

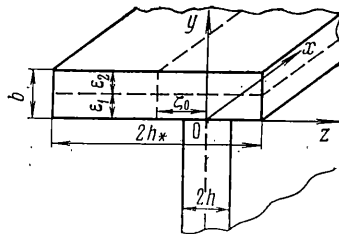
УПРУГАЯ ИЗОТРОПНАЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНАЯ ПЛАСТИНА
С НЕСИММЕТРИЧНО ПОДКРЕПЛЕННЫМ КРАЕМ

Т. Л. МАРТЫНОВИЧ, В. Е. ЮРИНЕЦ

(Львов)

Исследуется напряженное состояние упругой полубесконечной пластинки, прямолинейный край которой несимметрично подкреплён прямолинейным стержнем постоянного сечения. Сопряжение пластинки со стержнем осуществляется на фактической плоскости их спая. Получены формулы для определения контактных усилий, возникающих на контуре спая. Приводятся графики, характеризующие зависимость контактных усилий от эксцентриситета подкрепления.

Рассмотрим полубесконечную $y \leq 0$ изотропную пластинку толщиной $2h$, прямолинейный край которой по всей длине несимметрично подкреплён упругим стержнем постоянного сечения (фиг. 1). Ось x направим вдоль линии спая пластинки со стержнем. Подкрепляющий стержень спаян с пластинкой до деформации таким образом,



Фиг. 1

что ось стержня параллельно смещена от срединной плоскости пластинки на некоторую величину ξ_0 (эксцентриситет подкрепления). Сопряжение пластинки со стержнем осуществлено на фактической плоскости их спая. Расчет стержня основывается на гипотезе нормального плоского сечения. К стержню приложены внешние изгибающие моменты $m(x)$, перерезывающие силы $P(x)$ и усилия $N(x)$, $T(x)$ (N , T — нормальная и касательная составляющие заданных усилий).

Со стороны стержня на пластинку будут передаваться контактные (внутренние) изгибающие моменты $m^{(i)}(x)$, перерезывающие силы $P^{(i)}(x)$ и усилия $N^{(i)}(x)$, $T^{(i)}(x)$. Следовательно, на контуре спая пластинки со стержнем ($y=0$) будем иметь следующие условия сопряжения

$$(\sigma_y)_{y=0} = N^{(i)}(x), \quad (\tau_{xy})_{y=0} = T^{(i)}(x), \quad (M_y)_{y=0} = m^{(i)}(x)$$

и

$$\left(N_y + \frac{\partial H_{xy}}{\partial x} \right)_{y=0} = P^{(i)}(x) \quad (1)$$

Независимо от вида нагружения при эксцентриситете подкрепления пластинка испытывает изгибное и обобщенное плоское напряженное состояние. При $\xi_0=0$ задача расчленяется на плоскую и изгиб.

Из уравнений равновесия элемента стержня найдем

$$\begin{aligned} \frac{dV_y}{dx} &= 2hN^{(i)} - 2h_*N, & \frac{dV_x}{dx} &= 2hT^{(i)} - 2h_*T \\ \frac{dV_z}{dx} &= P^{(i)} - P, & \frac{d^2L_y}{dx^2} &= P - P^{(i)} - 2h\xi_0 \frac{dT^{(i)}}{dx} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{dL_x}{dx} = m^{(i)} - m + 2h\zeta_0 N^{(i)} + \varepsilon_2 P + \varepsilon_1 P^{(i)}$$

$$\frac{d^2 L_z}{dx^2} = 2hN^{(i)} - 2h_* N - 2h_* \varepsilon_2 \frac{dT}{dx} - 2h\varepsilon_1 \frac{dT^{(i)}}{dx}$$

где V_x, V_y, V_z и L_x, L_y, L_z — составляющие главного вектора V и главного момента L внутренних усилий, действующих в произвольном сечении стержня; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — расстояния волокон стержня от его нейтрального слоя (оси) соответственно внутреннего и внешнего края; $b = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ — высота стержня; $2h$ — толщина пластинки; $2h_*$ — толщина того края стержня, который не соприкасается с пластинкой.

Обозначим компоненты вектора смещения точек волокна стержня, контактирующего с пластинкой, вдоль осей x, y, z через u, v, w .

