

## **УПРОЧНЕНИЕ СТАРЕЮЩИХ СПЛАВОВ**

**Р. А. АРУТЮНЯН, З. П. КАМЕНЦЕВА**

*(Ленинград)*

Изучается механическое поведение различных сплавов в опытах на деформационное старение. Результаты этих опытов позволяют сделать заключение, что пластическая среда в процессе старения упрочняется изотропно.

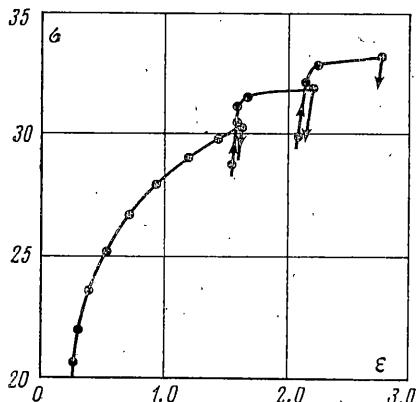
1. Известно, что предварительная пластическая деформация и последующее естественное или искусственное старение приводят к существенному изменению механических и физических свойств сплавов [1-4]. Для изучения механических свойств сплавов после пластической деформации и старения обычно выполняется следующий опыт: образец подвергается растяжению или кручению до некоторой величины пластической деформации, полностью разгружается и после естественного или искусственно-го старения испытывается по программе начального нагружения.

В результате такого опыта оказывается, что большинство сплавов получают заметное упрочнение, которое заключается в увеличении предела текучести за время выдержки (см., например, [5]). Это увеличение предела текучести стремится к предельному значению, а для некоторых сплавов наблюдается возврат механических свойств, который заключается в том, что предел текучести материала, достигнув своего предельного значения, начинает уменьшаться с выдержкой, не достигая, однако, своего начального значения. Таким образом, при естественном старении в материале наблюдается остаточное упрочнение.

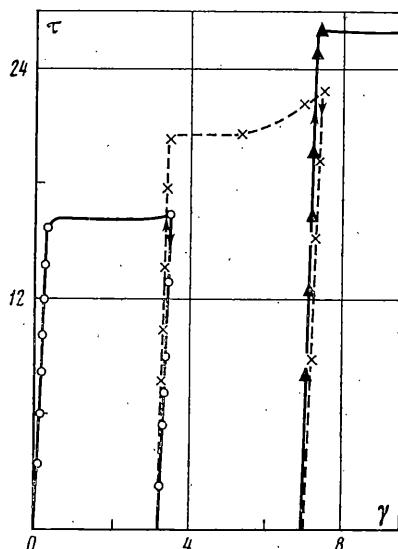
Полный возврат с дальнейшим разупрочнением возможен при искусственном старении и высоких температурах выдержки. Можно добиться также непрерывного увеличения упрочнения материала чередованием пластической деформации и естественного или искусственного старения.

В данной работе излагаются результаты такого рода опытов на растяжение и кручение. Использовались трубчатые образцы, изготовленные из латуни Л-62 и стали 3. Образцы из латуни имели длину рабочей части — 110 мм, внутренний диаметр — 22.1 мм, толщину стенки — 0.7 мм. На фиг. 1 показана типичная диаграмма этих испытаний. После начального растяжения в пластическую область и полной разгрузки образец выдерживался при комнатной температуре в течение одного месяца и затем снова растягивался. Как видно из фиг. 1, кривая напряжение — деформация (на всех графиках напряжение в кГ/мм<sup>2</sup>, деформация в процентах) для этого участка нагружения проходит выше кривой начального нагружения. Последующее повторение опыта приводит к дальнейшему упрочнению материала. Данные опыты на растяжение и сжатие проводились на универсальной испытательной машине ZDTe 1-30. Продольные деформации образца измерялись проволочными датчиками сопротивления, наклеенными вдоль двух противоположных образующих образца.

Опыты на кручение проводились на установке, разработанной в лаборатории сопротивления материалов Ленинградского университета [6].



