

УДК 533.6 : 013.42

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОБОЛОЧЕК И ПЛАСТИН С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ¹

А. Г. ГОРШКОВ

(Москва)

Рассматривается некоторый класс задач из области аэрогидроупругости. В обзор включены работы, опубликованные в периодической печати за последние годы. Основное внимание уделяется задачам, связанным с действием ударных волн на упругие оболочки вращения и с погружением упругих тел в воду. Анализ исследований по этим проблемам и близким к ним представлен также в ряде монографий [32, 60, 68, 75, 76, 81] и в обзорных статьях [23, 28, 43, 61, 62, 82].

1. *Взаимодействие нестационарных акустических волн давления с цилиндрическими оболочками.* Цилиндрическая оболочка по-прежнему привлекает к себе наибольшее внимание исследователей. Это объясняется тем, что для оболочек цилиндрической формы разработаны достаточно точные и простые схемы оценки гидродинамических нагрузок [27, 31, 32, 68].

В случае бесконечно длинной цилиндрической оболочки задача определения гидродинамических нагрузок (точнее переходных функций) формально не представляет больших математических трудностей. Раскладывая искомые величины по собственным формам и используя по времени преобразование Лапласа, нетрудно получить выражение для переходной функции $F_n(\tau)$ в интегральной форме [32] ($\tau = ct/R$, c — скорость звука в жидкости, R — радиус оболочки, t — время, n — номер собственной формы). Функция $F_n(\tau)$ имеет вид быстро затухающей осциллирующей функции.

При решении нестационарных задач дифракции на упругих цилиндрических оболочках использование точного выражения для $F_n(\tau)$ приводит к значительным вычислительным трудностям. Поэтому на практике обычно идут по пути упрощения структуры функций $F_n(\tau)$. К настоящему времени таким путем получено достаточно много приближенных соотношений для $F_n(\tau)$. При этом широко используются различные асимптотические представления и свойства интегрального преобразования Лапласа.

В [22] дано дальнейшее развитие численного метода (основанного на асимптотических разложениях) обращения преобразования Лапласа применительно к задачам нестационарной гидроупругости. В качестве примера рассмотрена известная задача о дифракции плоской акустической волны давления на абсолютно жестком круговом цилиндре, погруженном в идеальную сжимаемую жидкость.

В работах [54, 55] представлен точный метод обращения изображений искомых величин (для цилиндрических и сферических оболочек), основанный на получении для каждой собственной формы интегрального уравнения Вольтерра первого рода, которое решается численно. Простота вычислительного алгоритма и его единообразие для всех форм позволяет проводить вычисления на ЭЦВМ с весьма малыми затратами машинного времени.

В отмеченных выше работах окончательное решение получалось в виде бесконечных рядов Фурье. На практике желательно иметь такие выражения для переходных функций, которые не были бы связаны с выбором метода решения уравнений движения оболочки. Такие выражения можно получить на основании теории «тонкого слоя» [27, 32].

В [73] на основании интегральных преобразований (Лапласа по времени τ и косинус-Фурье по угловой координате θ) и метода асимптотически эквивалентных функций в явной форме найдено выражение для переходной функции $F(\theta, \tau)$, с помощью которой можно легко определить гидродинамическое давление на поверхности цилиндрической оболочки. Она имеет вид

$$F(\theta, \tau) = 2\pi^{-1} e^{-\tau/2} (\tau^2 - \theta^2)^{-1/2} \text{ch}^{1/2} (\tau^2 - \theta^2)^{1/2} H(\tau - \theta) \quad (1.1)$$

где $H(\tau - \theta)$ — единичная функция Хевисайда.

В данном случае производящим уравнением для соотношения (1.1) будет модифицированное волновое уравнение, которое аналогично исходному уравнению, используемому в различных вариантах теории тонкого слоя [27].

¹ Обзор включает доклад, прочитанный на X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Кутаиси, сентябрь 1975.

Действие плоской волны давления на бесконечно длинный толстостенный цилиндр, погруженный в акустическую среду, изучалось в [72] методом Фурье (искомые функции представлялись в виде разложений в ряды по угловой координате) в комбинации с методом конечных разностей. При этом движение цилиндра описывалось уравнениями линейной теории упругости. Числовые расчеты выполнены с удержанием в разложениях 11 членов ряда. Дано сопоставление полученных результатов с данными, вычисленными с позиций теории тонких оболочек.

Анализ напряженного состояния в тонкой упругой цилиндрической оболочке, подкрепленной абсолютно жесткими шпангоутами, под действием плоской акустической волны давления дан в [80]. Движение оболочки описывается уравнениями линейной теории тонких оболочек, основанных на гипотезах Кирхгоффа — Лява. Фронт волны параллелен оси оболочки. Так как расстояние между шпангоутами одинаковое, то рассматривается деформирование только одного отсека. Задача решается методом Бубнова при линейной аппроксимации переходной функции. Показано, что наличие массивных шпангоутов приводит к значительному росту максимальных напряжений по сравнению с неподкрепленной оболочкой (кольцом).

Большой практический интерес представляют задачи об оценке амортизирующей способности упругих конструкций при действии на них ударных волн. В [69] рассматривается задача подобного рода. На цилиндрическую оболочку, несущую две упруго связанные массы, набегают плоская акустическая волна давления, распространяющаяся в продольном направлении (вдоль оси оболочки). По торцам оболочка ограничена массивными плоскими крышками и ее движение описывается уравнениями стержневой модели. При определении давления излучения используется теория присоединенных масс для несжимаемой жидкости. Считается, что сосредоточенные массы не оказывают влияния на продольные деформации оболочки. Решение строится с помощью преобразования Лапласа.

Лучевая теория использовалась в [114] для решения задачи о действии ударной волны на упругое цилиндрическое тело. Поперечное сечение тела имеет форму вогнутовыпуклой линзы. Выпуклая поверхность линзы обращена в сторону фронта волны (другая сторона линзы вогнутая). Влияние среды на процесс взаимодействия не учитывается. Получено решение также для осесимметричного случая (линза является телом вращения).

Поведение бесконечно длинной цилиндрической оболочки (кольца), нагруженной внешней динамической нагрузкой (давлением) в жидкости, исследовалось в [92] с позиций нелинейной теории тонких упругих оболочек. Нагрузка по поверхности оболочки распределена по закону косинуса, а по времени имеет вид функции Хевисайда. Перемещения оболочки представляются в виде разложений в ряды по обобщенным координатам.

При определении давления излучения использовались гипотезы плоского и цилиндрического излучения. Дано сопоставление характеристик реакций, полученных по линейной и нелинейной теориям (анализ проводился для трех форм колебаний: второй, четвертой и шестнадцатой).

2. Нестационарная гидроупругость сферических оболочек. Подробный анализ напряженно-деформированного состояния в тонких упругих сферических оболочках, погруженных в идеальную сжимаемую жидкость и взаимодействующих с плоскими волнами, изложен в монографиях [32, 68]. Аналогичные задачи рассматриваются в [17, 34]. В [17] движение оболочки описывается уравнениями линейной теории упругих оболочек типа Тимошенко, для решения которых используется метод разделения переменных и интегральное преобразование Лапласа. Получены асимптотические формулы для давления в дифракционной волне.

Работа [34] включает в себя доклад, сделанный авторами на IV Всесоюзном симпозиуме по распространению упругих и упругопластических волн в Кяшине в 1968 г. В ней приводится численное решение для всех этапов взаимодействия плоской волны давления со сферической оболочкой.

