

О РОЛИ СТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛА В МЕХАНИКЕ РАЗРУШЕНИЯ

В. М. ЕНТОВ

(Москва)

Рассматривается общая схема связи между характеристиками трещиностойкости материала (модуль сцепления, эффективная поверхностная энергия), его прочностными и деформационными характеристиками (модуль упругости, предел текучести, удлинение при разрыве, предел прочности и т. п.) и внутренней структурой. Методами теории подобия показано, что при прочих равных условиях трещиностойкость материала должна увеличиваться с увеличением размера структурного элемента материала. Этот вывод подкреплен анализом опубликованных экспериментальных данных.

1. Рассмотрим трещину нормального разрыва достаточно большой длины в материале, не проявляющем временных эффектов. Условие предельного равновесия трещины при этом сводится к равенству [1, 2]

$$N = \pi^{-1} K = N_c \quad (1.1)$$

где N — коэффициент интенсивности напряжений, вычисленный для трещины-разреза в упругом теле по заданным нагрузкам и геометрии, а K (модуль сцепления) или N_c (критический коэффициент интенсивности) — постоянные материала.

Если T — работа образования единицы поверхности при развитии трещины, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона материала, то

$$K^2 = (1 - \nu^2)^{-1} \pi E T, \quad N_c^2 = \pi^{-1} (1 - \nu^2)^{-1} E T \quad (1.2)$$

Допустим, что деформационные и прочностные свойства материала известны, т. е. заданы модуль упругости E , предел текучести σ_y , удлинение перед разрывом ϵ_b и т. д. Попытаемся выразить модуль сцепления K или критический коэффициент интенсивности напряжений N_c через эти характеристики, т. е. найти соотношение

$$K = F(E, \sigma_y, \epsilon_b, \nu, \dots) \quad (1.3)$$

Естественно полагать, что такое соотношение существует, поскольку, по крайней мере в металлах, область разрушения в конце трещины имеет вполне макроскопические размеры, и процессы деформирования в ней подчиняются макроскопическим закономерностям.

Однако анализ размерностей [3] показывает, что система определяющих параметров в соотношении (1.3) неполна: в ней не достаёт параметра размерности длины — характерного размера. Иными словами, уже из наличия у тела фиксированного значения критического коэффициента интенсивности (модуля сцепления) следует существование в теле характерного размера δ , т. е. некоторой структуры.

Дополняя им систему параметров (1.3), получим

$$K = E \sqrt{\delta} f(\sigma_y/E, \epsilon_b, \nu, \dots) \quad (1.4)$$

$$T = \delta E \chi(\sigma_y/E, \epsilon_b, \nu, \dots) \quad (1.5)$$

Иными словами, если рассматривать два тела, различающиеся между собой только характерным размером структуры δ , то их эффективные поверхностные энергии будут пропорциональны структурному размеру δ .

Этот вывод внешне резко расходится с общеизвестным фактом уменьшения прочности тела с увеличением размера его структуры (переход от мелкодисперсной к грубодисперсной системе). Однако помимо изложенных общих соображений можно привести несколько фактов, подтверждающих сделанный вывод. В табл. 1 приве-

Таблица 1

Материал	Размер зерна мкм.	$E \cdot 10^{-11}$ дин/см ²	$\sigma_b \cdot 10^{-9}$ дин/см ²	$T \cdot 10^{-3}$ эрг/см ²	$K \cdot 10^{-8}$ дин/см ^{3/2}	
Al ₂ O ₃	10	—	—	—	4.8	
	30	—	—	—	7.4	
	10	—	—	19	—	
	30	—	—	27	—	
	45	—	—	46	—	
	монокр.	—	—	16.1	—	
Стекло с включениями Al ₂ O ₃ концентрации:	0	8.06	0.96	6.28	—	
	3.5	9.25	1.12	10.6	—	
	0.10	11	9.25	1.10	10.4	—
		44	9.25	0.72	15.6	—
	0.25	3.5	11.4	1.38	12.7	—
		11	11.4	1.56	18.8	—
		44	11.4	0.89	22.7	—
	0.40	3.5	14.4	1.73	12.8	—
		11	14.4	1.86	19.8	—
		44	14.4	1.48	29.9	—

дены значения эффективной поверхностной энергии [4] или модуля сцепления [5] для окиси алюминия Al₂O₃ с различным размером зерна, где явно имеет место указанный рост. Подобные зависимости наблюдаются и для некоторых других керамик.