Фиг. 1

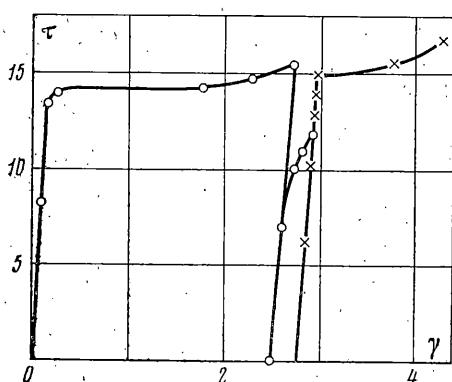


Фиг. 2

Для измерения угла закручивания использовался прибор Мартенса со специальной шкалой. Образцы, изготовленные из стали 3 в состоянии поставки, имели длину рабочей части 140 мм, внешний диаметр 35 мм, толщину стенки 1.5 мм. Диаграмма испытания одного образца показана на фиг. 2. Образец был предварительно закручен в пластическую область. После полной разгрузки остаточная деформация в образце была равна 3.2%. Затем образец подвергался старению при комнатной температуре в течение четырех месяцев и снова закручивался в направлении начального нагружения (на фиг. 2 этот участок кривой испытания отмечен крестиками). В результате естественного старения материал существенно упрочнился. Предел текучести образца увеличился на 3.7 кГ/мм<sup>2</sup>. Далее образец был полностью разгружен и состарен в течение двух часов при температуре 95°C. После медленного охлаждения до комнатной температуры образец закручивался в том же направлении. Как видно из фиг. 2 (этот участок кривой отмечен треугольником), искусственное старение привело к дальнейшему упрочнению материала. Предел текучести образца в результате такого испытания увеличился дополнительно на 3.0 кГ/мм<sup>2</sup>.

Механизм, управляющий процессом упрочнения при старении сплавов, изучен довольно хорошо. Большинство сплавов представляют собой пересыщенные твердые растворы, которые склонны к распаду и образованию насыщенного раствора и стабильных частиц выделений [1, 2]. Этот процесс может быть ускорен пластической деформацией и последующим естественным или искусственным старением. Например, в [7] показано, что количество выделившихся частиц при старении некоторых алюминиевых сплавов после пластической деформации растяжения или сжатия в два-три раза больше, чем в случае недеформированных образцов. Считается, что частицы, выделений взаимодействуют с дислокациями и препятствуют их продвижению, что и приводит к упрочнению материала.

Основное внимание будет далее уделяться мало изученному вопросу о влиянии старения на изменение свойств при обратном нагружении.



Фиг. 3

Известная работа в этой области [8] относится к искусственному старению стали. Образцы испытывались на кручение, старились при температуре 89°C и затем одни образцы нагружались в направлении первоначального кручения, а другие — в обратном направлении. В этой работе приводятся, в частности, графики изменения пределов текучести при прямом и обратном нагружениях при старении. Исходя из этих графиков, можно сделать заключение, что пределы текучести увеличиваются со временем выдержки приблизительно по одинаковому закону, т. е. после пластической деформации и при умеренном искусственном старении материал упрочнялся равномерно в обоих направлениях.

Рассмотрим этот вопрос, принимая во внимание некоторые дополнительные соображения. Известно, что при обратном нагружении металлы обнаруживают эффект Баушингера — уменьшение сопротивляемости при изменении знака нагрузки. В недавно опубликованной работе [9] изучался вопрос о влиянии состава на эффект Баушингера. Образцы испытывались на растяжение и последующее сжатие. Образцы были изготовлены из чистой меди (99.99%) и сплава медь — алюминий с содержанием 2.94%, 5.77% и 8.12% (по массе) алюминия. Результаты этих опытов показывают, что эффект Баушингера существенно увеличивается с увеличением процентного содержания алюминия в сплаве, т. е. чем больше насыщенность твердого раствора медь — алюминий, тем меньше сопротивляемость сплава при обратном нагружении. Другими словами, уменьшение насыщенности твердого раствора ведет к увеличению сопротивляемости сплава при обратном нагружении, т. е. к уменьшению эффекта Баушингера. В этих опытах образцы не подвергались старению. Как было уже отмечено, пластическая деформация и старение приводят к распаду твердого раствора и уменьшению его насыщенности. Учитывая это обстоятельство и результаты работы [8], можно ожидать, что пластическая деформация и последующее искусственное или естественное старение будут способствовать упрочнению сплава и при обратном нагружении.