При малых деформациях, принимая гипотезу нормального сечения, вдоль контура слай пластинки со стержнем ($y=0$) имеют место следующие кинематические соотношения:

$$\frac{du}{dx} = e_0 - \varepsilon_1 \frac{d\theta_z}{dx} - \zeta_0 \frac{d\theta_y}{dx}, \quad \frac{dv}{dx} = -\theta_z$$

$$\frac{dw}{dx} = \theta_y + \varepsilon_1 \frac{d\theta_x}{dx}, \quad \frac{dw}{dy} = -\theta_x \quad (3)$$

где e_0 — деформация оси стержня; $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ — углы поворота поперечного сечения стержня вокруг координатных осей x, y, z .

При малых деформациях закон Гука для стержня сводится к соотношениям

$$e_0 = \frac{V_x}{g_1}, \quad \frac{d\theta_z}{dx} = \frac{L_z}{g_2}, \quad \frac{d\theta_y}{dx} = \frac{L_y}{A}, \quad \frac{d\theta_x}{dx} = \frac{L_x}{C} \quad (4)$$

где $g_1 = E_* F$ — жесткость стержня на растяжение; $g_2 = E_* I_z$, $A = E_* I_y$ — жесткости стержня на изгиб; C — жесткость стержня на кручение; F — площадь нормального сечения стержня; E_* — модуль упругости материала; I_z, I_y — моменты инерции сечения.

Подставляя (4) в (3), получим

$$\frac{du}{dx} = \frac{V_x}{g_1} - \varepsilon_1 \frac{L_z}{g_2} - \zeta_0 \frac{L_y}{A}, \quad \frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{L_z}{g_2} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{L_y}{A} + \frac{\varepsilon_1}{C} \frac{dL_x}{dx}, \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{dw}{dy} \right) = -\frac{L_x}{C}$$

Из равенств (2) и (5) найдем

$$\frac{d^3 u}{dx^3} = 2h \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) \frac{dT^{(i)}}{dx} - \frac{2h_*}{G_2} \frac{dT}{dx} -$$

$$- \frac{2h\varepsilon_1}{g_2} N^{(i)} + \frac{2h_* \varepsilon_1}{g_2} N + \frac{\zeta_0}{A} P^{(i)} - \frac{\zeta_0}{A} P$$

$$\frac{d^4 v}{dx^4} = \frac{2h_*}{g_2} N - \frac{2h}{g_2} N^{(i)} + \frac{2h_* \varepsilon_2}{g_2} \frac{dT}{dx} + \frac{2h\varepsilon_1}{g_2} \frac{dT^{(i)}}{dx}$$

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{1}{A} P - \frac{1}{A} P^{(i)} - \frac{2h\zeta_0}{A} \frac{dT^{(i)}}{dx} + \frac{\varepsilon_1}{C} \frac{d^2 m^{(i)}}{dx^2} - \frac{\varepsilon_1}{C} \frac{d^2 m}{dx^2} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2h\xi_0\varepsilon_1}{C} \frac{d^2 N^{(i)}}{dx^2} + \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{C} \frac{d^2 P}{dx^2} + \frac{\varepsilon_1^2}{C} \frac{d^2 P^{(i)}}{dx^2} \\
 \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{dw}{dy} \right) &= \frac{1}{C} m - \frac{1}{C} m^{(i)} - \frac{2h\xi_0}{C} N^{(i)} - \frac{\varepsilon_1}{C} P^{(i)} - \frac{\varepsilon_2}{C} P \\
 \frac{1}{G_1} &= \frac{1}{g_1} + \frac{\varepsilon_1^2}{g_2}, \quad \frac{1}{G_2} = \frac{1}{g_1} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{g_2}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Соотношения (6) имеют место на линии сая полуплоскости со стержнем.

Решение плоской задачи и задачи изгиба упругой полуплоскости ($y \leq 0$) при граничных условиях (1) в литературе известно [1, 2], поэтому на нем останавливаться не будем. В дальнейшем воспользуемся интегральным преобразованием Фурье по переменной x .

В трансформантах Фурье формулы, связывающие компоненты смещений точек границы упругой полуплоскости ($y=0$) с приложенными к границе полуплоскости усилиями (1), имеют вид

$$\begin{aligned}
 (i\lambda^3 u^*)_{y=0} &= \frac{\lambda^2(\nu-1)}{E} N^{*(i)} + i \frac{2\lambda^2}{E} T^{*(i)} \\
 (\lambda^4 v^*)_{y=0} &= \frac{2\lambda^3}{E} N^{*(i)} + i \frac{\lambda^3(\nu-1)}{E} T^{*(i)} \\
 (w^*)_{y=0} &= -\frac{1}{D(1-\nu)(3+\nu)\lambda^3} [\lambda(1+\nu)m^{*(i)} - 2P^{*(i)}] \\
 \left(\frac{dw^*}{dy} \right)_{y=0} &= -\frac{1}{D(1-\nu)(3+\nu)\lambda^2} [2\lambda m^{*(i)} - (1+\nu)P^{*(i)}], \quad D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Формулы (7) записаны для вещественного $\lambda \geq 0$. При $\lambda < 0$ в равенствах (7) необходимо заменить λ на $-\lambda$ и перейти к комплексно-сопряженным величинам.

