

УДК 534.061.3

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ  
СЕМИНАРЫ**

**Семинар по аналитической механике  
под руководством В. В. Румянцева**

**24 X 1975. В. Ф. Журавлев (Москва)** *Обобщение теоремы Рэля на гироскопические системы.*

Теорема Рэля о свойствах собственных частот линейной консервативной механической системы  $Aq'' + Cq = 0$ , где  $q$  —  $n$ -мерный вектор обобщенных координат, а  $A$  и  $C$  — симметрические, положительно определенные матрицы, обобщается на системы вида  $Aq'' + \Gamma q' + Cq = 0$ . Здесь  $\Gamma$  — произвольная кососимметрическая матрица гироскопических сил.

При доказательстве теоремы Рэля обычно используется факт приводимости пары квадратичных форм к главным осям. Для уравнения, рассматриваемого в докладе, этим воспользоваться нельзя, поскольку при любом преобразовании переменных система остается связанной матрицей гироскопических сил.

Доказательство основывается на введении вспомогательной механической системы вдвое большей размерности, в которой исходные гироскопические силы трансформируются в силы с симметрической матрицей, что дает возможность оперировать понятием квадратичной формы, представленной в соответствие гироскопическим силам. Из трех квадратичных форм (кинетической энергии, потенциальной энергии и гироскопических сил) конструируется аналог функции Рэля. Доказываются семь лемм о свойствах этой функции. Эти леммы позволяют доказать теорему: «при увеличении жесткости (квадратичной формы потенциальной энергии) линейной консервативной гироскопической системы собственные частоты могут только возрасти».

В качестве следствий рассматривается поведение собственных частот при изменении квадратичной формы кинетической энергии и возможность отказаться от положительной определенности матрицы  $C$ .

**31 X 1975. И. В. Верещагин (Пермь)** *Анализ управления подъемом тела по принципу балансировки.*

Управляемые системы понимаются как дефектные иерархические динамические системы, т. е. усеченные на некотором уровне иерархии сложные системы.

Приведенные результаты анализа задачи быстрого действия и энергоемкости процесса подъема тела переменной массы в однородном силовом поле по принципу балансирования оказываются хуже результатов управления процессом подъема по принципу максимума Понтрягина на 1.5 — 2% по той причине, что учтены затраты на функционирование объектов верхних уровней иерархии.

**14 XI 1975. А. Л. Куницын (Москва)** *Нормальная форма и устойчивость периодических систем при внутреннем резонансе.*

Рассматривается задача об устойчивости по Ляпунову нулевого решения многомерной нелинейной системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами и голоморфными правыми частями. Исследуется критический случай, когда характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет лишь комплексно-сопряженные корни, по модулю равные единице, а между характеристическими показателями и частотой невозмущенного движения существуют определенные целочисленные соотношения (внутренний резонанс).

Для любого типа резонанса дается нормальная (преобразованная) форма системы, сводящая исходную задачу к задаче об устойчивости при внутреннем резонансе для автономных систем, рассмотренной ранее.

Выясняется, в каких случаях наличие внутреннего резонанса не позволяет применять методы, разработанные для безрезонансных систем. Для наиболее важных типов резонанса даются необходимые и достаточные условия устойчивости модельной системы по формам четного порядка. Показано, что в большинстве случаев из неустойчивости модельной системы следует неустойчивость исходной системы. Выделяется также класс негрубых систем, в которых вопрос об устойчивости решается высшими нелинейными членами.

Оказывается, что резонанс четного порядка может привести к асимптотической устойчивости системы. Дается полное исследование системы второго порядка для главных резонансов.

Указываются случаи распространения полученных результатов на устойчивость гамильтоновых систем.

21 XI 1975. Л. Г. Хазин, Ф. Х. Цельман (Москва) *Анализ эффекта «взрывной неустойчивости» при линейном взаимодействии волн.*

Рассмотрены нелинейные гамильтоновы системы с резонансным соотношением третьего порядка (типа  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0$ ) между частотами  $\omega_i$  линеаризованных уравнений.

Рассмотрены системы с дефинитным и индефинитным гамильтонианами (знаки  $\omega_i$  могут быть положительными и отрицательными). Приведены различные виды «модельных» гамильтоновых систем с учетом главных членов от нелинейного взаимодействия между отдельными степенями свободы.

В рамках единой схемы рассмотрены следующие системы:

- 1) три нелинейно-связанных осциллятора (все  $\omega_i > 0$ );
- 2) система, описывающая «распадную неустойчивость» волн («уравнения Бломбергена» нелинейной оптики);
- 3) системы, в которых возможна так называемая взрывная неустойчивость, т. е. одновременный рост амплитуд всех трех мод колебаний, причем при некоторых начальных условиях амплитуды уходят в бесконечность за конечное время.

Выявлена роль колебания большей «частоты» (с максимальным по модулю  $\omega_i$ ) и взаимного «расположения» величин  $\omega_i$ . Изучена картина перекачки энергии между отдельными степенями свободы.