Особый интерес представляют имеющиеся в табл. 1 данные по эффективной энергии разрушения стекла с включениями глинозема различного размера [6]. Оба материала хрупки, поверхностная энергия стекла $\sim 6.3 \cdot 10^3$ эрг/см², Al₂O₃ $\sim 1.6 \cdot 10^4$ эрг/см². Эффективная энергия разрушения стекла с включениями возрастает (при падении прочности) с ростом размера включений и, следовательно, с ростом характерного размера структуры до $\sim 3 \cdot 10^4$ эрг/см².

Аналогичная зависимость наблюдается для бетона. Цементный камень, обладая большой прочностью, имеет малую энергию разрушения (модуль сцепления) $T = (2.6 \div 9.3) \cdot 10^3$ эрг/см²; для бетона без гравия $T = (13 \div 25) \cdot 10^3$ эрг/см²; для бетона с гравием, т. е. наиболее крупнозернистого, $T = (15 \div 37) \cdot 10^3$ эрг/см² [7, 8], и в этом случае эффективная поверхностная энергия много выше энергии компонентов.

Косвенные данные подобного рода имеются и для металлов. Для высокопрочных алюминиевых сплавов экспериментально установлено, что с увеличением предела текучести σ_y критический коэффициент интенсивности N_c падает [9]. Аналогичная зависимость имеет место для высокопрочных сталей [10]. Если учесть, что увеличение предела текучести достигается прежде всего измельчением структуры, эти факты можно толковать как подтверждение сделанного заключения. Наконец, известно резкое увеличение трещиностойкости (K или T) для грубодисперсных композитных материалов. Конечно, непосредственно рассчитать по формулам (1.4) и (1.5) трещиностойкость материала со сколько-нибудь сложной структурой, в особенности металла, где трудно выделить основной размер, вряд ли возможно. Однако они, по-видимому, верно отражают тенденцию изменения трещиностойкости.

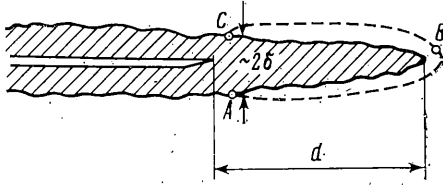
2. Трудность прямого использования указанных соображений состоит в том, что любой реальный материал (кроме, быть может, идеальных кри-

сталлов и стекол) содержит иерархию структур. Так, в кристаллическом материале четко выделяются три типа структур: атомная (молекулярная) с характерным размером $\delta_1 \approx (1 \div 10) \cdot 10^{-8}$ см; субзерновая, связанная с наличием дефектов или твердых включений (как в прочных сплавах), с характерным размером $\delta_2 \gg \delta_1$; зерновая с характерным размером $\delta_3 \gg \delta_2$ порядка размеров зерна (1–100 мкм). Соответствующая шкала размеров имеется и в полимерах, где структуру создают надмолекулярные образования.

Если учитывается только наличие атомной структуры, то из (1.5) следует

$$T = \delta E \chi = C T_0, \quad T_0 \approx \delta E / 100 \sim 100 \text{ эрг/см}^2 \quad (2.1)$$

где T_0 — истинная поверхностная энергия тела. Иными словами, для тел без надмолекулярной структуры эффективная поверхностная энергия пропорциональна истинной. Подобный вывод применительно к пластическим телам сделан Г. П. Черепановым [11]. Из сказанного ясно, что этот вывод основан на неявном допущении, что единственный структурный размер материала — атомный. К реальным поликристаллическим телам этот вывод, по-видимому, неприменим.