Для проверки этих предположений были поставлены дополнительные опыты по искусственному и естественному старению образцов из стали 3 и стали 45.

Восемь образцов из стали 3 (размеры образцов указаны выше) были закрученены в пластическую область и полностью разгружены. Остаточная деформация во всех образцах была приблизительно одинакова и равнялась 2.7%. Затем образцы испытывались по различным программам. Один образец был сразу же закручен в противоположном направлении и после разгрузки с обратного участка кривой  $\tau - \gamma$  остаточная деформация в образце на этом участке нагружения была равна 0.28%. Далее образец подвергался старению при температуре 95°C в течение двух часов и после медленного охлаждения до комнатной температуры образец был опять испытан в направлении обратного нагружения. Полная кривая испытания этого образца приведена на фиг. 3. Участок кривой  $\tau - \gamma$ , полученный в опыте до искусственного старения, отмечен светлыми точками, а участок после старения — крестиками. Предел текучести материала в этом

испытании увеличился на  $3.0 \text{ кГ/мм}^2$ . Из этого опыта следует, что старение приводит к существенному упрочнению материала и на обратном участке нагружения.

Далее были испытаны два образца, которые после полной разгрузки старились при температуре  $95^\circ\text{C}$  в течение одного и двух часов и затем закручивались в направлении начального нагружения. Кривые испытаний этих образцов показаны на фиг. 4 (кривые отмечены цифрами 1 и 2, указывающими время старения образца). Здесь же нанесена кривая испытания образца после естественного старения в течение трех с половиной месяцев (кривая 3).

Ниже приведены результаты данных испытаний. Приняты следующие обозначения:  $\tau_1^+$  — предел текучести после предварительной пластической деформации,  $\tau_2^+$  — предел текучести после старения,  $\Delta\tau^+ = \tau_2^+ - \tau_1^+$ .

$\tau_1^+$	$\tau_2^+$	$\Delta\tau^+$
14.2	16.0	1.8
15.6	18.4	2.8
15.6	18.6	3.0

Величины предела текучести (строки 1—3) соответствуют номерам на фиг. 4. (здесь и далее пределы текучести определялись по допуску  $0.2\%$  остаточной деформации).

Четыре образца были испытаны в направлении обратного нагружения. Два из них после разгрузки также старились при температуре  $95^\circ\text{C}$  в течение одного и двух часов и затем закручивались в обратном направлении. Кривые этих испытаний на фиг. 5 отмечены цифрами 1 и 2, указывающими время старения образца. Для получения кривой обратного нагружения без старения был испытан один образец (кривая 0 на фиг. 5). Последний образец из этой серии старился при комнатной температуре в течение трех с половиной месяцев и затем был испытан в обратном направлении (кривая 3 на фиг. 5).

Приводим результаты данных испытаний.

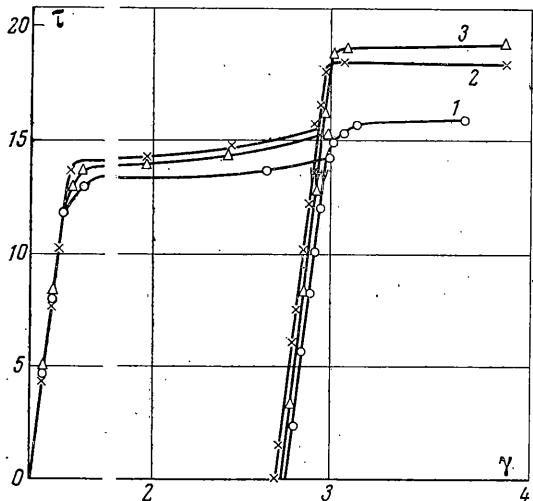
$\tau_1^-$	$\tau_2^-$	$\Delta\tau^-$
8.0	9.8	1.8
8.0	10.4	2.4
8.0	10.7	2.7