В области изображений Фурье соотношения (6) принимают вид

$$\begin{aligned}
 i\lambda^3 u^* &= i\lambda \frac{2h_*}{G_2} T^* - 2i\lambda h \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\xi_0^2}{A} \right) T^{*(i)} - \\
 & - \frac{2h\varepsilon_1}{g_2} N^{*(i)} + \frac{2h_*\varepsilon_1}{g_2} N^* + \frac{\xi_0}{A} P^{*(i)} - \frac{\xi_0}{A} P^* \\
 \lambda^4 v^* &= \frac{2h_*}{g_2} N^* - \frac{2h}{g_2} N^{*(i)} - i\lambda \frac{2h_*\varepsilon_2}{g_2} T^* - i\lambda \frac{2h\varepsilon_1}{g_2} T^{*(i)}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 w^* &= \frac{1}{\lambda^4 A} P^* - \frac{1}{\lambda^4 A} P^{*(i)} + i \frac{2h\xi_0}{\lambda^3 A} T^{*(i)} - \frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} m^{*(i)} + \frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} m^* - \\
 & - \frac{2h\xi_0\varepsilon_1}{\lambda^2 C} N^{*(i)} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\lambda^2 C} P^* - \frac{\varepsilon_1^2}{\lambda^2 C} P^{*(i)} \\
 \frac{dw^*}{dy} &= \frac{1}{\lambda^2 C} m^{*(i)} - \frac{1}{\lambda^2 C} m^* + \frac{2h\xi_0}{\lambda^2 C} N^{*(i)} + \frac{\varepsilon_2}{\lambda^2 C} P^* + \frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} P^{*(i)}
 \end{aligned}$$

Из условий равенства смещений точек полуплоскости и стержня вдоль контура их сая ($y=0$) получим следующие четыре уравнения относительно трансформант Фурье контактных усилий:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2h\varepsilon_1}{g_2} - \alpha\lambda\right) N^{*(i)} + i\lambda \left[2h \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\xi_0^2}{A}\right) + \beta\lambda\right] T^{*(i)} - \frac{\xi_0}{A} P^{*(i)} = \\ = \frac{2h_*\varepsilon_1}{g_2} N^* + i\lambda \frac{2h_*}{G_2} T^* - \frac{\xi_0}{A} P^* \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2h}{g_2} + \beta\lambda^3\right) N^{*(i)} + i\lambda \left(\frac{2h\varepsilon_1}{g_2} - \alpha\lambda^2\right) T^{*(i)} = \frac{2h_*}{g_2} N^* - i\lambda \frac{2h_*\varepsilon_2}{g_2} T^* \\ \left(\frac{\varepsilon_1}{C} - \gamma\right) m^{*(i)} + \left(\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{A\lambda^2} + \frac{\varepsilon_1^2}{C}\right) P^{*(i)} - i \frac{2h\xi_0}{A\lambda} T^{*(i)} + \frac{2h\xi_0\varepsilon_1}{C} N^{*(i)} = \\ = \left(\frac{1}{A\lambda^2} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{C}\right) P^* + \frac{\varepsilon_1}{C} m^* \\ \left(\gamma - \frac{\varepsilon_1}{C}\right) P^{*(i)} - \left(\lambda\delta + \frac{1}{C}\right) m^{*(i)} - \frac{2h\xi_0}{C} N^{*(i)} = \frac{\varepsilon_2}{C} P^* - \frac{1}{C} m^* \\ \gamma = \frac{1+\nu}{D(1-\nu)(3+\nu)}, \quad \delta = \frac{2}{D(1-\nu)(3+\nu)}, \quad \alpha = \frac{1-\nu}{E}, \quad \beta = \frac{2}{E} \end{aligned}$$

Система (9) служит для определения трансформант контактных усилий $N^{*(i)}$, $T^{*(i)}$, $P^{*(i)}$ и $m^{*(i)}$ при несимметричном подкреплении упругой полуплоскости прямолинейным стержнем. В случае симметричного подкрепления упругой полуплоскости стержнем ($\xi_0=0$) системы уравнений, входящие в (9), превращаются в независимые.

