

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР СЕМИНАРЫ

Семинар по механике систем твердых тел и гироскопов
под руководством А. Ю. Иншлинского, Д. М. Климова, Е. А. Девянина.

8 XII 1975. В. М. Воробьев (Киев) *К вопросу об устойчивости колебаний гироскопа с неконтактным подвесом на подвижном основании.*

Рассматривается маятниковый гироскоп с магнитным подвесом однороторного чувствительного элемента. Основание прибора подвержено угловой и поступательной вибрации.

Исследована в нелинейной постановке устойчивость пространственных колебаний. Получены условия устойчивости при субгармонических и комбинационных резонансах между собственными частотами системы и частотами вибрации основания. Показано, что при неточном горизонтировании нелинейность силовых характеристик магнитного подвеса расширяет область неустойчивости при субгармонических резонансах, может способствовать как возбуждению, так и подавлению колебаний при комбинационных резонансах и обуславливает ряд дополнительных нелинейных резонансных соотношений. Выявлены условия, при которых демпфирование не устраняет возбуждения колебаний гироскопа. Определены необходимые условия возникновения возможной неустойчивости для определенных комбинационных резонансов.

15 XII 1975. В. М. Руденко (Москва) *Определение собственных частот астатического гироскопа в упругом кардановом подвесе.*

Определяются аналитические выражения для приближенных значений собственных частот астатического гироскопа в упругом кардановом подвесе. Для каждой из частот получены оценки сверху и снизу, причем эти оценки не являются асимптотическими.

19 I 1976. В. Г. Сегалин (Москва) *Некоторые виды колебаний двухзарядного маятника с вращающейся плоскостью качаний.*

Исследуются нестационарные режимы, возникающие в двухзарядном маятнике, состоящем из заряженной материальной точки, помещенной на невесомом и неизгибающемся стержне. Стержень вращается вокруг своего конца, соединенного с осью вращения цилиндрическим шарниром. Этот двухзарядный маятник рассматривается как упрощенная модель одноэлектронного атома. Точка принимается имеющей заряд и массу электрона и испытывает притяжение к центру шарнира по закону взаимодействия разноименных зарядов.

Можно считать, что в результате возбуждения в системе маятниковых колебаний она обволакивается поллой заряженной оболочкой, по которой распределен отрицательный заряд; эту оболочку предлагается рассматривать как электрическую линию с распределенными параметрами, по которой протекает электрический переменный ток с частотой маятниковых колебаний. При этом в линии может возникнуть несколько различных видов колебаний, скачкообразно изменяющихся при критических значениях ее параметров, а для ряда вырожденных орбит — и орбитально-радиальные колебания, которые отвечают решетчатой функции, состоящей из модулированной по амплитуде периодической последовательности одинаковых П-импульсов.

23 II 1976. О. М. Городецкий (Москва) *Исследование возмущающих моментов вязкой жидкости в подвесе гироскопа со сферическим поплавком.*

Исследуется движение сферического поплавка в вязкой несжимаемой жидкости под действием периодических сил и моментов, источником которых является вибрация ротора гироскопа.

Составлены уравнения движения поплавка с учетом сил и моментов, приложенных к поплавку со стороны жидкости. Показано, что периодические движения центра поплавка могут приводить к уходам гироскопа. Приведены формулы скоростей уходав гироскопа.

22 III 1976. Л. А. Северов (Ленинград) *Исследование по статике, кинематике и динамике трехосного гиросtabilизатора.*

Рассматривается группа вопросов, связанных со статикой, кинематикой и динамикой трехосного гиросtabilизатора, имеющего две дополнительные степени свободы

в подвесе платформы. В сложных схемах карданных подвесов трехосного гиросtabilизатора решены вопросы преобразования координат в системе управления стабилизирующими двигателями, поставлена и решена задача оптимизации управления двигателями дополнительных осей подвеса.

Разработана методика составления уравнений движения трехосного гиросtabilизатора, основанная на использовании уравнений Эйлера — Лагранжа в квазикоординатах и принципа виртуальной работы.