Действие плоского импульса давления (с произвольным законом изменения интенсивности по времени t) на тонкую упругую оболочку вращения, меридиан средней поверхности $r(\alpha)$ которой задан уравнением $r(\alpha) = 1 + \varepsilon y(\alpha)$, где ε — малый параметр, α — полярный угол, $y(\alpha)$ — ограниченная гладкая функция, рассматривалось в [18]. Для интегрирования уравнений линейной теории Тимошенко используется интегральное преобразование Лапласа и метод малого параметра. Решение получено в виде бесконечного ряда по полиномам Лежандра. Приводятся расчетные формулы для нулевой (задача дифракции на упругой сферической оболочке) и первой степени ряда по ε .

Действие сосредоточенной силы на замкнутую сферическую оболочку, помещенную в акустическую среду, изучалось в [106] методом Фурье в комбинации с интегральным преобразованием Лапласа. Во времени сила менялась по закону δ -функции Дирака и ступенчатой функции Хевисайда. Расчеты проводились с удержанием в разложениях 180 членов ряда. Дано сравнение с результатами расчета на основе гипотез плоского и сферического излучения, которые использовались при определе-

ний гидродинамического давления. В случае δ -функции Дирака гипотеза сферического излучения приводит к результатам, которые хорошо согласуются с точным решением.

Подобная задача для тонкой упругой сфероидальной оболочки рассматривалась в [95] с использованием методов Фурье и конечных разностей. Численные расчеты представлены для оболочки, нагруженной равномерным динамическим давлением.

Поведение пустой сферической оболочки под действием подвижных (типа волны давления) и динамических нагрузок исследовалось в [90, 91], а заполненной идеальной сжимаемой жидкостью — в [105]. Расчеты проводились с использованием численных и операционного методов. В [90, 91] движение оболочки описывается уравнениями гиперболического типа.

3. Реакция конических оболочек. Задача о дифракции плоской акустической волны давления на упругой конической оболочке пока еще изучена недостаточно полно. В приближенной постановке она рассмотрена в [32] (давление излучения определялось на основании гипотезы плоского излучения).

Большинство исследований в этом направлении связано с действием подвижных нагрузок (типа волны давления, распространяющейся вдоль оси оболочки) на конические оболочки, находящиеся в среде [1] или в вакууме [21, 48, 85, 89].

В [1] численным методом проанализирован процесс распространения низкочастотных осесимметричных упругих волн в усеченной безмоментной конической оболочке малой конусности при бегущей нагрузке. Показано, что давление излучения оказывает существенное влияние на резонансные волны в оболочке.

Работа [21] посвящена исследованию влияния перемещений опорного контура (жесткие шпангоуты, к которым крепятся некоторые массы) на напряженное состояние при динамическом нагружении.

В [48, 85, 89] на базе уравнений линейной теории типа Тимошенко рассмотрен начальный этап деформирования конических оболочек. Нагрузка по оболочке распространяется с постоянной скоростью.

Осесимметричная реакция усеченной конической оболочки (на торцах оболочки принимаются условия защемления) на действие мгновенно приложенного импульсивного давления определяется в [116] на основе метода Бубнова. Изучено влияние инерции вращения и поперечных сдвигов на характеристики реакции.

4. Сферические и цилиндрические акустические волны. К настоящему времени задача дифракции нестационарных сферических и цилиндрических волн на замкнутой сферической и бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочке изучена достаточно подробно (анализ основных работ в этом направлении дан в [23, 32]).

Взаимодействие сферических волн с упругими оболочками и пластинами исследовалось также в [52, 101, 102]. В [52] представлены числовые результаты для сферической оболочки (давление за фронтом волны изменялось по ступенчатому или по экспоненциальному законам).

Влияние системы грузов, расположенных внутри цилиндрической оболочки, на ее поведение при взаимодействии со сферической волной давления рассматривалось в [102]. Система грузов (сосредоточенных масс) с помощью упругих пружин крепится к внутренней поверхности оболочки. Между собой массы также связаны упругими пружинами с линейными характеристиками. Сосредоточенные массы могут совершать только возвратно-поступательные движения. Решение строится с использованием рядов Фурье (по угловой координате) и интегральных преобразований (Лапласа — по времени и Фурье — по осевой координате). Интегралы обращения вычислялись с помощью квадратичной формулы Гаусса — Лагерра (для трансформанты преобразования Фурье) и разложений в ряды по ультрасферическим полиномам (для трансформанты преобразования Лапласа). Численные расчеты проводились для стальной оболочки, погруженной в воду, при падении на нее сферической волны экспоненциального профиля.

В [101] анализируется действие сферической волны давления на тонкую безграничную пластину, разделяющую два полупространства, заполненных идеальной сжимаемой жидкостью. Свойства жидкостей различны, а их движение описывается волновым уравнением акустического приближения. На пластине выполняются условия безотрывного движения пластины и окружающей среды. Уравнения неустановившихся колебаний пластины получены на основании линейной теории тонких упругих пластин с учетом инерции вращения и поперечного сдвига (теория типа Тимошенко). Для решения задачи используется метод интегральных преобразований: Лапласа по времени и Ханкеля по радиальной координате, лежащей в плоскости пластины. Интегралы обращения вычисляются с использованием асимптотических разложений или численно. Основное внимание уделяется построению асимптотического решения для пластины в точке ее первоначального контакта с волной давления. Численные расчеты проводились для стальной пластины при падении на нее нестационарной сферической волны, давление за фронтом которой меняется по экспоненциальному закону. С одной стороны (откуда приходит падающая волна давления) пластина соприкасается с водой, а с другой стороны пластины находится вода

или вакуум. Изучено влияние параметров среды и падающей волны на характеристики реакции пластины (скорость движения, изгибные напряжения) в точке ее первоначального контакта с волной. Для пластин различной толщины вычислено давление излучения на обратной стороне. Показано, что на начальном этапе взаимодействия поперечный сдвиг и инерция вращения оказывают незначительное влияние на вычисленные характеристики реакции.

В отмеченных выше работах источник нестационарных ударных волн располагался в безграничном пространстве сжимаемой жидкости, окружающем преграду.

Задачи, в которых источник сферических или цилиндрических волн давления расположен внутри замкнутой оболочки (жесткой полости), заполненной идеальной сжимаемой жидкостью, рассмотрены в [6-10]. Решение получено для цилиндрических [8-10] и сферических [6-8] полостей с помощью метода разделения переменных в комбинации с интегральным преобразованием Лапласа. В [8] приводится решение также для полостей, имеющих форму эллиптического цилиндра и сфероида. Изучено влияние закона изменения давления за фронтом волны и смещения источника от оси симметрии на распределение давления по стенкам полости. Полученные результаты могут быть использованы для определения гидродинамических сил первой категории. В дальнейшем необходимо учесть упругость стенок полости.

Методика расчета взаимодействия между поверхностью океана и подводными сферическими взрывными волнами представлена в [93]. В качестве примера рассмотрена взрывная волна, создаваемая сферической полостью, заполненной газом под большим давлением и при высокой температуре (радиус полости в три раза меньше расстояния от центра сферы до поверхности океана).

Случай распространения стационарной сферической (звуковой) волны при наличии преграды в виде упругой цилиндрической оболочки изучается в [74].

5. Взаимодействие трехслойных оболочек с ударными волнами. Трехслойные конструкции находят широкое применение во многих областях современной техники. Методы расчета трехслойных пластин и оболочек при статическом и простом динамическом нагружении в настоящее время развиты достаточно хорошо. Вопросы же расчета таких конструкций в условиях нестационарного динамического нагружения в различных средах изучены мало.

Действие плоских акустических ударных волн на трехслойные цилиндрические оболочки, соприкасающиеся с безграничной идеальной сжимаемой жидкостью, исследовалось в [14, 36, 37]. В [14] рассматривается оболочка (кольцо) симметричного строения с изотропными несущими слоями и легким несжимаемым трансверсально-изотропным наполнителем (при составлении уравнений движения учитывается инерция поступательного и вращательного движения и диссипация энергии в наполнителе). Гидродинамическое давление, действующее на оболочку, определяется на основании улучшенной гипотезы плоского отражения, которая справедлива на начальном этапе взаимодействия при $\tau < 0.5$. Решение строится путем разложения искомых величин в ряды по формам колебаний в комбинации с преобразованием Лапласа.