где  $\tau_1^-$  и  $\tau_2^-$  — пределы текучести при обратном нагружении до старения и после старения соответственно,  $\Delta\tau^- = \tau_2^- - \tau_1^-$ . Пределы текучести до старения для всех образцов приняты здесь равными  $8.0 \text{ кГ/мм}^2$ . Следует отметить, что партия образцов на обратное нагружение была подобрана так, чтобы кривые  $\tau - \gamma$  на участке предварительного нагружения были приблизительно одинаковы, так что, по-видимому, и обратные участки кривых  $\tau - \gamma$  должны отличаться незначительно. Последовательность строк соответствует номерам кривых на фиг. 5.

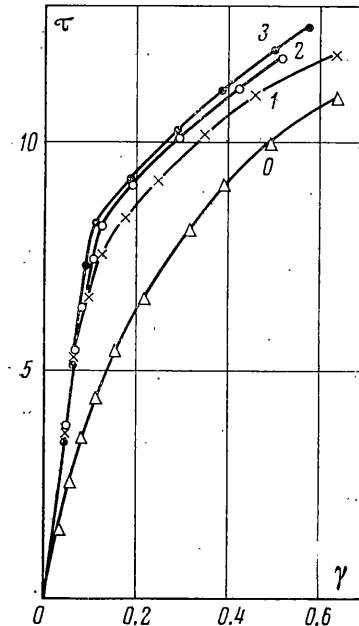
В описанных опытах после пластической деформации, искусственного и естественного старения материал получает существенное упрочнение как в направлении начального нагружения, так и в противоположном направлении. На кривых обратного нагружения (фиг. 5) появляется четко выраженный упругий участок, длина которого увеличивается с увеличением продолжительности старения. Кроме того, сравнивая соответствующие одинаковой продолжительности старения величины  $\Delta\tau^+$  и  $\Delta\tau^-$ , можно предположить, что материал упрочняется почти равномерно в обоих направлениях нагружения.

Вполне аналогичные результаты были получены в опытах со сталью 45. Трубчатые образцы (длина рабочей части образца — 110 мм, внешний

диаметр образца — 32.9 мм, внутренний диаметр образца — 30.9 мм), изготовленные из стали 45 в состоянии поставки, закручивались до различного уровня пластической деформации, полностью разгружались и подвергались старению при комнатной температуре в течение четырех месяцев. Для ускорения процесса старения образцы перед повторными испытаниями подвергались нагреву при температуре 195°С в течение двух часов и медленно охлаждались до комнатной температуры. Типичные кривые



Фиг. 4



Фиг. 5

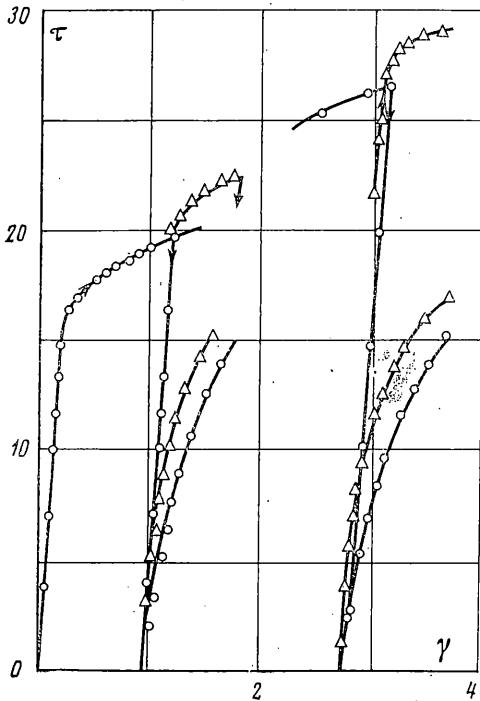
начального нагружения (предварительная пластическая деформация равнялась 0.96% для одних образцов и 2.75% для других образцов) и нагрузления после старения показаны на фиг. 6. Кривые, отмеченные светлыми точками, получены в опытах на кручение при прямом и обратном нагружении до старения, а кривые, отмеченные треугольниками, — после старения. Из этих графиков видно, что предварительная пластическая деформация и последующее старение приводят к упрочнению материала как при прямом, так и при обратном нагружениях.