Приводится описание трехосного гиросtabilизатора, содержащего нелинейные элементы типа «люфт» и кулоново трение, представляющее его как многомерную кусочно-линейную систему. Применение эквивалентных преобразований сдвига нулей и полюсов и частотных критериев позволило сформулировать методику оценки достаточных условий абсолютной устойчивости таких систем. Поставлена и решена задача аналитического конструирования оптимальных регуляторов трехосного гиросtabilизатора, учитывающая действие в системе детерминированных и случайных возмущений и условия практической реализуемости регуляторов.

Исследованы причины и закономерности образования динамических уходов трехосного гиросtabilизатора при действии возмущений в одном из каналов стабилизации и разработаны пути их уменьшения, основанные на организации связанного регулирования, построения дополнительных контуров коррекции и выборе рациональной схемы расположения гироскопов на платформе.

5 IV 1976. Ю. К. Жбанов, В. Ф. Журавлев (Москва) *Кинематическая теорема А. Ю. Ишлинского в случае линейных неголомомных связей общего вида.*

Кинематическая теорема А. Ю. Ишлинского: «если некоторая ось твердого тела описала в пространстве произвольный замкнутый конус, а проекция абсолютной угловой скорости тела на эту ось в процессе движения была равна нулю, то угол поворота тела вокруг этой оси равен телесному углу описанного конуса» обобщается на случай, когда в той же постановке абсолютная угловая скорость тела равна нулю в проекции на некоторую произвольную, известным образом движущуюся в теле ось. При этом искомый угол поворота тела равен разности телесных углов конусов, описанных осью, определяющей неголомомную связь, в пространстве и в теле.

12 IV 1976. А. И. Кобрин, Ю. Г. Мартыненко (Москва) *Асимптотическое решение уравнений гироскопических систем.*

Доклад посвящен вопросам применения новых приемов асимптотического решения систем нелинейных дифференциальных уравнений для исследования гироскопических систем общего вида. Рассматриваются случаи сильного и слабого демпфирования. В качестве малого параметра выбирается отношение характерных времен нутации и прецессии.

Асимптотика решения соответствующей сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений строится с помощью перехода в пространство большего числа независимых переменных. Дается определение и указываются необходимые и достаточные условия разрешимости соответствующих уравнений последовательных приближений. Выясняется, что условия разрешимости определяют прецессионную составляющую движения гироскопической системы, амплитуды и «поправку» к частотам нутационных колебаний и, так называемые, систематические уходы. С этой точки зрения анализируются ранее решенные и новые задачи теории гироскопов.

Семинар по теории оптимального управления движением под руководством Ф. Л. Черноушко и Г. К. Пожарицкого.

18 IX 1975. Н. В. Баничук (Москва) *Об одной вариационной задаче с неизвестной границей и ее приложениях к оптимальному проектированию упругих конструкций.*

Рассмотрена задача оптимизации для уравнения в частных производных эллиптического типа. Граница области, в которой задано уравнение, выступает в качестве управляющей функции и подлежит определению из условия экстремума интеграла от решения краевой задачи. Отыскание экстремалей сведено к решению минимаксной вариационной задачи без дифференциальных связей. Получены необходимые условия оптимальности и с их помощью найдены оптимальные формы стержней неодносвязного сечения и анизотропных стержней, обладающих максимальной жесткостью при кручении.

Исследованы задачи оптимального армирования скручиваемых стержней тонкими слоями более жесткого материала. Доказано, что в этой задаче условие оптималь-

ности является не только необходимым, но и достаточным условием максимума жесткости. Приводится аналитическое решение некоторых конкретных задач.

2 X 1975. Н. М. Гура, А. П. Сейранян (Москва) *Оптимальная круглая пластинка при ограничениях по жесткости и частоте собственных колебаний.*

Ставится задача проектирования упругой круглой пластинки минимального объема при ограничениях, наложенных на средний прогиб при действии изгибающей нагрузки и частоту собственных колебаний первого тона. Получены необходимые условия оптимальности поставленной задачи, исследуется зависимость оптимального решения от параметров задачи, приведены численные результаты. В области значений параметров, где оба ограничения выходят на равенство, построено квазиоптимальное решение с оценками близости к оптимальному решению по функционалу.