Численное решение этой задачи для произвольных моментов времени приводится в [36]. В основу исследования положены нелинейные уравнения непологих трехслойных оболочек вращения. Гидродинамическое давление определяется по теории «тонкого слоя». Выполненные расчеты свидетельствуют о преимуществе трехслойных оболочек перед однородными при динамическом нагружении. Эта же задача для случая нагружения оболочки воздушной ударной волной рассмотрена в [35]. Для расчета гидродинамических нагрузок используется численное решение задачи о дифракции ударной волны на неподвижном жестком круговом цилиндре. Проведено сравнение с результатами, полученными на основе акустической теории (для среды).

Взаимодействие плоской акустической волны давления с оболочкой конечной длины анализировалось в [37] с применением теории тонкого слоя. При описании напряженно-деформированного состояния в оболочке использовался вариант модифицированных уравнений полубезмоментной теории трехслойных цилиндрических оболочек.

Движение трехслойных пластин, соприкасающихся с жидкостью, при динамическом нагружении рассматривается в [109].

В [15] определены критические скорости движения кольцевых нагрузок по трехслойной цилиндрической оболочке, находящейся в вакууме (легкий наполнитель сжимается в поперечном направлении).

6. Дифракция на упругих и жестких плоских преградах. Известные задачи о дифракции плоской акустической волны давления на упругой полосе (мембране или пластине), заключенной в безграничном плоском экране, а также на свободной мембране (упругой пластине) рассматривались в [47] на основе нового подхода. Решение строится в виде ряда, каждый член которого является решением соответствующего уравнения вынужденных колебаний струны или балки.

В [51] определено поле скоростей, возбужденное фронтом малых возмущений на

пластине, которая перемещается в неограниченной идеальной сжимаемой среде с дозвуковой скоростью.

Влияние ребер жесткости, подкрепляющих пластину, на дифракционные явления в акустической среде изучались в [12] в коротковолновом приближении.

К настоящему времени задачи дифракции на жестких преградах исследованы достаточно подробно [76]. Некоторые новые решения задач дифракции на пластинах представлены в [46, 49, 50, 83], а на торце цилиндра — в [86].

Распределение давления и скоростей в слое идеальной сжимаемой жидкости, ограниченной жестким плоским основанием, при распространении в нем нестационарных волн давления приводится в [98].

7. Задачи излучения. Известно, что при решении задач о действии слабых ударных волн на конструкции, погруженные в идеальную сжимаемую жидкость (движение жидкости описывается волновым уравнением акустического приближения), гидродинамическое давление складывается из двух частей. Первая часть давления связана с дифракцией на абсолютно жесткой и неподвижной конструкции, а вторая часть учитывает влияние смещения и деформации конструкции (давление излучения).

Вопросы определения давления излучения при неустановившемся движении преграды рассматриваются в [32, 42, 87]. В [42] с помощью операционного метода определяются гидродинамические силы при нестационарном движении цилиндрической оболочки в слое жидкости со свободной поверхностью (волновые движения жидкости на свободной поверхности не учитываются).

Самостоятельный интерес представляют задачи излучения звука от пластины оболочек, совершающих собственные или вынужденные гармонические колебания в акустической среде. Наиболее интенсивно эти задачи изучаются в акустике. В данном обзоре не представляется возможным дать полный анализ этой проблемы. Ограничимся рассмотрением только некоторых работ [13, 40, 70, 87, 111, 112], характеризующих отдельные стороны проблемы.

В [43] анализируется излучение звука от упругой бесконечно длинной цилиндрической оболочки шарнирно опертой на периодически расположенные по длине упругие шпангоуты. Колебания оболочки происходят под действием произвольной сосредоточенной силы. Вопросы виброзащиты при колебаниях цилиндрических оболочек в идеальной сжимаемой жидкости рассматриваются в [40].

Колебания и излучения звука тонкой прямоугольной пластиной, шарнирно опертой по трем сторонам и имеющей ребро жесткости на четвертой, изучаются в [70]. Колебания пластины возбуждаются пульсациями давления в пограничном слое. Проанализирована зависимость интенсивности звукового излучения от упругих характеристик ребра жесткости (ребро может совершать изгибно-крутильные колебания относительно линии крепления ребра к пластине). Аналогичная задача для круговой цилиндрической оболочки, жестко заделанной по торцам, рассматривается в [44]. При этом нагрузка, связанная с пульсациями давления в турбулентном пограничном слое, считается стационарной случайной функцией времени (на оболочку еще дополнительно действуют случайные сосредоточенные силы, приложенные к ее внутренней поверхности и направленные вдоль образующих). Задача решается с использованием разложения по балочным функциям и спектрального анализа. Определены статистические характеристики акустического поля давлений. Числовые расчеты выполнены для дюралюминиевой оболочки.

В [411] в интегральной форме получено решение задачи излучения для сплошной упругой сферы с гармоническим точечным источником в ее центре. Работа [412] посвящена определению импеданса взаимного излучения для кругового поршня и поршня произвольной формы.

Пример решения плоской оптимизационной задачи для упругой бесконечно длинной полосы, колеблющейся по гармоническому закону в жидкости, представлен в [41]. Отыскивается такое распределение толщин пластины, для которого достигается максимум первого собственного значения (фундаментальной частоты). Задача является однопараметрической и решается численно (алгоритм состоит из последовательных итераций). В случае линейной зависимости изгибной жесткости трехслойной пластины от толщины несущих слоев получено аналитическое решение задачи.

8. Эхо-сигналы. Постановка и методы решения задач об эхо-сигналах от упругих объектов простой геометрической формы, погруженных в безграничную идеальную сжимаемую жидкость, подробно изложены в [74]. Вопросы, относящиеся к этой проблеме, обсуждаются также в [58, 65–67]. Во всех этих работах основное внимание уделяется круговым бесконечно длинным цилиндрическим и замкнутым сферическим оболочкам, движение которых описывается уравнениями линейной теории упругих оболочек типа Тимошенко. Важное место в этой области занимают обратные задачи (определение параметров объекта по параметрам эхо-сигнала), которые представляют большой практический интерес. В [67, 71] приводятся некоторые способы решения подобного рода задач, основанные на использовании методов интегральных преобразований.

Алгоритм вычисления эхо-сигнала от упругой цилиндрической оболочки с поперечным сечением в виде произвольной гладкой замкнутой кривой изложен в [57] (зондирующий импульс задается в форме плоской волны). Для расчета ближнего поля применяется метод конечных разностей, а для расчета дальнего поля — ряды Фурье. На условно выбранной границе соприкосновения ближнего поля с дальним выполняются соответствующие условия стыковки.

9. *Воздушные ударные волны.* Действие ударных волн на упругие пластины и оболочки рассматривалось в [56, 59, 64, 79, 98, 99, 107]. Во всех исследованиях возмущения потока, обусловленными изменением формы оболочки, пренебрегалось. Оценка этих возмущений дана в [59]. Решения [64, 79] для цилиндрических панелей и цилиндрической оболочки основывались на приближенном представлении аэродинамических сил в виде подвижной нагрузки.