Рассмотрим два случая нагружения подкрепляющего стержня.

1. Стержень нагружен нормальным усилием $N(x)$ ($T=0$, $P=0$, $m=0$). Решение системы (9) в этом случае можно представить в виде

$$N^{(i)}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{D_1(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty N(t) \cos \lambda(t-x) dt,$$

$$T^{(i)}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{D_2(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty N(t) \sin \lambda(t-x) dt$$

$$P^{(i)}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{D_3(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty N(t) \cos \lambda(t-x) dt$$

$$m^{(i)}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{D_4(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty N(t) \cos \lambda(t-x) dt$$

$$\begin{aligned} D_0(\lambda) = -i\lambda(\beta^2 - \alpha^2)D_6(\lambda) \left\{ \lambda^4 + \frac{2h\beta}{\beta^2 - \alpha^2} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\xi_0^2}{A}\right) \lambda^3 + \frac{4h\varepsilon_1\alpha}{g_2(\beta^2 - \alpha^2)} \lambda^2 + \right. \\ \left. + \frac{2h\beta}{g_2(\beta^2 - \alpha^2)} \lambda + \frac{4h^2}{g_2(\beta^2 - \alpha^2)} \left(\frac{1}{G^4} + \frac{\xi_0^2}{A}\right) + \frac{2h\xi_0^2\alpha}{\varepsilon_1 A(\beta^2 - \alpha^2)D_5(\lambda)} \left[\lambda^5 + \left(\frac{\gamma}{\varepsilon_1\delta} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{\beta C}{\varepsilon_1 A\alpha}\right) \lambda^4 - \frac{2h\varepsilon_1}{g_2\alpha} \lambda^3 - \frac{2h\gamma}{g_2\alpha\delta} \lambda^2 - \frac{2hC}{A\varepsilon_1\alpha g_2} \lambda - \frac{2h}{A\varepsilon_1\alpha\delta g_2} \right] \right\} \\ D_1(\lambda) = -i\lambda \frac{2h_*\varepsilon_1\alpha}{g_2} D_6(\lambda) \left[\lambda^2 + \frac{\beta}{\varepsilon_1\alpha} \lambda + \frac{2h}{\varepsilon_1\alpha} \left(\frac{1}{g_1} + \frac{\xi_0^2}{A}\right) - \frac{2h\xi_0^2 C}{A^2\varepsilon_1^3\alpha D_5(\lambda)} \left(\lambda + \frac{1}{\delta C}\right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 D_2(\lambda) &= -\lambda^2 \frac{2h_* \varepsilon_1 \beta}{g_2} D_6(\lambda) \left[\lambda + \frac{\alpha}{\varepsilon_1 \beta} - \frac{2h \zeta_0^2}{A \varepsilon_1^2 \beta D_5(\lambda)} \left(\lambda + \frac{\gamma}{\varepsilon_1 \delta} \right) \right] \\
 D_3(\lambda) &= i \lambda^3 \frac{4hh_* \varepsilon_1^2 \zeta_0 \alpha \delta}{g_2 C} \left\{ \lambda^3 + \left(\frac{\gamma}{\varepsilon_1 \delta} + \frac{\beta}{\varepsilon_1 \alpha} - \frac{\beta C}{\varepsilon_1 \alpha A} \right) \lambda^2 + \left[\frac{\beta \gamma}{\varepsilon_1^2 \alpha \delta} + \right. \right. \\
 &+ \left. \frac{2h}{\varepsilon_1 \alpha} \left(\frac{1}{g_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) - \frac{C}{A \varepsilon_1^2} + \frac{\beta}{A \varepsilon_1 \alpha \delta} \right] \lambda + \left[\frac{2h \gamma}{\varepsilon_1^2 \alpha \delta} \left(\frac{1}{g_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) - \frac{1}{A \varepsilon_1^2 \delta} \right] \left. \right\} \\
 D_4(\lambda) &= i \lambda \frac{4hh_* \varepsilon_1^2 \zeta_0 \alpha \gamma}{g_2 C} \left\{ \lambda^4 + \left[\frac{C \beta}{\varepsilon_1 A \alpha \gamma} \left(\frac{\varepsilon_1}{C} - \gamma \right) + \frac{\delta}{\varepsilon_1 \gamma} + \frac{\beta}{\varepsilon_1 \alpha} \right] \lambda^3 + \right. \\
 &+ \left[\frac{2}{\varepsilon_1 A \gamma} + \frac{2h}{\varepsilon_1 \alpha} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) - \frac{2h \varepsilon_1}{g_2 \alpha} + \frac{\beta \delta}{\varepsilon_1^2 \alpha \gamma} - \frac{C}{\varepsilon_1^2 A} \right] \lambda^2 + \\
 &+ \left[\frac{2h \delta}{\varepsilon_1^2 \alpha \gamma} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) + \frac{\beta}{A \varepsilon_1^2 \alpha \gamma} - \frac{2h \delta}{g_2 \alpha \gamma} \right] \lambda + \frac{2h}{\varepsilon_1^2 A \alpha \gamma} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) - \\
 &\left. - \frac{2h}{A g_2 \alpha \gamma} - \frac{2h \zeta_0^2}{\varepsilon_1^2 A^2 \alpha \gamma} \right\} \\
 D_5(\lambda) &= \lambda^3 + \frac{C}{\varepsilon_1^2 \delta} \left(\frac{2 \varepsilon_1 \gamma}{C} - \gamma^2 + \delta^2 \right) \lambda^2 + \frac{C}{\varepsilon_1^2} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{A} \right) \lambda + \frac{1}{\varepsilon_1^2 A \delta} \\
 D_6(\lambda) &= \frac{\varepsilon_1^2 \delta}{C} \lambda^3 + \left(\frac{2 \varepsilon_1 \gamma}{C} - \gamma^2 + \delta^2 \right) \lambda^2 + \delta \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{A} \right) \lambda + \frac{1}{AC}
 \end{aligned}$$