9 X 1975. В. Б. Колмановский (Москва) *Об управлении по вероятности некоторыми системами.*

Рассмотрена задача о максимизации вероятности достижения заданного целевого множества управляемым движением при случайных возмущениях. Отмечено, что уравнение Беллмана в рассматриваемом случае имеет, вообще говоря, неединственное решение и, кроме того, не определяет оптимального управления.

Далее выделено решение уравнения Беллмана, с которым совпадает максимальное значение вероятности, выяснены дополнительные условия, при которых уравнение Беллмана определяет оптимальное управление. Рассмотрены примеры.

16 X 1975. Ю. Р. Рощин (Москва) *К задаче оптимального по быстрдействию управления движением твердого тела относительно центра масс.*

Исследуется задача наискорейшего торможения вращения несимметричного твердого тела при помощи трех малых по величине управляющих моментов. Каждый управляющий момент направлен вдоль одной из главных осей инерции твердого тела. Предполагается, что характеристики объекта управления постоянны, а изменение кинетического момента за период вращения мало по сравнению с его величиной.

Для решения задачи применяется метод осреднения, развитый для анализа стандартных систем с вращающейся фазой, содержащих малые управляющие воздействия.

Показано, что на интервале времени $\sim \varepsilon^{-1}$, где $\varepsilon \ll 1$ — малый параметр, оптимальные управления таковы, что каждый управляющий момент направлен против соответствующей компоненты угловой скорости. Построено семейство траекторий на фазовой плоскости и проведен их анализ.

23 X 1975. В. П. Кузнецов (Куйбышев) *Метод частичного усреднения в нелинейной механике систем с конечным числом степеней свободы.*

Под руководством Ю. А. Митропольского развит метод частичного усреднения для систем в стандартной форме, правые части которых представляют собой суммы произведений вещественных неколеблющихся квазимногочленов на функции, имеющие независимое от времени среднее по явно входящему времени. Доказаны теоремы, обосновывающие вынесение квазимногочленов за знак оператора усреднения.

Метод применен для решения дифференциальных уравнений нелинейных колебаний близких к линейным системам с одной и двумя степенями свободы и системы с одной степенью свободы, близкой к нелинейной консервативной системе, а также для исследования движения механических систем в потоке жидкости или газа, влияние которого учитывается формулами А. И. Лурье.

30 X 1975. Н. Н. Болотник (Москва) *Некоторые задачи оптимизации амортизационных систем, рассчитанных на класс внешних воздействий.*

Дается минимаксная постановка задач оптимизации амортизационных систем, рассчитанных на класс внешних воздействий. Решена задача оптимизации параметров линейной амортизационной системы в случае интегрального ограничения на внешнее воздействие и задача построения оптимального амортизатора, если

внешнее воздействие представляет собой два мгновенных удара, разделенных некоторым (заранее не фиксированным) промежутком времени. Оптимальность понимается в смысле минимизации максимума (по всем допустимым внешним воздействиям) максимального (по времени) отклонения, при ограничении на максимальную перегрузку.

13 XI 1975. А. А. Миронов (Москва) *Задача оптимизации формы тела при малых числах Рейнольдса.*

В докладе получена асимптотика необходимых условий при малых числах Рейнольдса. Показано, что

- 1) с точностью до членов порядка $o(R)$ тело, оптимальное в stokсовом приближении, будет оптимальным также и при малых числах Рейнольдса;
- 2) тело, оптимальное при малых числах Рейнольдса, будет с точностью до $o(R^2)$ симметричным относительно миделева сечения;
- 3) любое тело, содержащее данное тело, имеет с точностью до $o(R)$ сопротивление большее, чем заданное.

