

12 XII 1975. А. Г. Сокольский (Москва) *Исследование устойчивости движения в некоторых задачах небесной механики.*

В докладе рассматриваются некоторые задачи теории гамильтоновых систем и их приложения к небесной механике.

1. Для нейтральных в линейном приближении автономных гамильтоновых систем решена задача об устойчивости положений равновесия в случае равных частот.

2. Доказана формальная устойчивость лагранжевых решений плоской и пространственной круговых ограниченных задач трех тел.

3. Предложен алгоритм построения и исследования орбитальной устойчивости малых периодических движений автономных гамильтоновых систем; разработанная методика используется при исследовании периодических движений, близких к лагранжевым решениям плоской и пространственной круговых ограниченных задач трех тел.

4. В строгой нелинейной постановке решен вопрос об устойчивости относительного равновесия несимметричного спутника на круговой орбите для тех значений его инерционных параметров, для которых ранее была известна лишь устойчивость в линейном приближении.

5. Решена задача об орбитальной устойчивости плоских периодических движений (колебания и вращения) несимметричного спутника около его центра масс на круговой орбите.

УДК 534.061.3

## МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ. СЕМИНАРЫ

### Семинар по механике твердого деформируемого тела под руководством Э. И. Григолюка

17 XI 1975. Ю. А. Гладков (Москва) *Напряжения в трехслойных плоских и пологих цилиндрических панелях в условиях закритических деформаций при продольном сжатии.*

В результате приближенных решений нелинейных дифференциальных уравнений трехслойных пологих оболочек Григолюка — Чулкова получены и исследованы зависимости безразмерных напряжений изгиба, растяжения, кручения и сдвига в слоях прямоугольных трехслойных плоских и пологих цилиндрических панелей от относительных прогибов и геометрических и жесткостных параметров при больших деформациях (при продольном сжатии).

Приведены законы распределения по площади и по толщине трехслойных панелей напряжений изгиба, кручения, сдвига и растяжения — сжатия для различной геометрии панели и всевозможных сочетаний толщин и упругих характеристик материалов несущих слоев и заполнителей.

Исследовано влияние геометрических и жесткостных характеристик на устойчивость, закритические деформации и распределение напряжений в слоях трехслойных панелей. Получены условия выбора модуля сдвига жестких и легких (стальных) заполнителей, обеспечивающих под нагрузкой максимальную прочность и жесткость.

Рассмотрена проблема пересчета результатов решений для однородных панелей на случай неоднородной по толщине структуры.

Результаты исследований представлены в виде таблиц и графиков, которые можно использовать при проектировании и расчетах на прочность и устойчивость трехслойных плоских и цилиндрических панелей с жесткими и легкими заполнителями.

24 XI 1975. В. Н. Антонов (Москва) *Расчет колебаний тонких оболочек, соприкасающихся с жидкостью, с помощью метода суммарных представлений.*

На основе метода суммарных представлений Г. Н. Положего разработаны программы расчета в ортогональных координатах колебаний оболочек с жидкостью и

оболочек в жидкости. Изучено влияние сжимаемости жидкости, гидростатического давления, давления на свободной поверхности жидкости и потенциальной энергии массовых сил жидкости на частоты неосесимметричных колебаний цилиндрической оболочки, частично заполненной тяжелой сжимаемой жидкостью.

Получена зависимость частот неосесимметричных колебаний соосных цилиндрических оболочек, частично заполненных сжимаемой жидкостью, от отношения радиусов внутренней и внешней оболочек.

Рассмотрена задача о колебаниях в жидкости цилиндрической оболочки с прямоугольными отверстиями.

Исследованы частоты колебаний цилиндрической оболочки под слоем жидкости. Приводятся и сравниваются с известными решениями результаты расчета частот колебаний цилиндрической оболочки с упругими плоским и сферическим непологим дном, частично заполненной жидкостью.

1 XII 1975. В. Н. Паймушин (Казань) *Нелинейная теория тонких оболочек, пологих относительно поверхности отсчета.*

На основе гипотезы Кирхгофа — Лява, а также прямой линии, несжимаемой в первичном направлении, предложена нелинейная теория тонких оболочек сложной формы, пологих относительно некоторой поверхности  $\sigma$ , названной поверхностью отсчета. В отличие от классического подхода здесь положение точек оболочки в трехмерном пространстве определяется гауссовыми координатами  $\alpha_1, \alpha_2$  на поверхности отсчета, отстоящей от срединной поверхности оболочки  $\sigma'$  на некотором произвольном расстоянии  $H(\alpha_1, \alpha_2)$ , и координатой  $z$ , нормальной к  $\sigma'$ . На изменение величины  $H$  наложены условия  $(A_i A_j \theta_i \theta_j)^{-1} H_{,i} H_{,j} = y_i y_j \ll 1$ , называемые условиями пологости  $\sigma'$  относительно  $\sigma$  ( $H_{,i} = \partial H / \partial \alpha_i$ ;  $\theta_i = 1 + H k_{ii}$  — коэффициенты, учитывающие изменение метрики в направлении внешней нормали к  $\sigma$ ;  $A_i, k_{ii}$  — коэффициенты Ляме и главные кривизны координатных линий на  $\sigma$ ).