2. Чтобы представить полную картину упрочнения сплавов после пластической деформации и старения, необходимо знать поведение материала и по другим направлениям нагружения. С этой целью можно ввести в рассмотрение поверхности текучести и изучать их изменения в процессе пластической деформации и старения.

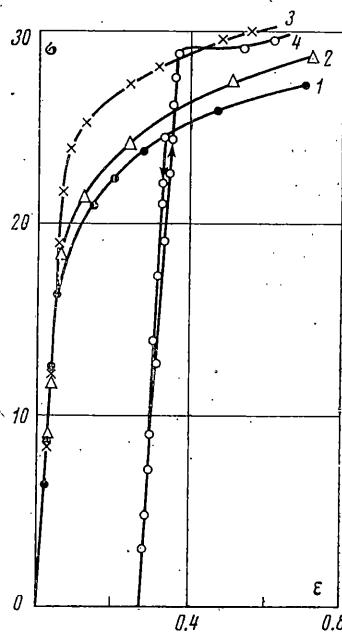
К настоящему времени выполнены многочисленные опыты по изучению поверхностей текучести после предварительной пластической деформации. Опыты по изучению поверхностей текучести после пластической деформации и старения описаны лишь в работе [6], в которой были изучены поверхности текучести после пластической деформации и естественного старения. Испытывались тонкостенные трубчатые образцы из стали 3 и из среднеуглеродистой стали. Предварительная пластическая деформация задавалась растяжением и далее изучались поверхности текучести в первом квадранте плоскости  $\sigma_2 - \sigma_0$  пропорциональным нагруже-

нием образцов растяжением и внутренним давлением. Таким способом были получены начальные и последующие поверхности текучести и пять поверхностей текучести после естественного старения длительностью в один, два, три, четыре и пять месяцев.

Результаты этих опытов показывают, что в процессе старения граница текучести в первом квадранте плоскости  $\sigma_z - \sigma_\theta$  равномерно расширяется. В этих опытах наблюдался также возврат механических свойств при дли-



Фиг. 6



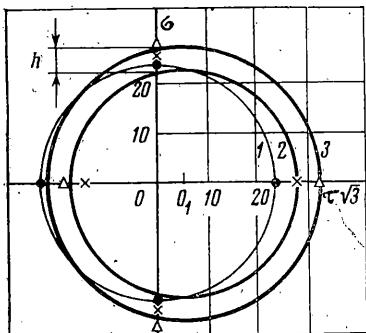
Фиг. 7

тельной выдержке, а именно, граница текучести претерпевала равномерное сужение при старении длительностью пять месяцев.

Данные результаты все же не дают полную картину изменения поверхностей текучести при старении, так как часть поверхности текучести вне первого квадранта не изучена. Описанные выше опыты на кручение для той же стали показывают, что материал при старении упрочняется почти равномерно как в направлении начального нагружения, так и в противоположном направлении, т. е. при старении происходит равномерное расширение как фронтальной части поверхности текучести, так и ее тыльной части.

Отсюда можно прийти к предположению, что в процессе старения поверхности текучести претерпевают лишь изотропное расширение (сужение) по отношению к поверхности текучести, полученной после предварительной пластической деформации.