20 XI 1975. А. Д. Пантелеев (Киев) *Встречные методы и оптимизация в задачах об изгибе пластин.*

Решается задача весовой оптимизации прямоугольных пластин переменной толщины при наличии ограничений на напряженное состояние и ее размеры по толщине. Принят кусочно-линейный закон изменения толщины вдоль координатных линий. Необходимое для оптимизации решение задачи о напряженно-деформированном состоянии пластины находится путем применения встречных вариационных методов, что позволяет оценить погрешность приближенного решения в нормированном энергетическом пространстве. В качестве базисных функций выбираются полиномиальные сплайны. Задача оптимизации пластины сводится к задаче нелинейного программирования, которая решается комплексным применением метода штрафных функций, метода локальных вариаций, метода сопряженных градиентов. Дается обоснование сходимости метода штрафных функций применительно к указанным задачам.

Найдены оптимальные формы пластины при различных граничных условиях.

27 XI 1975. А. С. Братусь (Москва) *Асимптотическое решение некоторых задач оптимального управления вероятностью.*

Рассмотрена задача оптимального управления стохастической динамической системой с целью максимизации вероятности попадания в фиксированное множество в конечный момент времени. Предполагается, что это множество представляет собой сферу малого радиуса. Строится нерегулярное, асимптотическое разложение по степеням малого параметра — радиуса сферы. Найден приближенный синтез оптимального управления. Доказаны оценки погрешности предложенного метода. Приведены примеры.

11 XII 1975. Ю. А. Клих, В. А. Плотников (Одесса) *Методы усреднения в задачах оптимального управления.*

Для систем, близких к линейным и не являющихся слабо управляемыми, в задаче оптимального быстрогодействия получен алгоритм построения асимптотического решения двухточечной краевой задачи принципа максимума с помощью метода усреднения. Доказана теорема о невозможности «застывания» системы в резонансе и получено обоснование метода усреднения в случае соизмеримости частот для уравнений с периодическими многочленами.

Исследована задача оптимального управления квазилинейными системами с квадратичным функционалом. Построение асимптотически оптимального решения методом усреднения приводит к разделению движений в усредненной системе. Получены асимптотические оценки траектории, оптимального управления и приближенного значения минимизируемого функционала.

Предложены схемы усреднения и частичного усреднения уравнений движения в задачах оптимального управления системами стандартного вида. При достаточно общих предположениях получены оценки оптимальных решений по функционалу. Для линейных систем доказана справедливость аналогичных оценок для траекторий и управлений. Предложенные алгоритмы применяются к решению задач оптимального управления судовыми комплексами при волнении.

18 XII 1975. А. Г. Пашков (Москва) *Регуляризация некоторых нелинейных позиционных дифференциальных игр.*

Рассмотрена позиционная игровая задача сближения для нелинейной конфликтно-управляемой системы.

Показано, что достаточные условия для успешного решения рассматриваемой игровой задачи сближения могут быть при определенных предположениях выведены из условий регулярности подходящих линейных дифференциальных игр.

В качестве примера рассмотрено решение задачи о сближении по геометрическим координатам двух материальных точек с квадратичным трением, причем в системе управления первого догоняющего игрока имеется «люфт».

25 XII 1975. М. Ю. Бородовский (Москва) *Оптимальное импульсное управление стохастическими системами при ограничениях на ресурс.*

Рассматривается широкий класс задач синтеза оптимального импульсного управления системами, которые подвержены случайным возмущениям. Предполагается, что ресурс управления и допустимое число импульсов ограничены. Поставленные задачи сводятся к крайним задачам для уравнений параболического типа (уравнений Беллмана) в области с неизвестной границей. Уменьшение размерности достигается путем перехода к автономным переменным. Предлагаются аналитические и численные методы решения подобных задач и обсуждаются полученные результаты. Найдены некоторые точные аналитические решения задач синтеза. Даются априорные двусторонние оценки оптимальной величины функционала.

8 I 1976. А. Г. Сокольский (Москва) *Исследование устойчивости движения в некоторых задачах небесной механики.*

Рассматриваются некоторые задачи теории гамильтоновых систем дифференциальных уравнений и их приложения к небесной механике. Для нейтральных в линейном приближении автономных гамильтоновых систем решена задача об устойчивости положений равновесия в случае равных частот. Доказана формальная устойчивость лагранжевых решений плоской и пространственной круговых ограниченных задач трех тел. Предложен алгоритм построения и исследования орбитальной устойчивости малых периодических решений автономных гамильтоновых систем. Разработанная методика используется при исследовании периодических движений, близких к лагранжевым решениям плоской и пространственной круговых ограниченных задач трех тел.