Фиг. 1

Если размер области разрушения (характерный структурный размер δ) не является атомным, то, допуская, что поведение структурного элемента δ может быть охарактеризовано деформационно-прочностными параметрами материала (E , σ_y , ϵ_b , ...), оценим размер δ следующим образом: рассмотрим квазистатическое распространение трещины на длину $\Delta l \gg \delta$. Связанная с этим работа на единицу длины контура трещины равна $2T\Delta l$. С другой стороны, эта работа не меньше работы необратимой деформации элементов размера δ на длине Δl до разрушения, т. е. по порядку величины $2\sigma_y \epsilon_b \delta \Delta l \leq 2T\Delta l$, откуда

$$\delta \leq T / (\epsilon_b \sigma_y) \quad (2.2)$$

или, если использовать соотношение (1.2)

$$\delta \leq \pi (1 - \nu^2) N_c^2 / (\epsilon_b \sigma_y E) \quad (2.3)$$

Ограничиваясь порядком величины, в большинстве случаев неравенство в (2.3) можно заменить на приближенное равенство.

Уточним понятие размера концевой области трещины d , понимая ее как область пластической деформации вблизи вершины трещины (фиг. 1).

На границе пластической и упругой зон напряжение равно σ_y , а деформация $\sim \epsilon_y = \sigma_y / E$. Из условия однозначности смещений на пути ABC (фиг. 1) имеем, очевидно

$$\epsilon_b \delta \leq 2\epsilon_y d, \quad d \geq \delta \epsilon_b / 2\epsilon_y \quad (2.4)$$

Если допустить, что (как это имеет место для большинства пластичных материалов) разрушающая деформация ϵ_b много больше деформации ϵ_y , отвечающей пределу текучести, то приходим к важному результату

$$\delta \ll d \quad (2.5)$$

т. е. разрушающийся элемент размером δ на конце равновесной трещины окружен много большей пластической зоной.

В зависимости от свойств материала пластическая зона может быть либо округлой, либо вытянутой в направлении оси трещины. Вытянутая

вдоль оси пластическая зона образуется в том случае, когда распространение деформации в направлении, перпендикулярном плоскости трещины, затруднено (например, в ряде полимеров и заведомо в анизотропных слоистых материалах и при распространении трещин в слое клея).

В этих случаях для расчета трещиностойкости может быть применена схема узкой пластической головки трещины Леонова — Панасюка — Дагдейла [2, 12], дополненная условием разрушения.

При условии $d \ll l$ по формуле Г. И. Баренблатта [1] имеем

$$K = \int_0^d s^{-1/2} G(s) ds$$

где $G(s)$ — интенсивность сил сцепления между берегами трещины.

Полагая $G(s) = \sigma_y$, получим

$$K = 2\sigma_y \sqrt{d} \quad (2.6)$$

или

$$d = 1/4 K^2 \sigma_y^{-2} = 1/4 \pi^2 N_c^2 \sigma_y^{-2} \quad (2.7)$$

Близкая формула

$$d_T = 2N_c^2 \sigma_y^{-2} \quad (2.8)$$

используется для оценки размеров пластической зоны в работах американских авторов (см. [2]). Из (2.4) и (2.7) и (2.8) получаем

$$d \approx 1.23d_T, \quad \delta \sim 1.23d_T \varepsilon_y / \varepsilon_b \quad (2.9)$$

В табл. 2 приведены значения N_c , d_T , σ_y , δ , E для некоторых металлов и полимеров; при этом ε_b брались равным 0.4.