Для проверки этого предположения были поставлены опыты по изучению изменений поверхностей текучести по направлениям, перпендикулярным направлению предварительного нагружения. Шесть образцов из стали 3 (размеры образцов указаны выше) были также предварительно закрученны в пластическую область. После полной разгрузки остаточная деформация в образцах была приблизительно одинакова и равнялась



Фиг. 8

2.7 %. Для получения кривых  $\sigma - \epsilon$  до старения были испытаны два образца: один — на растяжение и другой — на сжатие. Два образца старились при комнатной температуре в течение трех с половиной месяцев и затем испытаны на растяжение и сжатие. Оставшиеся образцы были состарены в течение двух часов при температуре 95°С и после охлаждения до комнатной температуры испытывались на растяжение и сжатие. Кривые  $\sigma - \epsilon$ , полученные в опытах на растяжение, показаны на фиг. 7 (при сжатии получились аналогичные результаты). Кривая 1 на этой фигуре получена в опыте до старения, кривая 2 — после старения два часа при температуре 95°С и кривая 3 — после старения при комнатной температуре в течение трех с половиной месяцев. В процессе естественного старения предел текучести материала увеличился на 4.3  $\text{kG/mm}^2$  в направлении растяжения и на 4.4  $\text{kG/mm}^2$  в направлении сжатия.

Эти результаты вполне соответствуют высказанному предположению о равномерном упрочнении материала. При искусственном же старении материал упрочнился незначительно: предел текучести в направлении растяжения увеличился на 1.4  $\text{kG/mm}^2$ , а в направлении сжатия — на 1.5  $\text{kG/mm}^2$ . Эти цифры говорят о том, что при искусственном старении кинетика упрочнения существенно зависит от направления нагружения.

В связи с кинетикой упрочнения материала при старении, обратим внимание на результаты опытов, проведенных дополнительно над двумя образцами. Эти образцы были также продеформированы кручением до 2.7% остаточной деформации и сразу же испытывались на растяжение и сжатие. После разгрузки с начального участка кривых остаточная деформация в образцах на этом участке нагружения была приблизительно равна 0.3%. В этом состоянии образцы старились при температуре 95°С в течение двух часов, затем опыт на растяжение и сжатие был повторен. Кривая растяжения этого образца на фиг. 7 отмечена цифрой 4. По сравнению с величиной напряжения, достигнутой перед последней разгрузкой, материал упрочнился приблизительно на величину 4.4  $\text{kG/mm}^2$ . Таким образом, относительно небольшая по величине предварительная деформация в направлении изучаемого нагружения приводит не только кному ускорению процесса старения, но и меняет полностью характер кривых напряжение — деформация после старения. Аналогичный эффект наблюдался ранее при обратном кручении (фиг. 3). В количественном же отношении степень упрочнения в этих опытах соответствует предположению об изотропном упрочнении материала.

Отмеченные эффекты еще раз подтверждают многочисленные указания [1—4] на сложность протекания процессов и соответственно изменений механических свойств при «горячем» (по сравнению с «холодным») старением. Эти эффекты требуют более детального изучения, например, для выяснения вопроса о влиянии допуска на пластическую деформацию при изучении нестабильных свойств сплавов.

Далее ограничимся рассмотрением результатов, полученных при естественном старении, и попытаемся представить общую картину упрочнения стареющих сплавов.

Начальная поверхность текучести и поверхность текучести после предварительной пластической деформации для стали 3 были изучены довольно-

но подробно в [6]. Полученные здесь дополнительные точки поверхностей текучести из опытов на растяжение, сжатие и кручение согласуются с этими результатами. Можно считать, что начальная поверхность текучести и поверхность текучести после предварительной пластической деформации удовлетворительно описывается условием текучести Мизеса. На плоскости  $\sigma - \tau\sqrt{3}$  эти поверхности представлены окружностями 1 и 2 с центрами в точках  $O$  и  $O_1$  (фиг. 8) (величины соответствующих пределов текучести приведены ниже в строках 1 и 2)

$\sigma_T^+$	$\sigma_T^-$	$\tau_T^+ \sqrt{3}$	$\tau_T^- \sqrt{3}$
23.0	23.0	23.1	23.1
23.8	24.0	27.0	14.0
28.1	28.4	32.1	18.5