Формулы (10) дают закон распределения контактных усилий вдоль контура сая полуплоскости со стержнем. В случае симметричного подкрепления ($\zeta_0=0$) формулы (10) совпадают с соответствующими формулами работы [3].

Если на стержень действует сосредоточенная сжимающая сила N_0 , то в формулах (10) следует положить $N(t) = -N_0 \delta(t)$.

2. Стержень нагружен изгибающим моментом $m(x)$ ($N=0, T=0, P=0$). Решение системы (9) будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 N^{(i)}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{R_1(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty m(t) \cos \lambda(t-x) dt \\
 T^{(i)}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{R_2(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty m(t) \sin \lambda(t-x) dt \\
 P^{(i)}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{R_3(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty m(t) \cos \lambda(t-x) dt \\
 m^{(i)}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{R_4(\lambda)}{D_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^\infty m(t) \cos \lambda(t-x) dt
 \end{aligned}$$

(11)

$$\begin{aligned}
 R_1(\lambda) &= -i \lambda^3 \frac{\varepsilon_1 \zeta_0 \delta \alpha}{AC} \left(\lambda^3 + \frac{\gamma}{\varepsilon_1 \delta} \lambda^2 - \frac{2h \varepsilon_1}{g_2 \alpha} \lambda - \frac{2h \gamma}{g_2 \alpha \delta} \right) \\
 R_2(\lambda) &= -\lambda^2 \frac{\varepsilon_1 \zeta_0 \delta \beta}{AC} \left(\lambda^4 + \frac{\gamma}{\varepsilon_1 \delta} \lambda^3 + \frac{2h}{g_2 \beta} \lambda + \frac{2h \gamma}{g_2 \varepsilon_1 \delta \beta} \right) \\
 R_3(\lambda) &= -i \lambda^3 \frac{\varepsilon_1 \delta}{C} (\beta^2 - \alpha^2) \left\{ \lambda^5 + \left[\frac{\gamma}{\varepsilon_1 \delta} + \frac{2h \beta}{\beta^2 - \alpha^2} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) \right] \lambda^4 + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{2h\beta\gamma}{\varepsilon_1\delta(\beta^2-\alpha^2)} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\xi_0^2}{A} \right) + \frac{4h\varepsilon_1\alpha}{g_2(\beta^2-\alpha^2)} \right] \lambda^3 + \left[\frac{2h\alpha\gamma}{g_2\delta(\beta^2-\alpha^2)} + \frac{2h\beta}{g_2(\beta^2-\alpha^2)} \right] \lambda^2 + \\
 & + \left[\frac{2h\beta\gamma}{\varepsilon_1g_2\delta(\beta^2-\alpha^2)} + \frac{4h^2}{g_2(\beta^2-\alpha^2)} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\xi_0^2}{A} \right) \right] \lambda + \frac{4h^2\gamma}{\varepsilon_1g_2\delta(\beta^2-\alpha^2)} \left(\frac{1}{g_1} + \frac{\xi_0^2}{A} \right) \Big\} \\
 R_4(\lambda) = & -i\lambda \frac{\varepsilon_1\gamma}{C} (\beta^2-\alpha^2) R_5(\lambda) \left[\lambda^4 + \frac{2h\beta}{\beta^2-\alpha^2} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\xi_0^2}{A} \right) \lambda^3 + \frac{4h\varepsilon_1\alpha}{g_2(\beta^2-\alpha^2)} \lambda^2 + \right. \\
 & \left. + \frac{2h\beta}{g_2(\beta^2-\alpha^2)} \lambda + \frac{4h^2}{g_2(\beta^2-\alpha^2)} \left(\frac{1}{g_1} + \frac{\xi_0^2}{A} \right) - \frac{2h\xi_0^2\beta}{A^2\varepsilon_1\gamma(\beta^2-\alpha^2)R_5(\lambda)} \left(\lambda^3 + \frac{2h}{g_2\beta} \right) \right] \\
 R_5(\lambda) = & \lambda^2 + \frac{\delta}{\varepsilon_1\gamma} \lambda + \frac{1}{\varepsilon_1\gamma A}
 \end{aligned}$$