Когда разрушающая деформация ε_b много больше деформации, отвечающей пределу текучести ε_y , а пластическая зона вытянута вдоль направления трещины, на продолжении трещины в пластической зоне должны возникать разрывы сплошности. Этот вывод является простым следствием двух фактов:

Таблица 2

Материал	E , кг/см ²	σ_y , кг/см ²	N_c , кг/см ^{3/2}	d_T , см	δ , 10 ⁻³ см	Источник
Оргстекло	3·10 ⁴	800	33	0.009	0.53	[16]
Поликарбонат		610	176	0.17		
Полиэтилен низкой плотности	10 ⁴	70	22	0.20		
Оргстекло		770	45	0.0071		
Полистирол		770	50	0.022		[13]
Малоуглеродистая сталь	2·10 ⁶	1400	2000	4.1	5.7	
Сталь Н11	2·10 ⁶	17000	1500	0.016	0.27	
Сплав алюминия 7075-T6	7·10 ⁵	5000	1550	0.19	2.7	
Сплав алюминия 7075-T6	7·10 ⁵	5040	1370	0.15	2.1	[9]
Сталь 5% CrMoV	2·10 ⁶	14000	3220	0.11	1.5	
	2·10 ⁶	15400	2030	0.035	0.54	
	2·10 ⁶	16800	1410	0.014	0.23	[14]
Сталь 17-7 PH	2·10 ⁶	11200	2200	0.077	0.86	
Сталь 0.15% С, 10% CrMoV	2·10 ⁶	7860	2480	0.20	1.57	
различные пробы	2·10 ⁶	7860	3140	0.32	2.5	[15]
	2·10 ⁶	8040	4740	0.70	5.6	

1) несущие элементы материала испытывают в поперечном к трещине направлении большие (порядка ε_b) деформации;

2) суммарная деформация в плоскости трещин не превышает $\varepsilon_y \ll \varepsilon_b$, поскольку несущие элементы должны сохранять связь с упругим материалом вне пластической зоны.

Если учесть, что пластическая деформация происходит при малых (порядка ϵ_y) изменениях объема, совместить два упомянутых факта можно, лишь допустив существование в пластической зоне значительной (порядка ϵ_b) пористости, образующейся в результате разделения материала на отдельные, не связанные между собой несущие элементы. Такое разделение, обнаруживаемое в полимерах [17, 18] и менее явно — в металлах, является поэтому не сопутствующим (или даже вредным) явлением, а непременным условием появления локализованных — больших пластических деформаций и тем самым высокой трещиностойкости материала.

Из изложенного выше следует, что поперечный характерный размер δ является в известной мере основным, первичным структурным размером материала, тогда как продольный размер пластической (концевой) области d — вторичная величина, связанная с условиями передачи напряжений через упругую часть материала. Это подтверждается прежде всего тем, что согласно табл. 2 размер δ оказывается близким к размерам микроструктуры материала, тогда как d может их превышать на много порядков. Вторым, менее очевидным, но более важным подтверждением является следующее. Известно, что в ряде случаев (малоуглеродистые стали) характерный размер d велик (сопоставим с критическим размером трещины) и величина N_c оказывается различной при различной геометрии тела и различном нагружении. При этом подход, основанный на представлении о величине N_c как о единственном критерии разрушения, неприменим. В этих случаях широкое применение нашел предложенный Уэллсом [19] критерий определения момента разрушения по критическому значению раскрытия трещины в ее вершине (COD = crack opening displacement). Это критическое значение остается постоянным даже в тех случаях, когда величина d оказывается переменной. С изложенной точки зрения это легко понять: критическое раскрытие трещины (COD) равно удлинению $\epsilon_b \delta$ несущего элемента материала к моменту разрыва и не должно (в первом приближении) зависеть от внешних условий, если длина трещины $l \gg \delta$.

Размер элемента δ может пониматься так же, как характерный размер корреляции свойств материала в перпендикулярном к плоскости трещины направлении. Увеличение этого размера должно увеличивать трещиностойкость материала. Возможно, именно поэтому в анизотропных материалах (ориентированном оргстекле, стальном прокате и т. д.) трещиностойкость для трещин, перпендикулярных направлению оси предварительной ориентации, значительно выше, чем для трещин, параллельных этой оси. Действительно, в этом случае масштаб корреляции свойств материала в направлении ориентации значительно больше, чем в остальных направлениях.