В [59] рассматривается дифракция плоской волны сильного разрыва на бесконечно длинной цилиндрической оболочке, ось которой параллельна фронту падающей волны. Уравнения газовой динамики и нелинейные уравнения движения оболочки интегрируются численно. Аналогичная задача для цилиндрической оболочки конечной длины, заключенной в цилиндрический экран, изучается в [64] с учетом пластических деформаций. Физические зависимости принимаются согласно деформационной теории пластичности с использованием ряда допущений (материал оболочки несжимаем, разгрузка происходит по линейному закону, переход элемента нормали к срединной поверхности в состоянии разгрузки происходит мгновенно по всей толщине).

Плоская задача об обтекании тонкой безграничной пластины, опирающейся на вязкоупругое основание, односторонним сверхзвуковым потоком идеального газа рассматривалась в [98, 99]. Вдоль поверхности пластины движется ударная волна (подвижная нагрузка), распространяющаяся в среде по направлению потока или против него. На основании линеаризованной теории сверхзвукового обтекания с помощью интегрального преобразования Фурье определяются стационарные характеристики реакции. Изучено влияние демпфирования в системе и направления распространения ударной волны на значения критических параметров.

Поведение цилиндрических панелей и оболочек при динамическом нагружении в газовой среде анализируется также в [19, 44, 94].

Методика расчета местных давлений при взрывном воздействии на конструкцию, сооруженную на морском дне, представлена в [97]. Для численного интегрирования уравнений движения ударных волн используется конечно-разностная схема метода характеристик. Показано, что давление на преграде в меньшей степени зависит от градиентов температуры и скорости звука, чем при распространении взрывной волны в воздухе.

10. *Динамическое нагружение пластин и оболочек, находящихся в контакте с жидкостью.* Поведение цилиндрической оболочки, наполненной жидкостью, при быстром осевом нагружении изучалось в [77] с учетом внутреннего давления. Вопросы, связанные с определением распределения гидродинамического давления в полостях свай и на стенках резервуаров при динамическом нагружении, обсуждаются в [5, 38] соответственно.

Нестационарное одномерное движение идеальной сжимаемой жидкости в прямоугольной полости с жесткими стенками исследовалось в [45]. Плоское днище полости опирается на упругие пружины и совершает возвратно-поступательное движение. Движение системы возникает в результате удара плоским поршнем по свободной поверхности жидкости. Для определения характеристик реакции используется метод последовательных приближений.

Задачи о действии подвижных нагрузок на пластины и оболочки, погруженные в акустическую среду, изучены достаточно подробно. Основные результаты приводятся в [68, 81, 82]. Аналогичная задача о движении сосредоточенной силы по поверхности контакта упругого полупространства с идеальной сжимаемой жидкостью рассмотрена в [103, 104] (решение представлено для трех режимов движения нагрузки: дозвукового, сверхзвукового и промежуточного).

Без учета окружающей среды реакция ортотропной цилиндрической и замкнутой сферической оболочек на действие подвижных локальных нагрузок изучалась в [3]. Решение получено для переходного и установившегося процессов.

11. *Экспериментальные исследования о динамическом поведении тонкостенных конструкций, соприкасающихся с окружающей средой.* В связи со сложностью теоретического пути решения задач из области аэрогидроупругости большое значение приобретают экспериментальные исследования в этой области.

В [2] приводится описание методики экспериментального изучения поведения тонкостенных конструкций, погруженных в жидкость, при импульсном нагружении. Аппаратура позволяет производить регистрацию 16 параметров процесса. В качестве примера определены напряжения в цилиндрической оболочке при действии на нее ударной волны в воде.

Поведение усеченных конических и цилиндрических оболочек при нагружении их ударными волнами в ударных трубах изучалось в [16, 78]. В случае цилиндрических оболочек рассматривался случай, когда фронт волны параллелен оси оболочки (боковая волна). Определены условные границы динамической потери устойчивости.

Результаты экспериментальных исследований для оболочек сферической и параболической формы, изготовленных из поливинилхлорида, приводятся в [143]. Эксперименты проводились в ударной трубе взрывного типа. Параметры процесса взаимодействия регистрировались с использованием скоростных телевизионных камер.

Взрывостойкость замкнутых цилиндрических сосудов исследовалась в [94]. Заряд взрывчатого вещества (сферической формы) располагался на оси оболочки. Приведенная методика расчета согласуется с экспериментальными данными. Аналогичные экспериментальные исследования для заряда цилиндрической формы проводились в [20]. Эксперименты проводились при различной степени заполнения зарядом полости оболочки.

В [39] представлены материалы экспериментального анализа напряженно-деформированного состояния в цилиндрической оболочке со сферическими днищами при продольном внецентренном ударе. Оболочка заполнена жидкостью и расположена горизонтально. Изучено влияние уровня заполнения оболочки жидкостью, места приложения нагрузки, силы удара и его продолжительности на характеристики реакции.

12. Погружение. За последние годы задачи об ударе и о погружении тел в жидкость приобрели большую актуальность. С ними приходится сталкиваться при расчете на прочность корпусов судов в судостроении (задачи слеминга) и различных конструкций в современной технике.

Основное внимание в обзоре уделяется случаю вертикального входа упругих оболочек в воду, когда начальная скорость погружения (при $t = 0$) мала в сравнении со скоростью звука в жидкости. Давление на свободной поверхности жидкости считается постоянным.

Процесс погружения произвольного тела в жидкость через ее свободную поверхность условно можно разбить на три стадии: от первого касания до отрыва области поворота свободной поверхности от поверхности тела, от отрыва области поворота от поверхности тела до формирования каверны, движение с развитой кавитацией.

В обзор включены работы, где рассматривается только первая стадия погружения, на которой, как правило, возникают максимальные гидродинамические давления и которая представляет интерес с точки зрения расчета на прочность погружающейся в жидкость конструкции.

При погружении произвольного тела в жидкость характер распределения гидродинамического давления по смоченной поверхности тела, а также его величина определяются многими факторами: начальной скоростью удара, углом входа, массой тела, условиями сжатия водовоздушной среды в момент контакта поверхности тела с водой, сжимаемостью жидкости, упругостью тела и другими факторами. Во многих случаях, когда скорость движения жидкости существенно меньше скорости звука и различные точки поверхности тела не вступают одновременно в контакт с жидкостью, сжимаемостью и весомостью жидкости можно пренебречь.

Решение задачи даже при оговоренных упрощениях представляет большие математические трудности, которые обусловлены существенно неустановившимся характером движения жидкости при погружении тела, нелинейностью условий на свободной поверхности, а также наличием струйных явлений и брызгообразования, приводящих к разрывным движениям.

Простейшей схемой для решения гидродинамической задачи о погружении тела в воду является задача об ударе твердого тела, плавающего на поверхности жидкости.

К настоящему времени получено большое количество конкретных результатов как для плоских, так и для пространственных течений в случае жестких тел, если задача ставится как задача об ударе плавающего тела.

Вообще говоря, явления непрерывного погружения и удара плавающих тел существенно различны и их нельзя отождествлять. Основное различие заключается в том, что в теории удара плавающих тел игнорируется перемещение свободных границ за время удара. Но строгое решение задачи о погружении тела даже простейшей формы не удается довести до конца. Поэтому в большинстве практически важных задач эти трудности обходятся путем построения приближенных решений, основанных для начальных этапов погружения на аналогиях с ударом плавающих тел (с соответствующими модификациями).

Большинство работ периода 30-х годов в основном относилось к задачам о посадке гидросамолетов. Поэтому все теории применительно к падению на воду весьма длинных призматических тел с малокилеватым днищем. В первых работах по посадочному удару считалось, что присоединенная масса во время погружения в каждый данный момент равна присоединенной массе плоской пластинки шириной $b(t)$, равной ширине смоченной поверхности днища, т. е. погружение тела заменялось обтеканием непрерывно расширяющейся плоской пластинки, скорость

расширения которой равна скорости увеличения смоченной поверхности тела, а скорость обтекания равна скорости погружения.