Показано, что многие известные результаты, например эффект стабилизации фаз при взрывной неустойчивости, могут быть легко получены из факта полной интегрируемости модельной системы.

Анализ модельных систем доведен до рассмотрения траекторий на фазовой плоскости при различных значениях параметров системы и начальных условий.

Л. Г. Хазин (Москва) *Об устойчивости многомерных систем с двумя кратными частотами.*

В работе изучается вопрос об устойчивости положения равновесия системы дифференциальных уравнений с любым числом степеней свободы, нейтральной в линейном приближении и обладающей парой кратных частот. Показано, что положение равновесия такой системы, вообще говоря, неустойчиво по Ляпунову. Однако иногда (условия типа равенства на коэффициенты системы) неустойчивая в линейном приближении система, благодаря влиянию нелинейных членов, асимптотически устойчива.

Подобного рода задача была впервые решена Н. Е. Кочинным в 1939 г. в связи с задачей об устойчивости вихревых дорожек Кармана.

28 XI 1975. Н. Н. Болотник (Москва) *Некоторые задачи оптимизации в механических колебательных системах.*

Рассматривается движение тела, установленного в движущемся корпусе на амортизирующем устройстве. Ставится задача выбора характеристики амортизируемого устройства, минимизирующего максимум модуля абсолютного ускорения (перегрузки), при ограниченном модуле отклонения. Решаются задачи оптимизации параметров амортизаторов, состоящих из пружины с линейной характеристикой и демпфера, в случае ударного внешнего воздействия и некоторые задачи оптимизации амортизационных систем, рассчитанных на класс определенных внешних воздействий.

Рассматривается задача выбора параметров линейной колебательной системы, максимизирующая степень ее устойчивости, что соответствует наискорейшему затуханию свободных колебаний. Доказана ограниченность степени устойчивости, получены необходимые и достаточные условия достижимости верхней границы, из которых вытекает алгоритм нахождения оптимальных параметров. Для систем с двумя и тремя степенями свободы получены значения оптимальных параметров и соответствующие значения степени устойчивости.

12 XII 1975. А. Г. Сокольский (Москва) *Исследование устойчивости движения в некоторых задачах небесной механики.*

В докладе рассматриваются некоторые задачи теории гамильтоновых систем и их приложения к небесной механике.

1. Для нейтральных в линейном приближении автономных гамильтоновых систем решена задача об устойчивости положений равновесия в случае равных частот.

2. Доказана формальная устойчивость лагранжевых решений плоской и пространственной круговых ограниченных задач трех тел.

3. Предложен алгоритм построения и исследования орбитальной устойчивости малых периодических движений автономных гамильтоновых систем; разработанная методика используется при исследовании периодических движений, близких к лагранжевым решениям плоской и пространственной круговых ограниченных задач трех тел.

4. В строгой нелинейной постановке решен вопрос об устойчивости относительного равновесия несимметричного спутника на круговой орбите для тех значений его инерционных параметров, для которых ранее была известна лишь устойчивость в линейном приближении.

5. Решена задача об орбитальной устойчивости плоских периодических движений (колебания и вращения) несимметричного спутника около его центра масс на круговой орбите.

УДК 534.061.3

## МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ. СЕМИНАРЫ

Семинар по механике твердого деформируемого тела  
под руководством Э. И. Григолюка

17 XI 1975. Ю. А. Гладков (Москва) *Напряжения в трехслойных плоских и полых цилиндрических панелях в условиях закритических деформаций при продольном сжатии.*

В результате приближенных решений нелинейных дифференциальных уравнений трехслойных пологих оболочек Григолюка — Чулкова получены и исследованы зависимости безразмерных напряжений изгиба, растяжения, кручения и сдвига в слоях прямоугольных трехслойных плоских и пологих цилиндрических панелей от относительных прогибов и геометрических и жесткостных параметров при больших деформациях (при продольном сжатии).

Приведены законы распределения по площади и по толщине трехслойных панелей напряжений изгиба, кручения, сдвига и растяжения — сжатия для различной геометрии панели и всевозможных сочетаний толщин и упругих характеристик материалов несущих слоев и заполнителей.

Исследовано влияние геометрических и жесткостных характеристик на устойчивость, закритические деформации и распределение напряжений в слоях трехслойных панелей. Получены условия выбора модуля сдвига жестких и легких (сотовых) заполнителей, обеспечивающих под нагрузкой максимальную прочность и жесткость.

Рассмотрена проблема пересчета результатов решений для однородных панелей на случай неоднородной по толщине структуры.

Результаты исследований представлены в виде таблиц и графиков, которые можно использовать при проектировании и расчетах на прочность и устойчивость трехслойных плоских и цилиндрических панелей с жесткими и легкими заполнителями.

24 XI 1975. В. Н. Антонов (Москва) *Расчет колебаний гонимых оболочек, соприкасающихся с жидкостью, с помощью метода суммарных представлений.*

На основе метода суммарных представлений Г. Н. Положего разработаны программы расчета в ортогональных координатах колебаний оболочек с жидкостью и