В нелинейной постановке решена задача об устойчивости относительного равновесия несимметричного спутника на круговой орбите при тех значениях его инерционных параметров, для которых ранее доказана лишь устойчивость в линейном приближении. Решена задача об орбитальной устойчивости плоских периодических движений (колебаний и вращений) несимметричного спутника около его центра масс на круговой орбите.

15 I 1976. А. В. Албул, Б. Н. Соколов (Кишинев, Москва) *Об одной задаче оптимизации теплового процесса.*

Рассматривается задача об оптимальном распределении тепловых источников на поверхности цилиндрического тела. Задачи такого типа возникают, например, при профилировании обмотки постоянных микропроводочных резисторов по тепловым параметрам в условиях конвективного теплообмена. Строится оптимальное решение и приводятся результаты расчетов.

22 I 1976. П. П. Мосолов (Москва) *Вариационный метод исследования нестационарных движений несжимаемых жестко-пластических сред.*

Излагается схема вариационного исследования медленных нестационарных движений жестко-пластических сред, в которых не возникает необходимости различать области различного состояния среды. Решение нестационарной задачи определяется как предел решений серии однотипных вариационных задач. Получена оценка скорости сходимости приближений к решению нестационарной задачи. Предлагаемая схема оказывается полезной при конструировании асимптотических моделей движений жестко-пластических балок, панелей, пластин и оболочек. Известный метод решения задачи о динамическом изгибе балок (панелей) связан с предположением о возникновении в балке (панели) пластических шарниров,

скорость диссипации энергии в которых и определяет движение. Предлагаемая в докладе схема расчета динамики балки (панели) под динамической нагрузкой общего вида является конкретизацией общей схемы и не предполагает шарнирного механизма развития динамики. Пластические шарниры в рамках этой схемы возникают в процессе решения задачи о минимуме функционала.

29 I 1976. Н. В. Баничук, В. М. Картелишвили, А. А. Миронов (Москва) *Численное решение двумерных задач оптимизации упругих пластин.*

Рассматриваются задачи оптимального проектирования пластин переменной толщины. В качестве оптимизируемого функционала принимается значение силы, вызывающей заданное смещение в характерных точках. Роль управляющей функции играет распределение толщин. На управляющую функцию наложены ограничения: условие постоянства объема и условия, ограничивающие максимальное и минимальное значения толщины пластинки. Определение оптимальных форм пластинок с учетом этих ограничений и необходимых условий оптимальности приводит к нелинейной краевой задаче с неизвестной границей выхода управляющей функции на ограничения. Предлагается метод решения, основанный на введении вспомогательной управляющей функции и использовании вычислительного алгоритма последовательной оптимизации. Работа алгоритма сводится к многократному варьированию толщин методом проектирования градиентов и расчету соответствующих прогибов путем решения вариационных задач по схеме метода локальных вариаций с переменными шагами варьирования. Приводятся результаты расчетов оптимальных форм прямоугольных пластин при различных условиях закрепления.

Семинар по механике сплошной среды под руководством Л. А. Галина.

9 I 1976. В. М. Левин, В. Н. Николаевский (Петрозаводск, Москва) *О статистических и моментных теориях композитных и микронеоднородных упругих сред.*

Развивается метод осреднения по объему дифференциальных уравнений равновесия неоднородных упругих сред, состоящих из компонентов, различающихся значениями упругих модулей. Получена цепочка макроуравнений равновесия, в которых фигурируют макротензоры напряжений, двойных напряжений и других напряжений все возрастающего ранга. В общем случае эти тензоры несимметричны из-за правила введения их как средних по площадкам. Принцип построения цепочки состоит в том, что разность тензоров напряжений, усредненных по площадке и по объему, есть дивергенция от среднего напряжения (по площадке) более высокого ранга.