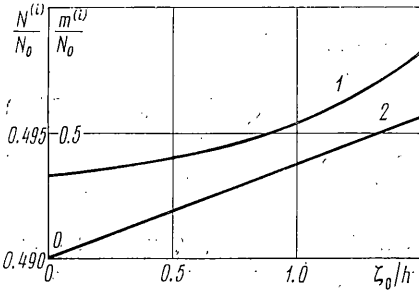
Если на стержень действует сосредоточенный момент m_0 , то в формулах (11) следует положить $m(t) = m_0\delta(t)$.

Для примера возьмем стержень прямоугольного сечения $b \times 2h_*$ со следующими упругими, жесткостными и геометрическими характеристиками: $\nu = \nu_* = 0.3$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = h$, $b = 2h$, $E_* / E = 2$, $2h_* / 2h = 2.5$, $q_1 = 2E_*bh_*$, $q_2 = E_*b^3h_*/6$, $A = 2E_*bh_*^3/3$, $C = E_*b^3h_*\beta_0 / (1 + \nu_*)$, $\beta_0 = 0.249$.

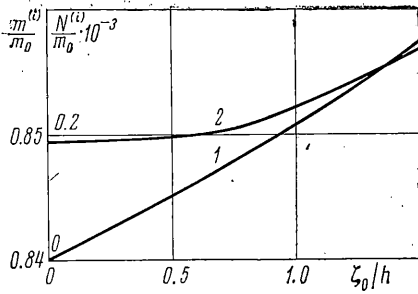
На фиг. 2 приводятся зависимость контактных усилий $N^{(i)}$ (кривая 1) и $m^{(i)}$ (кривая 2), от эксцентриситета подкрепления ξ_0 при $x=0$. Стержень нагружен сосредоточенной силой N_0 .

Аналогичные кривые для случая нагружения стержня сосредоточенным моментом m_0 представлены на фиг. 3.

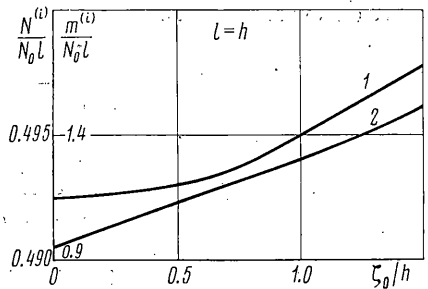
На фиг. 4 показана зависимость контактных усилий $N^{(i)}$ (кривая 1).



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

и $m^{(i)}$ (кривая 2) от эксцентриситета l точки приложения сосредоточенной силы N_0 к стержню (l — расстояние точки приложения силы до плоскости симметрии стержня), $m_0 = N_0 l$.

Львовский государственный университет

Поступила 4 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М., Изд-во АН СССР, 1963.
2. Шереметьев М. П. Пластинки с подкрепленным краем. Изд-во Львовск. ун-та, 1960.
3. Мартынович Т. Л. Изотропна півплощина з підкріпленням краєм. Прикл. механіка, 1964, т. 10, вип. 6.