Радиусы окружностей 1 и 2, полученные усреднением пределов текучести по строкам 1 и 2, равны:  $R_1 = 23.0 \text{ кГ/мм}^2$ ,  $R_2 = 22.2 \text{ кГ/мм}^2$ . В первом приближении можно считать, что для последующей поверхности текучести удовлетворяется условие трансляционного упрочнения [10]: начальная поверхность текучести в процессе пластической деформации сместилась приблизительно на величину  $OO_1 = 5.0 \text{ кГ/мм}^2$  в направлении предварительного нагружения. Окружность 3 с центром в точке  $O_1$  на фиг. 8 соответствует поверхности текучести после старения. Усредненный радиус этой окружности равен  $R_3 = 26.8 \text{ кГ/мм}^2$ . Таким образом, в рассматриваемом случае (2.7% остаточной деформации кручением, старение в течение трех с половиной месяцев при комнатной температуре) окружность 2 претерпела изотропное расширение: средняя величина этого расширения равна  $R_3 - R_2 = 4.6 \text{ кГ/мм}^2$ . В направлениях растяжения и сжатия, которые не являются здесь радиальными, увеличение пределов текучести можно вычислить по формуле:  $h = (R_3^2 - OO_1^2)^{1/2} - (R_2^2 - OO_1^2)^{1/2}$  (фиг. 8). Подставив в это выражение указанные величины  $R_2$ ,  $R_3$  и  $OO_1$ , получим  $h = 4.7 \text{ кГ/мм}^2$ . Разности между величинами пределов текучести до и после естественного старения в опытах на растяжение и сжатие соответствуют этой величине.

В общем случае радиус окружности 3 и скорость ее расширения будут, по-видимому, зависеть от состава сплава, величины предварительной пластической деформации и температуры старения. Имеющиеся данные по естественному старению сплавов позволяют предположить, что в процессе старения этот радиус будет увеличиваться до некоторого предельного значения и в дальнейшем его величина будет оставаться неизменной. В некоторых случаях возможен возврат механических свойств, тогда достигнутая предельная величина радиуса не останется неизменной, а будет уменьшаться со временем. При полном возврате свойств окружность 3, постепенно сужаясь, совпадает с окружностью 2. Отрезок  $OO_1$  — сдвиг центра поверхности текучести — характеризует величину приобретенной при пластической деформации анизотропии. Можно считать, что в процессе естественного старения эта величина остается неизменной, т. е. старение не вносит дополнительной анизотропии. Ясно также, что полный возврат свойств (переход поверхности текучести из положения 2 в положение 1) возможен при отжиге материала.

Полученные в данной работе результаты, касающиеся естественного старения, позволяют наметить некоторую схему построения уравнений теории пластичности, учитывающих старение. Действительно, в теориях пластичности, учитывающих деформационное упрочнение и эффект Баушингера [11, 12], рассматриваются поверхности текучести вида

$$(s_{\alpha\beta} - \rho_{\alpha\beta})(s_{\alpha\beta} - \rho_{\alpha\beta}) = C^2(\lambda), \quad \rho_{ij} = \int A(I_2^s) d\varepsilon_{ij}^p, \quad \lambda = \int \sqrt{d\varepsilon_{\alpha\beta}^p d\varepsilon_{\alpha\beta}^p} \quad (1)$$

где  $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$  — девиатор напряжения (здесь  $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\beta}$ ,  $\delta_{ij}$  — единичный тензор),  $\rho_{ij}$  — тензор остаточных микронапряжений  $d\varepsilon_{ij}^p$  — тензор приращения пластической деформации,  $J_2^s = (s_{\alpha\beta} s_{\alpha\beta})^{1/2}$  — второй инвариант девиатора напряжений.