При погружении тела с большой скоростью поверхность жидкости вблизи смоченной границы тела поднимается и сильно деформируется. Сила давления тела на жидкость существенно зависит от брызговых струй, образующихся у поверхности тела.

Задача подобного рода о погружении клина с постоянной скоростью в жидкость впервые была рассмотрена Г. Вагнером [115], который ввел функцию χ , учитывающую эффект встречного движения жидкости. Идеи метода Вагнера нашли применение при решении многих практически важных задач как при погружении твердых тел [60, 63, 110], так и при проникании в воду оболочечных конструкций [24-26, 29, 30, 100, 117].

В случае погружения в жидкость твердых тел наиболее подробно изучены автором модельные задачи [75, 76].

Процесс несимметричного погружения тел вращения в жидкость к настоящему времени исследован еще недостаточно, причем в основном только экспериментальным путем и для жестких тел.

Последние достижения в этом направлении представлены в статьях [62, 88]. В этих работах рассмотрены вопросы, относящиеся к погружению только жестких тел. Выводы, полученные в [62, 88], с некоторым приближением можно распространить и на упругие тела.

При падении тел на воду между телом и свободной поверхностью может образовываться прослойка воздуха, которая приводит к существенному изменению характеристик погружения. Это явление особенно проявляется при плоском ударе.

К настоящему времени выполнен ряд теоретических и экспериментальных исследований (см. обзор в [33]) по учету влияния воздушной подушки на погружение в идеальную жидкость плоских тел. Теоретические работы в основном относятся к падению на поверхность идеальной несжимаемой жидкости абсолютно жестких плоских пластин.

В этом случае весь процесс условно можно разбить на два этапа.

На первом этапе, который начинается при приближении тела к поверхности жидкости, образуется воздушный поток. Этот поток деформирует невозмущенную поверхность жидкости еще до наступления непосредственного контакта между телом и водой. При дальнейшем уменьшении расстояния между конструкцией и свободной поверхностью происходит повышение давления в воздушном слое. В силу сжимаемости воздуха, а также из-за деформации свободной поверхности в жидкости образуется каверна, которая замыкается в момент контакта кромок плоского тела с деформированной поверхностью воды.

На втором этапе происходит сжатие воздуха в каверне и ее погружение вместе с телом в жидкость. Таким образом передача энергии от тела жидкости происходит через прослойку воздуха, заключенного в каверне. В дальнейшем по мере погружения каверна размывается и сносится.

При построении более точной математической модели удара плоского тела о жидкость необходимо учитывать также и другие обстоятельства. В реальных условиях поверхность воды покрыта сложной системой волн, поэтому толщина воздушной прослойки будет переменной и случайной величиной. Кроме того, поверхностный слой воды содержит нерастворенные пузырьки воздуха, что приводит к уменьшению сжимаемости жидкости.

При такой постановке построить теоретическое решение очень сложно, поэтому надежные результаты при плоском ударе можно получить только на основании экспериментальных исследований.

Имеющиеся экспериментальные данные позволяют сделать вывод, что величина максимальных гидродинамических давлений существенным образом зависит от наличия воздушной прослойки и от упругости ударяющейся конструкции (тела). Для снижения величины гидродинамического давления могут быть рекомендованы различные способы: придание телу вогнутой формы (увеличивается толщина воздушного слоя), вдувание воздуха через специальные отверстия на поверхности тела и т. д.¹

Остановимся подробнее на задаче о погружении в воду упругих тел. Учет взаимодействия между упругой конструкцией и жидкостью изменяет ускорение центра тяжести всей системы и характер реакции.

Наиболее полно задачи гидроупругого взаимодействия (применительно к рассматриваемым задачам) изучены в соударении. Это связано с тем, что увеличение скорости хода судов привело к резкому росту интенсивности ударов волн о корпус.

¹ Осипов О. А. Влияние воздушного слоя на нагрузки при ударе корпуса судна о поверхность воды. Тр. ЦНИИ морского флота, 1973, вып. 169, стр. 51-69.

Развивающиеся в процессе ударов нагрузки приводят к повреждениям конструкций днища, вибрации всего корпуса и появлению больших моментов, представляющих опасность с точки зрения общей прочности судна.

При решении практических задач весьма часто в судостроении применяется приближенный подход, основанный на экспериментальном определении гидродинамических давлений и последующем расчете конструкций на действие заданной динамической нагрузки.

В линеаризованной постановке задача о вертикальном ударе замкнутой бесконечно длинной тонкой цилиндрической оболочки о поверхность идеальной сжимаемой жидкости рассматривалась в работах [4, 53]. Ось оболочки параллельна поверхности жидкости (плоская задача). Во всех этих решениях граничные условия со смоченной поверхности оболочки сносились на невозмущенную плоскую свободную поверхность жидкости. Полученные результаты применимы только на самом начальном этапе взаимодействия оболочки с жидкостью и в ряде случаев не дают возможность определить максимальные характеристики гидроупругих реакций.

В работах [24-26, 29, 30, 33, 100, 117], посвященных вертикальному входу в несжимаемую жидкость упругих сферических оболочек, исследована тоже только первая стадия погружения (самый начальный этап соударения, когда необходимо учитывать сжимаемость жидкости из рассмотрения исключается). Но при этом авторам удалось более полно изучить особенности гидроупругого взаимодействия оболочек с жидкостью.

Задача в этом случае обычно сводится к интегрированию четырех связанных групп уравнений, описывающих приближенно процесс погружения упругой оболочки вместе с жестким телом, на которое она опирается, в идеальную несжимаемую жидкость. Первая группа уравнений описывает движение всей системы как твердого тела (в случае вертикального входа она состоит из одного уравнения).

Вторая группа уравнений служит для определения границы смоченной поверхности оболочки. В отмеченных выше работах сменная поверхность оболочек аппроксимировалась плоским расширяющимся диском; причем в [24-26, 29, 30] учитывался эффект встречного движения жидкости.

Из третьей группы уравнений можно найти закон распределения гидродинамического давления по смоченной поверхности оболочки.

Последняя группа уравнений включает в себя уравнения вынужденных колебаний самой оболочки относительно жесткого тела.

Полная система уравнений интегрируется далее какими-либо известными методами (обычно численными [117] или комбинированными [33, 100]). Экспериментальное исследование влияния различных параметров на процесс погружения сферических оболочек в жидкость проведено в [108].

За счет гидроупругого взаимодействия изменяется ускорение центра тяжести всей системы (погружающейся в жидкость) и характер реакций.

Необходимо отметить, что проблема взаимодействия упругих тел с жидкостью полностью еще не решена. Имеющиеся решения построены на приближенных моделях и полученные результаты справедливы только для начальных этапов погружения.

Поступила 6 X 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг М. В. Низкочастотные резонансные упругие волны в конической оболочке при бегущей нагрузке. В сб.: Теория оболочек и пластин. М., «Наука», 1973, стр. 362-366.
2. Аникьев И. И., Воротникова М. И. Об экспериментальном исследовании поля напряжений в упругой оболочке в процессе взаимодействия с ударной волной. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 6. Л., 1973.
3. Артюхин Ю. П., Гурьянов Н. Г., Дмитриева Л. М. Реакция цилиндрической и замкнутой сферической оболочек на движущиеся сосредоточенные нагрузки. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 7. Л., 1973.
4. Асрян Н. Г., Галин Л. А. Удар цилиндрической оболочки о поверхность сжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖТ, 1972, № 6, стр. 5-10.
5. Афанасьева Л. И. К вопросу определения гидродинамического давления, возникающего в полости сваи-оболочки при вибропогружении. Тр. Всес. н.-и. ин-та гидромеханиз., сан.-техн. и спец. строит. работ, 1973, вып. 35, стр. 31-47.
6. Бабаев А. Э. Нестационарное взаимодействие внутренней сферической ударной волны со сферической поверхностью. Прикл. механ., 1974, т. 10, вып. 6, стр. 114-118.
7. Бабаев А. Э. Действие внутренней волны давления на жесткую сферическую полость. Прикл. механ., 1974, т. 10, вып. 8, стр. 50-55.