Из цепочки уравнений равновесия можно получить одно уравнение, в которое входит ряд производных от напряжений повышающихся рангов, осредненных только по объему, и остаточный член-производная от среднего по поверхности. Обрыв ряда с заданной точностью приводит к уравнению равновесия, которое оказывается достаточным, если единственной кинематической переменной является вектор макросмещения. Получаемая конструкция уравнения характерна для градиентальной или нелокальной теории упругости.

Вычисления проведены для поликристалла в предположении эквивалентности осреднения по объему и по множеству реализаций.

30 I 1976. Г. А. Погосян (Москва) *Решение некоторых задач упругого равновесия однородных анизотропных призматических брусьев в геометрически линейной и нелинейной постановке.*

Исследовались задачи Сен-Венана для анизотропных тел в геометрически нелинейной и физически линейной постановке.

В силу линейности основных уравнений классической теории упругости имеет место принцип суперпозиции отдельных видов деформаций, что не дает возможности изучить взаимное влияние двух простых видов деформаций при сложном сопротивлении, а также их вторичные эффекты. Задачи вторичных эффектов отдельных видов деформаций и их взаимное влияние при сложном сопротивлении изучались методом малых параметров. Компоненты искомого смещений разлагались в ряды относительно малых параметров и ограничивались членами до второго порядка, в результате чего появилось 13 новых задач; из них 4 задачи вторичных эффектов, 9 — характеризующих взаимное влияние.

Все 13 задач изучаются в указанной постановке. Решение их сводится к известным граничным задачам теории упругости анизотропного тела — к обобщенной задаче Неймана и обобщенной бигармонической задаче. Доказываются однозначность и существование полученных граничных задач. Применяя метод теории интегралов, построены в замкнутом виде решения задач для частного случая, когда область поперечного сечения бруса — сплошной эллипс.

6 II 1976. И. А. Вековичева (Ленинград) *Пьезоэлектрические пластинки.*

Рассматриваются вопросы статической и динамической теории изгиба тонких пьезоэлектрических пластин. Сформулированы и доказаны вариационные принципы для случая статики и динамики.

Выведены основные статические и динамические дифференциальные уравнения теории изгиба тонких пьезоэлектрических пластин. Изучены дифференциальные уравнения изгиба пьезоэлектрических пластин с обкладками.

Решаются краевые задачи об изгибе тонких прямоугольных пьезоэлектрических пластин с двумя закреплёнными сторонами. Это задачи для пластинок с разными закреплениями, с обкладками и без них, с использованием прямого и обратного пьезоэффекта. Рассматриваются задачи об изгибе тонких пьезоэлектрических пластин, опертых по всему контуру.

Изучаются свободные поперечные колебания изгиба тонкой пьезоэлектрической пластинки с обкладками и без них. В каждой задаче определяются собственные частоты основного тона колебаний. Краевые задачи статики и динамики иллюстрируются числовыми примерами.

27 II 1976. А. А. Козачок (Киев) *Основные уравнения механики анизотропных насыщенных пористых сред.*

Приводится вывод основных уравнений механики деформируемой насыщенной пористой среды. Рассмотрена кинематика конечных деформаций пористой среды и показано, что компоненты тензора полной деформации твердого каркаса ϵ_{ij} могут быть представлены как функции компонент тензоров деформации твердых частиц $\epsilon_{ij}^{(1)}$ и их относительного смещения $\epsilon_{ij}^{(2)}$. Вывод основных уравнений выполнен в предположении, что средняя макроскопическая пористость f и просветность f_{ij} не равны между собой, а последняя зависит от направления. Получены зависимости пористости и просветности от составляющих деформаций.

Построение реологических соотношений выполнено в результате сопоставления напряжений и деформации твердых частиц, а также напряжений взаимодействия твердых частиц и деформаций, вызванных их переупаковкой. Получено аналитическое выражение для определения проницаемости пористой среды как функции просветности, а также плоской и объемной концентрации частиц.