Согласно уравнению (1), начальная поверхность текучести в процессе деформирования остается подобной своей первоначальной форме и смещается в направлении нагружения. Эффект Баушингера описывается тензором  $\rho_{ij}$  (смещением центра поверхности текучести), а деформационное упрочнение определяется функцией  $C(\lambda)$  — монотонно возрастающей функцией параметра Одквиста. Согласно уравнению (1), новое состояние среды, соответствующее точке  $O_1$  на фиг. 8, остается неизменным при старении. Однако, как видно из экспериментальных результатов, это положение является некоторой идеализацией поведения реальных сплавов, и для учета изменений свойств при старении следует видоизменить соотношение (1). Поскольку экспериментально установлено, что в процессе естественного старения среда не приобретает дополнительной анизотропии, можно считать, что тензор  $\rho_{ij}$  остается неизменным при старении, изменение претерпевает лишь радиус поверхности текучести.

Для учета отмеченных эффектов в теории пластичности необходимо в правую часть соотношения (1) ввести некоторый дополнительный параметр, характеризующий состав сплава. Далее, чтобы система была замкнута, к уравнению (1) следует добавить еще уравнения, в частности, кинетическое уравнение, связывающее изменение состава с пластической деформацией. Однако этот вопрос заслуживает специального рассмотрения.

**Замечание.** Авторам стало известно о результатах обширных экспериментальных исследований поверхностей текучести на всей плоскости  $\sigma - \tau$  для малоуглеродистой стали после пластической деформации растяжения, кручения и их комбинаций и последующего естественного старения [13]. В этой работе делается вывод, что поверхности текучести при старении расширяются. Отмечается также, что это расширение нельзя считать полностью изотропным, и что материал при старении упрочняется больше в направлении, противоположном направлению начального нагружения. Такое заключение правильно, если пределы текучести определять при малых, нулевых (как принято) [13] в допусках на остаточную деформацию. Однако в литературе неоднократно отмечалась нецелесообразность принятия слишком малых допусков при определении пределов текучести. Если же пределы текучести определять при обычно принятом допуске (0.2%) на остаточную деформацию, то поверхности текучести при старении расширяются изотропно.

Авторы благодарят А. А. Вакуленко за постановку задачи и обсуждение полученных результатов.

Поступила 21 X 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

- Старение сплавов. Сб. статей. М., Металлургиздат, 1962.
- Hardy H. K., Heal T. J. Report on precipitation. In: Progress in Metal Physics, vol. 5, New York — London, Pergamon Press, 1954.
- Kelly A., Nicholson R. B. Precipitation hardening. Progress in material science, 1963, vol. 10, No. 3.
- Гинье А. Неоднородные металлические твердые растворы. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
- Wilson D. V., Russell B. The contribution of atmosphere locking to the strain-ageing of low-carbon steels. Acta metallurgica, 1960, vol. 8, No. 1.
- Талипов Г. Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. Изд-во ЛГУ, 1968.
- Буйнов Н. Н., Савиных В. П. Влияние пластической деформации на последующий распад в алюминиевых сплавах Al — Si и Al — Mg — Si. Докл. АН СССР, 1953, т. 88, № 2.
- Wilson D. V., Ogram G. R. Directionality of yield point in strain-aged steels. J. Iron and Steel. Inst., 1968, vol. 206, pt 9.

- 
9. *Abel A., Muir H.* The Bauschinger effect and stacking fault energy. *Philos. mag.*, 1973, vol. 27, No. 3.
  10. *Ишлинский А. Ю.* Общая теория пластичности с линейным упрочнением. Укр. матем. ж., 1954, № 3.
  11. *Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В.* Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения. *ПММ*, 1958, т. 22, вып. 1.
  12. *Арутюнян Р. А., Вакуленко А. А.* О многократном нагружении упругопластической среды. *Изв. АН СССР. Механика*, 1965, № 4.
  13. *Michno M. J., Findley W. N.* Subsequent yield surfaces for annealed mild steel under dead-weight loading: aging, normality, convexity, corners, Bauschinger, and cross effects. *Trans. ASME, Ser. H*, 1974, vol. 96, No. 1.
-