В рамках тех же представлений могут быть поняты и особенности изменения трещиностойкости материала под действием активных сред и температуры. Два крайних примера этого явления — резкое снижение трещиностойкости (охрупчивание) цинка ртутью и значительное повышение трещиностойкости оргстекла при смазывании его пластификатором. Внутренняя природа первого явления — адсорбционное понижение его прочности (эффект Ребиндера) — хорошо известна. Неясно, однако, как активная среда проникает в глубь пластической зоны, где и потребляется энергия разрушения. (Снижение прочности происходит очень быстро и его нельзя объяснить диффузией.) Представим пластическую зону пронизанной системой микропор задолго до того, как она достигла предельной деформации. Активная среда может весьма быстро проникнуть внутрь пластической зоны по этой системе пор вследствие капиллярного втягивания, доходя до каждого несущего элемента.

Повышение трещиностойкости полимера под действием пластификатора принципиально не может быть вызвано изменением одной лишь прочности несущих элементов (поскольку она заведомо не возрастает). С другой стороны, пластификатор уменьшает барьеры, препятствующие переходу деформации от одного элемента материала к другому, снижая внутреннюю неоднородность материала и увеличивая эффективный структурный размер материала и, возможно, предельное удлинение ϵ_b . Это и является, по-видимому, причиной повышения трещиностойкости под влиянием пластификатора. Аналогично влияет и повышение температуры: заведомо понижая прочностные характеристики, оно должно понижать трещиностойкость в материалах с фиксированной структурой и может повышать ее в материалах, эффективный структурный размер которых может изменяться (возрастать) с увеличением элементарной (молекулярной, дислокационной) подвижности. В этом отношении показательное поведение металлов, в которых преобладает повышение подвижности с температурой, и керамик, в которых пластическое деформирование сильно затруднено и преобладает снижение прочности.

Аналогичным образом можно рассмотреть и упругохрупкие материалы, не допускающие больших микродеформаций перед разрушением.

Ясно, что для упругохрупкого материала продольный d и поперечный δ размеры концевой области трещины (области критического перенапряже-

ния) должны быть сопоставимы между собой. Далее, как отмечено применительно к материалам с одной лишь атомной структурой В. В. Новожиловым [20, 21], естественно постулировать, что основной несущий элемент материала обладает тем свойством, что для его разрушения среднее напряжение в нем должно превысить некоторое характерное значение (можно было бы воспользоваться и условием достижения критического значения энергии деформации элемента в целом). Подставляя для напряжения его значений, получаемые из упругого решения, находим

$$\sigma^* = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} N \frac{ds}{\sqrt{s}} \sim \frac{2N}{\sqrt{\delta}} \quad (3.1)$$

Приравнивая для хрупких материалов σ^* пределу прочности несущего элемента $\sigma_{\text{об}}$, находим

$$N_c = 1/2 \sigma_{\text{об}} \sqrt{\delta} \quad (3.2)$$

При продвижении трещины в упругохрупком материале рассеивается энергия T , выражающаяся через критический коэффициент интенсивности N_c по формуле (1.2)

$$T = \pi(1-\nu^2) N_c^2 / E \sim \delta \sigma_{\text{об}}^2 / E \quad (3.3)$$

Тот же результат получится, если допустить, что распространение трещины в упругохрупком теле происходит дискретно, скачками, отвечающими последовательному мгновенному разрушению несущих элементов размера δ . При этом запасенная в элементе упругая энергия переходит в энергию микроколебаний и постепенно теряется, переходя в тепло. Такое рассеяние возможно в теле, идеально хрупком во всех внешних проявлениях.

Возможно, этим в значительной мере объясняется различие между истинной поверхностной энергией и работой разрушения хрупких материалов (керамики и т. д.), для которых трудно ожидать появления заметной пластической деформации. Подсчитаем по формуле (3.3) энергию разрушения для керамики Al_2O_3 с размером зерна $\delta \sim 30 \text{ мкм} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Полагая $E = 5,3 \cdot 10^{12} \text{ дин/см}^2$, $\sigma_{\text{об}} = 0,001E$, получим $T = 1,6 \cdot 10^4 \text{ эрг/см}^2$, т. е. значение, близкое к наблюдаемым. Это совпадение само по себе непоказательно, так как вряд ли можно обоснованно выбрать величину $\sigma_{\text{об}}$.