В силу этих условий координатные линии  $\alpha'_1, \alpha'_2$  на  $\sigma'$ , являющиеся линиями пересечения  $\sigma'$  с нормальными плоскостями, проведенными через координатные векторы поверхности  $\sigma$ , с точностью  $1+y_i y_j \approx 1$  можно считать ортогональными. Кроме того, при расчете оболочки сложной формы значительно упрощается задача по определению метрики ее срединной поверхности, выражаящейся простыми формулами через метрику поверхности отсчета и величину  $H$ , так как для широкого класса оболочек в качестве  $\sigma$  может быть выбрана поверхность внутренняя геометрия которой описывается простыми аналитическими соотношениями.

В линиях кривизны поверхности отсчета с точностью  $1+y_i y_j \approx 1$  получены зависимости, устанавливающие связь между метриками поверхностей  $\sigma$  и  $\sigma'$ . С той же степенью точности для случая малых деформаций и произвольного изгиба оболочки выведены основные соотношения теории деформаций, и из принципа Лагранжа получены уравнения равновесия и статические граничные условия как с учетом, так и без учета поперечных сдвигов, по виду совпадающие с классическими, записанными в ортогональных осях срединной поверхности оболочки.

Приведены скалярные формы уравнений равновесия и уравнений метода Бубнова, отнесенных к осям деформированной и недеформированной срединной поверхности оболочки, а также к осям поверхности отсчета.

8 XII 1975. Ю. С. Шкенев (Москва) *Динамика сплошных сред в электромагнитном поле.*

Рассматривается взаимодействие электромагнитных полей со сплошными средами с различными электромагнитными и реологическими свойствами и конструктивными особенностями. Задачи о движении идеально проводящих сред во внешнем магнитном поле сводятся к одному векторному дифференциальному уравнению, включающему плотность сил электромагнитного поля. Движение магнитополупроводника и изменение электромагнитного поля в нем описывается системой уравнений, которая может быть сведена к двум уравнениям относительно векторов механического перемещения и напряженности индуцированного электрического поля.

Рассмотрено движение элементов упругого вала в магнитном поле и отмечено, что силы электромагнитного поля, обусловленные зависимостью проницаемости от деформаций сдвига, оказывают стабилизирующее влияние. Изучено распространение волн в мембранных и пластинах из идеального проводника и диэлектрика, и решена нелинейная задача динамики пластины в магнитном поле, нормальному ее плоскости.

Выведено уравнение движения элементов проводящей цилиндрической оболочки в магнитном поле, определены частоты магнитоупругих колебаний кольца и отмечено существование гиromагнитного эффекта деформационного происхождения — эффекта вращения кольца как целого вследствие его деформаций в магнитном поле.

Исследованы колебания оболочек, частично заполненных жидкостью, и отмечено, что магнитное поле изменяет жесткость оболочки вследствие зависимости гидродинамического давления от перемещений элементов оболочки и магнитного поля.

**15 XII 1975. С. Н. Сухинин (Москва) Исследования прочности и устойчивости трехслойных цилиндрических конструкций из армированных пластмасс.**

Рассмотрены задачи исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических конструкций при их неосесимметричном нагружении. На основе полубезмоментной теории для трехслойных оболочек получены разрешающие соотношения с учетом быстрозатухающего напряженно-деформированного состояния типа погранслоя.

Решены задачи о совместной деформации трехслойных цилиндрических оболочек и произвольно нагруженных шлангов, и проведено исследование особенностей сопротивления трехслойных конструкций, выполненных из армированных пластмасс.

Сравнительный экспериментально-теоретический анализ деформированного состояния трехслойных оболочек со шлангами показал хорошее согласование теоретических и экспериментальных результатов.

Разработаны инженерные методы исследования общей и местной устойчивости трехслойных оболочек с ортотропными несущими слоями и заполнителем. Данна классификация трехслойных пакетов по обобщенным жесткостям; в результате для расчета критических усилий предложены простые формулы такого же типа, как для классических оболочек. Сравнение полученных формул с точными решениями показало их практическое совпадение.

**22 XII 1975. В. Д. Кубенко (Киев) Нестационарное деформирование элементов конструкций, взаимодействующих с окружающей средой.**

Исследуется взаимодействие нестационарных акустических и упругих волн с элементами конструкций и удар жестких и упругих тел о поверхность сжимаемой жидкости. Разработан метод решения задач нестационарной гидроупругости, состоящей в сведении задачи для каждой из форм колебаний к интегральному уравнению Вольтерра и последующему решению его. Исследована сходимость метода.

Получено решение задач о нестационарной дифракции плоских, цилиндрических и сферических волн на жестких круговых и эллиптических цилиндрах и сферидах, цилиндрических и сферических оболочках.

