xi_*\varphi_1 - \rho\xi\varphi_1 + \rho(\sigma + \xi)\eta_1 &= 0 \\ \eta_2' + \rho\lambda\eta_2 - \rho\xi_*\varphi_2 + \rho\xi\varphi_2 + \rho(\sigma - \xi)\eta_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Первые приближения η_{11} , η_{21} будут 2π -периодическими, если члены порядка ρ в (2.5) не содержат постоянных составляющих. Из этого условия получается линейная однородная система относительно η_{10} , η_{20} . Приравняв ее определитель нулю, получим квадратное уравнение для определения первого приближения к величине λ . Для устойчивости необходимо, чтобы его корни имели отрицательные вещественные части. В данном случае корни оказываются вещественными, и одно из условий устойчивости может быть записано в виде

$$\left[8 \frac{\alpha^2 f}{v^2 \pi} \operatorname{tg} \frac{\nu \pi}{2} \left(\frac{1}{v} \cos \tau_0 - \frac{2\kappa}{\sin \nu \pi} \sin \tau_0 \right) \right] \times \quad (2.6)$$

$$\times \left[\frac{2\nu \sin \tau_0}{\sin \nu \pi} \left(\frac{1}{\kappa} \sin^2 \frac{\nu \pi}{2} + \kappa \right) - \cos \tau_0 \right]^{-1} + 4f \frac{\alpha^2}{v^2} < \sigma$$

Второе условие с учетом того, что τ_0 удовлетворяет (1.5), можно преобразовать к простому виду $\cos 2\tau_0 > 0$. Учитывая указанные ранее ограничения, получим $3/4\pi < \tau_0 < \pi$.

Условию (2.6), очевидно, можно удовлетворить, выбирая значения σ достаточно большими (например за счет уменьшения расстояния между упорами). Кроме того, если справедливы условия

$$\kappa^2 - \frac{\nu \pi \sin^2(\nu \pi / 2)}{2 \operatorname{tg}(\nu \pi / 2) - \nu \pi} < \frac{\kappa}{2\nu} \sin \nu \pi \operatorname{ctg} \tau_0 < \kappa^2 + \sin^2 \left(\frac{\nu \pi}{2} \right) \quad (2.7)$$

то неравенство (2.6) будет выполняться при любых σ , так как его левая часть отрицательна. При этом будет справедливо также и неравенство (2.3). Следовательно, условия устойчивости (2.3) и (2.6) не противоречивы. Очевидно также, что они не противоречат условию $\cos 2\tau_0 > 0$.

Наконец, условие существования (1.9) можно переписать в виде

$$\sin \nu \pi \operatorname{ctg} \tau_0 / \nu > -2\kappa \sin(\nu \pi / 2) \cos \tau_0$$

Так как $\operatorname{tg}(\nu \pi / 2) < 0$, то величина в правой части этого неравенства меньше величины в левой части первого неравенства (2.7).

Таким образом, все перечисленные условия существования и устойчивости найденных режимов не противоречивы. Выбрав параметры системы внутри области, определяемой этими условиями, можно реализовать рассмотренные колебания.

Из (1.10) следует, что неравенство $\cos 2\tau_0 > 0$ может быть выполнено только при условии

$$2f > \sigma(\nu^2 - 1) \quad (2.8)$$

Чтобы условие (2.8) было справедливо при ν , значительно отличающихся от единицы, необходимы достаточно большие значения f . Практически при этом оказывается необходимым весьма большое напряжение питания U . Поэтому искомые режимы экспериментально легче всего реализовать вблизи резонанса, т. е. при значениях ν , близких к единице. Тот же вывод получается и из анализа других условий существования и устойчивости.

Неравенство (2.8) является условием неустойчивости механического равновесия [1]. Таким образом, как и в случае существенной магнитной нелинейности [2], рассмотренные колебания возможны лишь при неустойчивости равновесия.

Сделанный вывод о существовании устойчивых колебаний частоты ω в системе с ударами открывает другую возможность (помимо использования магнитной нелинейности) для возбуждения колебаний этой частоты с помощью наиболее простых электромагнитов, подключаемых к источникам только переменного тока.

Поступила 1 II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ходжаев К. Ш.* Колебания, возбуждаемые электромагнитами в линейных механических системах. Инж. ж. МТТ, 1968, № 5.
2. *Ходжаев К. Ш.* О влиянии нелинейности в ферромагнетике на колебания, возбуждаемые электромагнитами. Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 6.
3. *Москвитин А. И.* Электрические машины возвратно-поступательного движения. М., Изд-во АН СССР, 1950.
4. *Неймарк Ю. И., Шильников Л. П.* О применении метода малого параметра к системам дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение, 1959, № 6.
5. *Коловский М. З.* Об условиях существования периодических решений системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями, содержащими малый параметр. ПММ, 1960, т. 24, вып. 4.
6. *Нагаев Р. Ф.* Периодические решения кусочно-непрерывных систем с малым параметром. ПММ, 1972, т. 36, вып. 6.
7. *Нагаев Р. Ф.* Динамика виброударной дробилки с парой самосинхронизирующихся вибраторов. Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение, 1963, № 5.
8. *Зарецкий Л. Б.* Синхронизация центробежных вибровозбудителей в системах с разрывными характеристиками. Инж. ж. МТТ, 1968, № 1.
9. *Кобринский А. Е., Кобринский А. А.* Виброударные системы. М., «Наука», 1973.