Наличие в материале нескольких структурных уровней с различными размерами и прочностью элементов может приводить к зависимости энергии разрушения от длины трещины. Поясним это элементарным примером в рамках модели Прандтля, ранее использованной для исследования связи трещиностойкости материала с его структурой [22].

Допустим, что разрушение на каждом шаге может идти по связям двух типов: связям с начальной длиной $2b_1$, разрывающимся при напряжении g_1 , и связям длиной $2b_2$, разрывающимся при напряжении g_2 . Пусть при этом $g_1 > g_2$, $b_1 < b_2$. Будем считать, что полубесконечная трещина раскрывается сосредоточенными силами P , приложенными на расстоянии l от ее конца. Тогда, используя формулы (2.2), (2.1), (1.7) и (1.5) работы [22], можно получить для напряжения в крайней связи

$$g(0) = (\pi l)^{-1} P \varphi(al), \quad a = 4(1-\nu^2)G/bE \quad (3.4)$$

$$\varphi(y) = y \int_0^{\infty} \frac{e^{-\eta}}{\sqrt{\eta}(y^2 + \eta^2)^{1/4}} \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\eta/y} \frac{\ln \tau d\tau}{1 + \tau^2} \right] d\eta$$

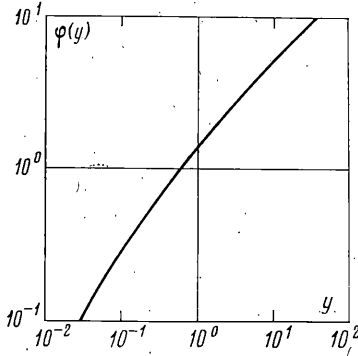
Здесь G — модуль упругости связей.

График функции $\varphi(y)$ показан на фиг. 2. Подсчитаем по приведенным формулам силу, при которой начнется продвижение трещины. Получим при этом

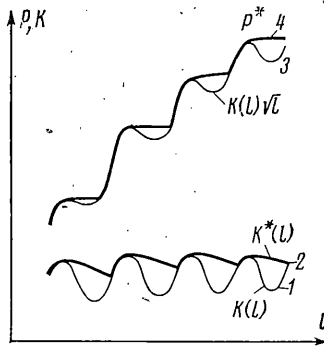
$$P_{1,2} = \pi l g_{1,2} / \varphi(a_{1,2} l)$$

(индексы 1 и 2 относятся к соответствующему типу связей).

Разрыв происходит по связям того типа, которому отвечает меньшее P . Имеем $P_1 / P_2 = g_1 \varphi(a_2 l) / g_2 \varphi(a_1 l)$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Нетрудно убедиться, что функция $\varphi(y)$ выпукла, причем

$$\varphi(y) \sim C y \ln y, \quad y \rightarrow 0, \quad \varphi(y) \sim C_1 y^{1/2}, \quad y \rightarrow \infty$$

Таким образом, $P_1 / P_2 \sim (g_1 a_2) / (g_2 a_1) = (g_1 b_1) / (g_2 b_2)$ при весьма малых l , а при весьма больших $P_1 / P_2 \sim g_1 a_2^{1/2} / g_2 a_1^{1/2} = g_1 b_1^{1/2} / g_2 b_2^{1/2}$.

Допустим, что

$$b_2 / b_1 > g_1 / g_2 > (b_2 / b_1)^{1/2} \quad (3.5)$$

В этом случае при малых l процесс разрушения будет идти по более прочным мелкомасштабным связям и лишь начиная с некоторой длины «рабочей части» трещины l_* разрушение пойдет по менее прочным крупномасштабным связям. Заметим, что в соответствии с неравенствами (3.5) отношение энергий разрушения связей первого и второго типов равно

$$T_1 / T_2 = g_1^2 b_1 / (g_2^2 b_2) < 1 \quad (3.6)$$

Таким образом, в рассматриваемой модели по мере роста трещины происходит переход к более энергоемкому процессу разрушения.