Изучены особенности напряженно-деформированного состояния оболочек в зависимости от расстояния между источником и оболочкой. Дано решение внутренних задач нестационарной гидроупругости для круговых и эллиптических цилиндров, сфер и сферидаов.

Рассмотрено нестационарное деформирование оболочек, заполненных жидкостью и погруженных в жидкость, а также системы вложенных одна в другую оболочек. Дано решение задач о взаимодействии нестационарных упругих волн с цилиндрическими и сферическими телами.

Определено нестационарное давление на поверхности жестких тел при ударе о поверхность сжимаемой жидкости. Разработан приближенный метод решения задач о нестационарном деформировании упругих тел, проникающих в жидкость.

**29 XII 1975. В. В. Пикуль (Владивосток) Теория тонких неоднородных пластин и пологих оболочек.**

Предлагается вариант теории тонких неоднородных пластин и пологих оболочек с произвольным соотношением упругих свойств по толщине. Теория построена на базе допущений о недеформируемости материала в направлении толщины оболочки и возможности пренебрежения в уравнениях закона Гука поперечными нормальными напряжениями.

Анализ современных гипотез, применяемых для учета деформаций поперечного сдвига, показал, что наивысшую точность имеет гипотеза ломанной линии. Наиболее простой вид основные уравнения теории принимают при использовании гипотезы прямой линии. В последнем случае обобщенные силовые факторы выражаются в общепринятые.

Для простейшего варианта теории установлены границы применения; определен класс задач, для решения которых могут быть использованы существующие справочные таблицы по расчету пластин и оболочек. Произведено сопоставление простейшего варианта теории с данными испытаний трехслойных конструкций с легким за-

полнителем и современной теорией их расчета, а также с точным решением теории упругости применительно к изгибу толстой изотропной плиты. В результате оказалась подтвержденной достаточная для практики точность простейшего варианта предлагаемой теории и его универсальность. Решен ряд практически важных задач изгиба и устойчивости неоднородных пластин и оболочек. Особое внимание уделено круговым цилиндрическим оболочкам.

УДК 534.061.3

### МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ ЛГУ СЕМИНАРЫ

**Семинары по численным методам механики сплошной среды  
под руководством Н. Ф. Морозова, П. Е. Товстикса и К. Ф. Черных**

11 II 1975. В. Г. Осмоловский (Ленинград) *О решении задачи нестационарной ползучести металлов.*

Предложено решение задачи о нестационарной ползучести металлов, которая в обобщенной постановке сводится к уравнению с сильно монотонным оператором. При неограниченном возрастании времени доказывается стремление решения нестационарной задачи к решению задачи об установившейся ползучести. При определенной гладкости области исследуется гладкость обобщенного решения. СтРОЯтся алгоритмы численных методов решения, доказывается их сходимость и дается оценка скорости сходимости. Приведены расчеты для осесимметричной пластины с отверстием и для прямоугольной пластины.

11 II 1975. В. Г. Осмоловский (Ленинград) *Замкнутая система уравнений пластического течения на основе статической модели дислокационной структуры.*

Рассматривается модель статического описания непрерывно распределенной структуры твердого тела на основе тензорной функции распределения элементарных участков дислокационных линий, зависящей от их координат, компонент вектора направления касательной к линии дислокации, вектора Бюргерса и скорости. Первый и второй моменты введенной таким образом функции распределения совпадают с тензором плотности потока соответственно. На основе кинетического уравнения, учитывающего как дальнодействующее, так и контактное взаимодействие дислокаций, проводится последовательный вывод и обоснование замкнутой системы переносных уравнений для описания пластических свойств среды. В частном случае отсутствия источников и стоков подвижных дислокаций одно из переносных уравнений переходит в известный в континуальной теории дислокаций закон сохранения вектора Бюргерса.

29 II 1975. Б. Н. Семенов (Ленинград) *О решении задачи растяжения прямоугольника с симметричными разрезами.*

Построена система кусочно-разностных решений для бесконечной полосы, одна часть которой находится в условиях скользящей заделки, другая свободна от напряжений. С помощью этой системы строится решение линейной задачи растяжения прямоугольника с симметричными разрезами. В окрестности вершины разрезов эта задача рассматривается в геометрически нелинейной постановке. Строятся первый член асимптотики решения нелинейной задачи, где коэффициент определяется по известному решению линейной задачи с помощью интеграла Райса.

11 III 1975. Л. Б. Гримзе, И. П. Другов (Ленинград) *Входной язык комплекса программ расчета оболочек вращения (КРОВ);*

В докладе сообщается о комплексе программ КРОВ, реализующих различные алгоритмы и составленных разными авторами. По программам можно рассчитать ортотропные оболочки вращения при осесимметричной деформации в линейной среде винклерового типа. При этом физические и геометрические характеристики оболочки и действующие на нее нагрузки в общем случае представляют собой кусочно-не-