7 V 1976. В. П. Тен (Кемерово) *Стационарные колебания штампа на вязкоупругой полуплоскости.*

Посредством преобразования Фурье найдена система интегральных уравнений первого рода относительно комплексных амплитуд нормальных и касательных усилий под штампом. Дифференцированием и выделением особенностей ядер система приведена к сингулярной системе уравнений, регуляризуемой по Карману — Векуа; в итоге получена система уравнений Фредгольма второго рода. Контурным интегрированием выделена низкочастотная асимптотика ядер уравнений Фредгольма и построены в первом приближении решения для вязкоупругого материала с одним ядром наследственности. Рассмотрены случаи отсутствия трения под штампом, наличия кулоновского трения либо полного сцепления при действии на штамп силы и момента.

Семинар по механике оболочек и пластин
под руководством С. А. Алексеева, А. Л. Гольденвейзера, Ф. И. Феодосьева.

17 XII 1975. А. Л. Гольденвейзер (Москва) *Физическая жесткость оболочки и математическая жесткость ее срединной поверхности.*

Принимается, что оболочка обладает математической жесткостью, если не существует бесконечно малых изгибов ее срединной поверхности, согласованных с условиями закрепления краев. Установлено, что это понятие может не совпадать по смыслу с физической жесткостью и что для устранения такого несоответствия

надо ввести в рассмотрение псевдоизгибание, т. е. деформацию, мало отличающуюся от изгибания. Показано, что, если в качестве меры физической жесткости оболочки принять значение наименьшей частоты ее свободных колебаний, то, используя понятие псевдоизгибаний, можно провести качественное исследование сверхнизких (стремящихся к нулю вместе с толщиной) частот свободных колебаний оболочек и сформулировать геометрические критерии появления таких частот.

11 II 1976. Б. А. Гордиенко (Новомосковск) *Исследование нестационарных процессов деформирования тонкостенных оболочек.*

Для тонкостенных оболочек произвольной геометрии получены последовательные системы волновых уравнений. На конкретных примерах показана практическая сходимость метода степенных рядов. В качестве рабочей принята нелинейная система типа Тимошенко. Изучено напряженно-деформированное и энергетическое состояние ударно нагруженных оболочек вращения.

Для решения неосесимметричных задач динамики оболочек предложен модифицированный вариационно-разностный метод, при котором конфигурация упругой поверхности оболочки на каждом этапе машинного счета определяется из энергетических соображений.

Рассмотрены также оболочки из неупругих материалов. Большинство теоретических исследований сопровождается постановкой соответствующих экспериментов.

18 II 1976. А. Л. Попов (Москва) *Асимптотика собственных функций и частот коротковолновых колебаний замкнутой оболочки.*

Рассматривается задача о свободных коротковолновых колебаниях замкнутой оболочки, сосредоточенных в окрестностях линий, названных криволинейными осями колебаний. Эти линии удовлетворяют некоторым геометрическим условиям симметрии, в частности, показано, что осями колебаний могут быть экваторы — линии экстремальных кривизн срединной поверхности.

На основе методов, развитых в задачах акустики и геометрической оптики, проводится асимптотическое интегрирование системы уравнений квазипоперечных колебаний с большой изменчивостью в диапазонах высоких и средних частот. Рекуррентный процесс определения собственных функций и частот остановлен на приближениях, имеющих порядок величины $O(h)$, где h — малый параметр — полутолщина оболочки.

В качестве примера получено решение задачи о высокочастотных колебаниях оболочки в форме трехосного эллипсоида, сосредоточенных в окрестностях ее экваторов.

3 III 1976. В. Г. Немиров (Москва) *Расчет выпуклых оболочек на сосредоточенные нагрузки и температурные воздействия при различных краевых условиях.*

Работа посвящена решению ряда краевых задач для оболочек, очерченных по выпуклым поверхностям второго порядка. Такие оболочки, как было показано А. Л. Гольденвейзером, можно рассчитывать при помощи методов теории аналитических функций комплексной переменной.