8. *Бабаев А. Э., Гузь А. Н., Кубенко В. Д.* Определение нестационарных нагрузок при действии внутренних волновых источников. В сб.: Избранные проблемы прикладной механики. М., ВИНТИ, 1974, стр. 53—62.
9. *Бабаев А. Э., Кубенко В. Д.* Действие внутренней нестационарной акустической волны на жесткую цилиндрическую поверхность. Прикл. механ., 1974, т. 10, вып. 4, стр. 14—20.
10. *Бабаев А. Э., Кубенко В. Д.* Дифракция внутрішньої нестационарної хвилі тиску на циліндричній поверхні. Доп. АН УРСР. Сер. А, 1974, № 6, стр. 541—546.
11. *Баничук Н. В., Миронов А. А.* Оптимальное проектирование пластин в динамических задачах гидроупругости. Тр. X Всес. конф. по теории оболочек и пластин, т. 2. Тбилиси, «Мецниереба», 1975, стр. 35—44.
12. *Белинский Б. П.* Дифракция гидроакустической плоской волны на системе ребер жесткости в упругой пластине. В сб.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, вып. 12. Л., «Наука», 1974, стр. 20—25.
13. *Бернблит М. В.* Излучение звука тонкой упругой цилиндрической оболочкой с ребрами жесткости. Акуст. ж., 1974, т. 20, вып. 5, стр. 680—689.
14. *Бурдун Е. Т.* Действие акустической ударной волны на трехслойную цилиндрическую оболочку. Тр. Николаевск. кораблестроит. ин-та, 1974, вып. 84, стр. 53—57.
15. *Бурдун Е. Т., Кржечковский П. Г., Попов В. Г.* Реакция трехслойной цилиндрической оболочки при осесимметричной подвижной нагрузке. Тр. Николаевского кораблестроит. ин-та, 1973, вып. 70, стр. 88—94.
16. *Буслов Е. П., Жуков А. И., Макиенко В. Ф., Парамонов К. Г., Руднева В. Н., Скурлатов Э. Д.* Экспериментальное исследование поведения конических оболочек при динамической нагрузке. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 13. Л., 1973.
17. *Векслер Н. Д.* Дифракция плоской звуковой волны на тонкой упругой сферической оболочке. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 3, стр. 130—138.
18. *Векслер Н. Д.* Осесимметричная дифракция плоской звуковой волны на замкнутой тонкой упругой оболочке вращения. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 1, стр. 69—78.
19. *Вольмир А. С., Медведева С. В., Пономарев А. Т.* Поведение цилиндрических панелей из композиционных материалов, обтекаемых потоком газа, при действии продольного удара. Механика полимеров, 1974, № 5, стр. 852—859.
20. *Воробьев А. И., Гайнуллин М. С., Злыгостев Г. В., Рыбаков А. П.* Экспериментальное исследование движения цилиндрических оболочек под действием продуктов взрыва в полости. ПМТФ, 1974, № 6, стр. 165—169.
21. *Воронова А. В., Перцев А. К.* О влиянии перемещений опорного контура при динамическом нагружении оболочек. В сб.: Проблемы строительной механики корабля. Л., «Судостроение», 1973, стр. 52—63.
22. *Вороненко Е. Я.* Численный метод обратного преобразования Лапласа и его реализация в одной задаче гидроупругости. В сб.: Проблемы строительной механики корабля. Л., «Судостроение», 1973, стр. 43—51.
23. *Горшков А. Г.* Взаимодействие слабых нестационарных волн давления с упругими оболочками. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 3, стр. 155—164.
24. *Горшков А. Г., Григолюк Э. И.* Удар сферической оболочки о поверхность жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 6, стр. 90—93.
25. *Горшков А. Г., Григолюк Э. И.* Динамика оболочек вращения, связанных с твердым телом, при вертикальном входе в жидкость. В сб.: Проблемы строительной механики корабля. Л., «Судостроение», 1973, стр. 64—69.
26. *Горшков А. Г., Григолюк Э. И.* Задача об ударе упругих оболочек вращения о несжимаемую жидкость. В сб.: Колебания упругих конструкций с жидкостью. Новосибирский электротехн. ин-т, 1973, стр. 16—27.
27. *Горшков А. Г., Лефонова М. Н., Фремке Л. В.* Определение силы взаимодействия волн давления с оболочками. В сб.: Материалы по обмену опытом, вып. 208. Динамика судовых оболочек. Л., «Судостроение», 1974, стр. 4—22.
28. *Григолюк Э. И.* Проблемы взаимодействия оболочек с жидкостью. Тр. VII Всес. конф. по теории оболочек и пластинок. М., «Наука», 1970, стр. 755—778.
29. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Удар конической оболочки о воду. Докл. АН СССР, 1971, т. 198, № 2, стр. 313—315.
30. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Колебания сферической оболочки при ударе о воду. В сб.: Колебания, излучение и демпфирование упругих структур. М., «Наука», 1973, стр. 12—19.
31. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Определение гидродинамических нагрузок при взаимодействии слабых нестационарных волн давления с упругими оболочками. В сб.: Колебания, излучение и демпфирование упругих структур. М., «Наука», 1973, стр. 3—11.
32. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Нестационарная гидроупругость оболочек. Л., «Судостроение», 1974.
33. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Динамика твердых тел и тонких оболочек враще-