Рост сопротивления распространению трещины по мере ее удлинения есть непрерывное условие устойчивого развития трещины, находящейся в однородном поле внешних напряжений. Рассмотренный модельный пример показывает, что наличие в теле структур нескольких порядков может в принципе приводить к тому, что образовавшиеся на начальной стадии нагружения мелкие трещины будут тормозиться, достигая больших размеров, при которых они способны «возбудить» деформации менее прочных, но более крупных структурных образований.

4. Рассмотрим еще две простые модели, поясняющие роль структурной неоднородности материала в формировании его трещиностойкости.

В качестве первой из них рассмотрим трещину длины $2l$ под действием сосредоточенных сил P в бесконечном теле, модуль сцепления которого изменяется в направлении распространения трещины, $K = K(l)$ на характерной длине $\lambda \ll l$ (кривая 1 на фиг. 3). Условие равновесия трещины имеет вид

$$P = C \sqrt{l} K(l), \quad C = \text{const} \quad (4.1)$$

Если схема нагружения достаточно мягкая, то условие устойчивого роста трещины [1] состоит в том, что $P'(l) > 0$. При этом изменение P по мере развития трещины будет следовать кривой 4 (фиг. 3).

Эта кривая описывает изменение измеряемой силы, необходимой для продвижения трещины. Если по этой силе произвести по формуле (4.1) расчет модуля сцепления, то получатся не исходные данные, а данные, представленные кривой 2 (фиг. 3), т. е. будет замерен эффективный модуль сцепления, близкий к максимальному. Соответственно эффективная поверхностная энергия будет близка к наибольшей поверхностной энергии элементов. Отметим, что в данном случае избыточная эффективная поверхностная энергия гетерогенного тела достигается в условиях чисто хрупкого разрушения, причем избыток получается за счет скачков трещины между отдельными устойчивыми положениями. Выделяющаяся при этом энергия динамического перескока рассеивается в объеме материала, переходя в тепло.

В качестве второго примера рассмотрим хрупкое тело с круглыми отверстиями (модель пористого материала). Для простоты ограничимся плоскостью с круглыми отверстиями. Допустим, что сплошной материал обладает пределом прочности σ_b и модулем сцепления K . Рассмотрим два крайних случая равновесия трещины длины $2l$: трещина, концы которой находятся далеко от пор, трещина, концы которой «супираются» в поры.

Будем считать, что к телу приложено однородное растягивающее напряжение σ . В первом случае развитие трещины начнется при напряжении

$$\sigma_1 = CKl^{-1/2}, \quad C = \sqrt{2/\pi} \quad (4.2)$$

Во втором случае трещина будет развиваться, если наибольшее напряжение на контуре поры превысит σ_b . Это наибольшее напряжение подсчитаем, заменяя трещину с круговыми отверстиями по концам эллипсом той же длины с тем же радиусом кривизны в концах большой оси.

При этом напряжение срагивания трещины окажется равным

$$\sigma_2 = \sigma_b (1 + 2\sqrt{l/a})^{-1} \approx 1/2 \sigma_b \sqrt{a/l} \quad (4.3)$$

Таким образом, при

$$\sigma_b > 2CK/\sqrt{a} \quad (4.4)$$

наличие пор будет приводить к увеличению трещиностойкости хрупкого материала; в противном случае поры не будут тормозить трещину. При одинаковой пористости трещиностойкость материала возрастает с увеличением характерного размера материала (размера пор). Отметим, что в данном случае наличие у материала «собственного» модуля сцепления K приводит к появлению и собственного характерного размера $d_0 = (K/\sigma_b)^2$, так что зависимость $K_{ef}(a)$ не имеет простой формы (1.4). Отметим, что возрастание трещиностойкости материала при переходе от сплошного материала к пористому отмечено экспериментально [23]. Естественно, что реальная трехмерная картина значительно сложнее рассмотренной выше элементарной плоской модели.