Построено основное напряженное состояние (безмоментное и чисто моментное) в сегменте эллипсоида вращения в случае, когда действует сосредоточенная сила, приложенная в произвольной точке, и граница жестко закреплена. Решение получено в форме рядов, коэффициенты которых определены в виде разложений по малому параметру, характеризующему отклонение от сферы. С помощью статико-геометрической аналогии показано, что найденное решение переносится на задачу об изолированной дислокации в том же сегменте со свободной границей.

Для сегмента со свободной границей решена в замкнутом виде задача о действии самоуравновешенной системы сосредоточенных сил и моментов. Анализ термомупругого основного состояния в жестко закрепленном эллипсоидальном куполе позволил сделать вывод, что напряжения от температуры, меняющиеся по закону $\cos 2\varphi$, $\cos 3\varphi$... и т. д., значительно превышают напряжения от осесимметричной или меняющейся по закону $\cos \varphi$ температуры. Этот вывод подтверждается результатами экспериментального исследования температурных напряжений.

17 III 1976. В. Е. Солодилов, Г. Н. Чернышев (Москва) *Исследование собственных колебаний конической оболочки.*

Используя голографический интерференционный метод осреднения по времени, исследовались собственные колебания конической оболочки. Подробно описаны применяемая в эксперименте голографическая установка и методика эксперимента, порядок проведения эксперимента и обработка интерферограмм. Приведены экспериментально полученные распределение собственных частот колебаний конической оболочки и графики прогибов при нормальных колебаниях оболочки. Представлено несколько интерферограмм колеблющейся оболочки. Дан краткий анализ полученных результатов.

14 IV 1976. Н. Н. Рогачева (Москва) *О точности теории ортотропных оболочек В. З. Власова.*

Методом А. Л. Гольденвейзера построен итерационный процесс расчета цилиндрических оболочек. В самом грубом приближении этот процесс совпадает с известной теорией ортотропных оболочек В. З. Власова.

При расчете по теории В. З. Власова на криволинейных краях, совпадающих с направляющими, можно удовлетворить только двум граничным условиям (обычно берут тангенциальные условия), два оставшихся (обычно нетангенциальных) условия удовлетворяют за счет простого краевого эффекта. Асимптотическим методом выполнен анализ граничных условий, в результате которого оказалось, что расчленение граничных условий на тангенциальные и нетангенциальные не всегда имеет место. Например, для шарнирного опирания с граничными условиями

$$u=0, \quad w=0, \quad S_1=0, \quad G_1=0 \quad (\alpha=\alpha_0)$$

за счет произволов решение системы уравнений В. З. Власова следует удовлетворить первое и второе условие, а за счет произволов простого краевого эффекта снять невязки в двух последних условиях.

28 IV 1976. М. А. Ковалевский (Курск) *Свободные колебания оболочек вращения, замкнутых в вершине.*

Предлагается общий подход к исследованию осесимметричных колебаний замкнутых в вершине оболочек вращения. Приводятся ряд результатов из асимптотической теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Они позволяют качественно исследовать напряженно-деформированное состояние оболочек. Исследовано несколько типов оболочек (например, оболочки типа конуса и оболочки в форме купола). В сочетании с численными методами для конкретных задач получены частоты и формы собственных колебаний.

УДК 539.3

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ

СЕМИНАРЫ

Теоретический семинар под руководством

Ю. Н. Работнова, Л. А. Галина, Г. С. Шапиро, В. Д. Клюшников.

16 II 1976. Б. Д. Косов (Киев) *Феноменологическая модель ползучести упрочняющегося материала.*

На основании кинетических представлений о взаимосвязи процессов деформирования и разрушения предложена феноменологическая модель процесса ползучести упрочняющегося материала. Разработана простая и корректная методика определения коэффициентов расчетного уравнения. Показано удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных кривых ползучести различных материалов в разных условиях температурно-силового воздействия. Модель распространена на случай ползучести материалов в условиях интенсивного радиационного облучения и проведена соответствующая экспериментальная проверка. Сформулированные уравнения накопления повреждений и ползучести распространены на различные случаи нестационарного силового воздействия и предложен принцип суммирования повреждений. Показана принципиальная возможность обобщения полученных соотношений на случай напряженного состояния.