- ния, взаимодействующих с жидкостью. Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1975, № 36.
34. Григолюк Э. И., Горшков А. Г., Хромушкин А. В. Реакция сферических и цилиндрических оболочек на акустическую волну давления. В сб.: Избранные проблемы прикладной механики. М., ВИНТИ, 1974, стр. 259—269.
 35. Григолюк Э. И., Колган В. П., Кузнецов Е. Б. Реакция трехслойной цилиндрической оболочки на действие воздушной ударной волны. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 1, стр. 62—68.
 36. Григолюк Э. И., Кузнецов Е. Б. Действие волны давления на трехслойную цилиндрическую оболочку. В сб.: Колебания упругих конструкций с жидкостью. Новосибирский электротехн. ин-т, 1974, стр. 91—96.
 37. Григолюк Э. И., Хромушкин А. В. Поведение трехслойной цилиндрической оболочки под действием акустической ударной волны. В сб.: Расчет пространственных конструкций, вып. 16. М., Стройиздат, 1974, стр. 62—76.
 38. Головкина А. Б. Импульсивные воздействия на цилиндрические резервуары, наполненные жидкостью. Строит. механ. и расчет сооруж., 1974, № 3, стр. 42—45.
 39. Денищенко Ю. Н., Красников А. В. Экспериментальное исследование напряженного состояния горизонтальной цилиндрической оболочки с жидкостью при продольном внецентренном ударе. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 25. Л., 1973.
 40. Домбровский В. Я., Ермоленко А. Ф., Тихонов В. А., Болотин В. В. Расчет акустического излучения оболочек, погруженных в жидкость. Тр. Моск. энерг. ин-та, 1973, вып. 156, стр. 26—34.
 41. Егунова С. П., Федорченко А. П. Излучение замкнутой цилиндрической оболочки, находящейся в контакте с жидкостью. Тр. X Всес. конф. по теории оболочек и пластин, т. 2. Тбилиси, «Мецниереба», 1975, стр. 135—144.
 42. Жулева И. С., Шейнин И. С. Гидродинамические силы при нестационарных колебаниях цилиндрических оболочек в водной среде с учетом деформаций поперечного сечения. В сб.: Теория оболочек и пластин. М., «Наука», 1973, стр. 469—474.
 43. Ильгамов М. А. Обзор исследований по взаимодействию акустической среды и упругих оболочек. В сб.: Исследования по вибрационному горению и смежным вопросам. Казань, Изд-во Казанск. ун-та, 1974, стр. 3—18.
 44. Ильгамов М. А., Садыков А. В. Реакция цилиндрической оболочки на периодические ударные волны в ее полости. Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 2, стр. 61—67.
 45. Ильгамов М. А., Шакирьянов М. М. Взаимодействие упругосжимающейся преграды и идеальной сжимаемой жидкости при ударном нагружении. Тр. семинара по теории оболочек Казанск. физ.-техн. ин-та АН СССР, 1973, вып. 3, стр. 278—290.
 46. Исраилов М. Ш. Дифракция акустической волны на пластине. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 1, стр. 159—163.
 47. Исраилов М. Ш. Некоторые задачи дифракции на деформируемых препятствиях. Вестн. МГУ. Сер. матем., механ., 1975, № 2, стр. 113—116.
 48. Колодяжный А. В., Янюгин Е. Г. К решению динамической задачи для круговой конической оболочки. В сб.: Гидроаэромеханика и теория упругости, вып. 18. Днепропетровск, 1974, стр. 108—112.
 49. Красильщикова Е. А. Дифракция акустической волны на щели. Докл. АН СССР, 1974, т. 217, № 1, стр. 59—62.
 50. Красильщикова Е. А. Давление произвольной акустической волны на плоскость. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 1, стр. 114—116.
 51. Красильщикова Е. А. Поле скоростей, возбужденное фронтом малых возмущений на упругой пластинке. Тр. Симпозиума по механике сплошной среды и родственными проблемам анализа, т. 2, Тбилиси, «Мецниереба», 1974, стр. 147—158.
 52. Кубенко В. Д. Действие слабых ударных волн на цилиндрические и сферические упругие оболочки в сжимаемой жидкости. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 43. Л., 1973.
 53. Кубенко В. Д. Про удар пружной оболочки об поверхность ридины. Доп. АН УРСР. Сер. А, 1974, № 2, стр. 164—167.
 54. Кубенко В. Д. О численном решении одного типа сингулярных интегральных уравнений, встречающихся в нестационарных задачах гидроупругости. В сб.: Математическая физика, вып. 18. Киев, «Наукова думка», 1975, стр. 95—103.
 55. Кубенко В. Д., Панасюк Н. Н. Действие нестационарных волн на цилиндрические тела в сжимаемой жидкости. Прикл. механ., 1973, т. 9, вып. 12, стр. 77—82.
 56. Куранов Б. А., Коновалова А. И., Самарин А. В. Действие воздушной взрывной волны на сферические резервуары для хранения сжиженных газов. Строит. механ. и расчет сооруж., 1974, № 4, стр. 30—33.
 57. Кутсер М. Э., Метсавээр Я. А. Алгоритм вычисления эхо-сигнала от произвольной цилиндрической оболочки. Тр. X Всес. конф. по теории оболочек и пластин, т. 2. Тбилиси, «Мецниереба», 1975, стр. 247—254.

58. *Кутсер М. Э., Нигул У. К.* Асимптотический метод построения эхо-сигналов от упругой мембраны. В сб.: Теория оболочек и пластин. М., «Наука», 1973, стр. 504—509.
59. *Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н., Фельдштейн В. А.* Взаимодействие упругой оболочки с волной сильного разрыва в газе. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 45. Л., 1973.
60. *Логвинович Г. В.* Гидродинамика течений со свободными границами. Киев, «Наукова думка», 1969.
61. *Логвинович Г. В., Эпштейн Л. А.* Гидродинамика движения тел в воде с большими скоростями. В сб.: Механика в СССР за 50 лет, т. 2. М., «Наука», 1970, стр. 37—54.
62. *Логвинович Г. В., Якимов Ю. Л.* Погружение тел в жидкость с большими скоростями. В сб.: Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М., «Наука», 1973, стр. 85—92.
63. *Лотов А. Б.* Об ударе шара о поверхность воды. Уч. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, № 4, стр. 22—30.
64. *Макиенко В. Ф., Скурлатов Э. Д., Фельдштейн В. А.* Экспериментально-теоретическое исследование переходных процессов деформации и устойчивости цилиндрических панелей под действием набегающей волны давления. Проблемы прочности, 1974, № 10, стр. 21—25.
65. *Метсавээр Я. А.* Исследование эхо-сигналов от упругой сферической оболочки. В сб.: Теория оболочек и пластин. М., «Наука», 1973, стр. 518—523.
66. *Метсавээр Я. А.* Эхо-сигнал конечного сферического импульса от упругой цилиндрической оболочки. ПММ, 1973, т. 37, вып. 2, стр. 274—284.
67. *Метсавээр Я. А., Пикк Ю. П.* Определение параметров цилиндрической оболочки по эхо-сигналу. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 50. Л., 1973.
68. *Мнев Е. Н., Перцев А. К.* Гидроупругость оболочек. Л., «Судостроение», 1970.
69. *Мошенский Н. Л.* Продольное воздействие акустической волны давления на цилиндрическую оболочку, несущую две упруго связанные массы. В сб.: Проблемы строительной механики корабля. Л., «Судостроение», 1973, стр. 134—142.
70. *Мзитаров Р. А.* Излучение звука тонкой ограниченной неоднородной пластиной с N ребрами жесткости, возбуждаемой пульсацией давления в пограничном слое. Акуст. ж., 1974, т. 20, вып. 6, стр. 863—873.
71. *Нигул У. К., Метсавээр Я. А., Векслер Н. Д., Кутсер М. Э.* Эхо-сигналы от упругих объектов. Таллин. Изд. Ин-та кибернетики АН ЭстССР, 1974.
72. *Писаренко Г. С., Галиев Ш. У.* Дія ударної хвилі на безкінечний пружний циліндр, занурений у рідину. Доп. АН УРСР. Сер. А, 1974, № 9, стр. 814—817.
73. *Плагинов Э. Г.* Интегральная форма внешних сил при взаимодействии акустической волны давления с цилиндрической оболочкой. Тр. X Всес. конф. по теории оболочек и пластин, т. 2. Тбилиси, «Мецниереба», 1975, стр. 310—316.
74. *Плахов Д. Д., Ярыгин О. В.* Распространение сферической звуковой волны вблизи поверхности бесконечной цилиндрической оболочки. Акуст. ж., 1974, т. 20, вып. 6, стр. 888—896.
75. *Сагомонян А. Я.* Проникание. Изд-во МГУ, 1974.
76. *Сагомонян А. Я., Порушиков В. Б.* Пространственные задачи неустановившегося движения сжимаемой жидкости. Изд-во МГУ, 1970.
77. *Севастьянов А. В.* О поведении цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью и нагруженной внутренним давлением, при быстром осевом нагружении. В сб.: Колебания упругих конструкций с жидкостью. Новосибирский электротехн. ин-т, 1973, стр. 259—270.
78. *Скурлатов Э. Д.* Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при действии подвижных нагрузок. В сб.: Теория оболочек и пластин. М., «Наука», 1973, стр. 565—568.
79. *Скурлатов Э. Д., Фельдштейн В. А.* Экспериментально-теоретическое исследование поведения цилиндрических оболочек при действии волны давления. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин Аннот. докл., стр. 64. Л., 1973.
80. *Слепнева Л. В.* О взаимодействии цилиндрической оболочки, подкрепленной жесткими шпангоутами, с акустической ударной волной. Тр. X Всес. конф. по теории оболочек и пластин, т. 2. Тбилиси, «Мецниереба», 1975, стр. 332—340.
81. *Слепня Л. И.* Нестационарные упругие волны. Л., «Судостроение», 1972.
82. *Слепня Л. И.* Нестационарные деформации упругих оболочек. В сб.: IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл. стр. 64. Л., 1973.
83. *Третьяков В. В.* Новые аналитические решения волнового уравнения и задача дифракции. ПММ, 1975, т. 39, вып. 1, стр. 80—85.
84. *Фельдштейн В. А.* Динамическое взаимодействие упругопластической цилиндрической оболочки с волной сильного разрыва. Тр. X Всес. конф. по теории оболочек и пластин, т. 2. Тбилиси, «Мецниереба», 1975, стр. 372—380.
85. *Филиппов А. П., Янотин Е. Г.* К определению начальной реакции полубеско-