Во избежание недоразумений отметим, что излагаемые здесь представления в значительной мере основаны на работах других авторов, которым принадлежат те или иные использованные выше соображения. Помимо указанных в тексте, особо укажем работы [24-26].

Поступила 7 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, 1961, № 4.
2. Fracture. An advanced treatise (H. Liebowitz, ed.), vol. 1-7. N. Y., Acad. Press, 1968-1972. (Рус. перев.: М., «Мир», 1973, 1975).
3. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Гостехиздат, 1957.
4. Gutschall P. L., Gross G. E. Fracture=strength. Ceram. Age, 1968, vol. 84, No. 9.
5. Swanson G. D., Gross G. E. Factor analysis of fracture toughness test parameters for Al_2O_3 . J. Amer. Ceram. Soc., 1971, vol. 54, No. 8, p. 382-385.
6. Lange F. F. Fracture energy and strength behaviour of a sodium borosilicate glass- Al_2O_3 composite system. J. Amer. Ceram. Soc., 1971, vol. 54, No. 12, p. 614-620.
7. Brown J. H. Measuring the fracture toughness of cement paste and mortar. Mag. Concrete Res., 1972, vol. 24, No. 81, p. 181-196.
8. Brown J. H., Poteroy C. D. Fracture toughness of cement paste and mortars. Cement and Concrete, 1973, vol. 3, No. 4, p. 475-480.
9. Кауфман Д. Г., Гузвиккер Х. Лабораторные испытания алюминиевых сплавов на вязкость разрушения. В сб.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968.

10. Уэй Р. П. Испытания на вязкость разрушения при разработке сплавов. В сб.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968.
11. Черепанов Г. П. О распространении трещин в сплошной среде. ПММ, 1967, т. 31, вып. 3.
12. Леонов М. Я., Панасюк В. В. Развитие надрибнейших трещин в твердом теле. Прикл. механ., 1959, т. 5, № 4.
13. Williams J. G. The thermal properties of a plastic zone. Appl. Mater. Res., 1965, vol. 4, No. 2.
14. Carter C. S. The use of fracture mechanics in engineering problems. Engineer, 1965, vol. 219, No. 5692.
15. Marriot J. B. Low alloy steels. Iron and Steel. Inst., 1968, p. 241—242.
16. Вавакин А. С., Салганик Р. Л. Исследование трещиностойкости органического стекла. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 4.
17. Бессонов М. И., Кувшинский Е. В. Трещины в прозрачных пластмассах, их рост и строение. Физика твердого тела, 1959, т. 1, вып. 9.
18. Kambour R. P. Die Rolle des «Crazing» beim Bruchmechanismus von glasartigen Polymeren. Werkstoffe und Korrosion, 1967, Bd 98, H. 5.
19. Wells A. A. The application of fracture mechanics to yielding materials. Proc. Roy. Soc. A, 1965, vol. 285, No. 1400.
20. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном условии хрупкой прочности. ПММ, 1969, т. 33, вып. 2.
21. Новожилов В. В. К теории равновесных трещин в упругих телах. ПММ, 1969, т. 33, вып. 5.
22. Егтов В. М., Салганик Р. Л. К модели хрупкого разрушения Прандтля. Инж. ж. МТТ, 1968, № 6.
23. Cooper R. E. Fracture toughness of beryllium: a summary of the present state of knowledge. U. K. Atom. Energy Auth. Atom. Weapons Res. Establ. Rept. 1972, No. 017.
24. Neuber H. Kerbspannungslehre 2-e Aufl., Berlin, Springer, 1958.
25. Krafft J. M. Correlation of plane strain crack toughness with strain hardening characteristics of a low, a medium, and a high strength steel. Appl. Mater. Res., 1964, vol. 3, No. 4.
26. Cottrell A. H. Mechanics of fracture in large structures. Proc. Roy. Soc. A, 1965, vol. 285, No. 1400, p. 10—21.