- нечной конической оболочки на действие динамической нагрузки. В сб.: Динамика и прочность машин, вып. 17. Харьков, Изд-во Харьковск. ун-та, 1973, стр. 18—24.
86. *Чеветкина Е. М.* Об одном методе решения задач дифракции на осесимметричных телах. Вестн. МГУ. Сер. матем., механ. 1973, № 6, стр. 107—113.
 87. *Шейнин И. С.* О многопараметрических задачах динамической гидроупругости для пластин и оболочек. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин. Аннот. докл., стр. 75. Л., 1973.
 88. *Шорыгин О. П.* Погружение в жидкость тел вращения простейших форм под углом к свободной поверхности. В сб.: Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М., «Наука», 1973, стр. 397—403.
 89. *Янюгин Е. Г.* К исследованию динамического поведения конической оболочки при действии плоской волны давления. В сб.: Динамика и прочность машин, вып. 19. Харьков, Изд-во Харьковск. ун-та, 1974, стр. 54—57.
 90. *Янюгин Е. Г.* К расчету действия волн давления на сферическую оболочку. В сб.: Теоретическая и прикладная механика, вып. 5. Харьков, «Вища школа», 1974, стр. 45—49.
 91. *Янюгин Е. Г.* Расчет действия динамической нагрузки на сферическую оболочку. В сб.: Динамика и прочность машин, вып. 20. Харьков, Изд-во Харьковск. ун-та, 1974, стр. 3—8.
 92. *Ahmad J., Lee H. C.* Non-linear acoustic response of a cylindrical shell. J. Franklin Inst., 1975, vol. 299, No. 3, p. 174—189.
 93. *Ballhaus W. F., Jr, Holt M.* Interaction between the ocean surface and underwater spherical blast waves. Phys. Fluids, 1974, vol. 17, No. 6, p. 1068—1079.
 94. *Benham R. A., Duffey T. A.* Experimental-theoretical correlation on the containment of explosions in closed cylindrical vessels. Internat. J. Mech. Sci., 1974, vol. 16, No. 8, p. 549—558.
 95. *Berger B. S.* The dynamic response of a prolate spheroidal shell submerged in an acoustical medium. Trans. ASME, Ser. E. J. Appl. Mech., 1974, vol. 41, No. 4, p. 925—929.
 96. *Chwalczyk F., Rafa J., Włodarczyk E.* Propagation of two-dimensional non-stationary pressure waves in a layer of perfect compressible liquid. Proc. Vibrat. Probl. Pol. Acad. Sci., 1973, vol. 14, No. 3, p. 245—256.
 97. *Collins Richard, Chen Michael Hsiang-ten.* Loading of a submerged structure due to underwater explosions. Israel J. Technol., 1973, vol. 11, No. 5, p. 329—340.
 98. *Dzygadło Z.* Dynamiczna reakcja płyty w naddźwiękowym opływie na działanie poruszającej się fali uderzeniowej. Binl. WAT J. Dabrowskiego. 1974, vol. 23, No. 11, p. 31—45.
 99. *Dzygadło Z.* Dynamic response of a plate in supersonic flow to a moving shock wave. Proc. Vibrat. Probl. Pol. Acad. Sci., 1974, vol. 15, No. 4, p. 307—319.
 100. *Hirano Yoichi.* Hydrodynamic impact of flexible spherical shells. J. Japan Soc. Aeronaut. and Space Sci., 1973, vol. 21, No. 228, pt I, p. 14—25, pt II, p. 25—31.
 101. *Huang H.* Transient bending of a large elastic plate by an incident spherical pressure wave. Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech., 1974, vol. 41, No. 3, p. 772—776.
 102. *Huang H., Lu Y. P., Wang Y. F.* Transient interaction of spherical acoustic waves, a cylindrical elastic shell and its internal multidegree-of-freedom mechanical systems. J. Acoust. Soc. America, 1974, vol. 56, No. 1, p. 4—10.
 103. *Kennedy T. C., Herrmann G.* Moving load on a fluid-solid interface: subsonic and intersonic regimes. Trans. ASME, Ser. E. J. Appl. Mech., 1973, vol. 40, No. 4, p. 885—890.
 104. *Kennedy T. C., Herrmann G.* Moving load on a fluid-solid interface: supersonic regime. Trans. ASME, Ser. E. J. Appl. Mech., 1973, vol. 40, No. 1, p. 137—142.
 105. *Kenner V. H., Goldsmith W.* Transient loading of fluid-filled elastic spherical shells. CANSAM 73. Compt. rend. 4ème congr. Canada. méc. appl., Montréal. 1973, p. 845—846.
 106. *Lou Y. K., Klosner J. M.* Transient response of a point-excited submerged spherical shell. Trans. ASME, Ser. E. J. Appl. Mech., 1973, vol. 40, No. 4, p. 1078—1084.
 107. *Makovička O.* Působení rázové vlny na konstrukci jednoduchého geometrického tvaru. Strojnický čas., 1974, vol. 25, No. 6, p. 652—661.
 108. *Nevill G. E., Jr, Morales W. J., Horowitz J. M.* Studies of parameter significance in shell-liquid impact. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 8, p. 1511—1514.
 109. *Sandman B. E.* Motion of a three-layered elastic-viscoelastic plate under fluid loading. J. Acoust. Soc. America, 1975, vol. 57, No. 5, p. 1097—1107.
 110. *Schmieden C.* Der Aufschlag von Rotationskörpern auf eine Wasseroberfläche. Z. angew. Math. und Mech., 1953, Bd 33, H. 4, S. 147—151.
 111. *Shaw R. P.* Integral equation formulation of dynamic acoustic fluid-elastic solid interaction problems. J. Acoust. Soc. America, 1973, vol. 53, No. 2, p. 514—520.
 112. *Stepanishen P. R.* The impulse response and mutual radiation impedance between

- a circular piston and a piston of arbitrary shape. *J. Acoust. Soc. America*, 1973, vol. 54, No. 3, p. 746—754.
113. *Tawadros K. Z., Glockner P. G.* Experiments on the non-linear dynamic response of shells under blast waves. *J. Sound. and Vibrat.*, 1973, vol. 26, No. 4, p. 441—463.
114. *Ting T. C. T., Herrmann G.* Propagation of a shock wave front through a lens-shaped elastic body. *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.*, 1974, vol. 41, No. 3, p. 691—696.
115. *Wagner H.* Über die Landung von Seeflugzeugen. *Z. Flugtechn. und Motorluftsch.* 1931, Jahrg 22, H. 1, S. 1—8.
116. *Weingarten L. I., Fisher H. D.* Transient axisymmetric response of a conical shell frustum. *CANCAM 73. Compt. rend. 4ème congr. Canad. méc. appl. Montréal*, 1973, p. 383—384.
117. *Wilkinson J. P. D., Cappelli A. P., Salzman R. N.* Hydroelastic interaction of shells of revolution during water impact. *AIAA Journal*, 1968, vol. 6, No. 5, p. 792—797.
-