

УДК 539.376 : 629.7.02

## К РАСЧЕТУ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

И. И. ПОСПЕЛОВ

(Москва)

Приводится развитие метода «упругих решений» для решения задачи о неустановившейся неизотермической ползучести. В работах [1, 2] вводилось модифицированное время для описания неустановившейся ползучести при постоянной температуре. В работе [3] модифицированное время, являющееся температурно-временным параметром, вводилось для описания вязкоупругости с постоянной вязкостью. Здесь, введением модифицированного времени, являющегося температурно-временным параметром, уравнения теории неустановившейся неизотермической ползучести приводятся к уравнениям, к которым применим метод последовательных приближений (упруговязких решений) [1, 2] сформулированный для расчета конструкций, находящихся при постоянной температуре.

Рассматривается нестационарное, равномерное температурное поле. Полная деформация  $\varepsilon$  складывается из мгновенной упругопластической составляющей деформации  $\varepsilon^{(0)}$ , нелинейно зависящей от напряжения и температуры, и составляющей деформации ползучести  $p$ , нелинейно зависящей от времени, напряжения и температуры  $\varepsilon = \varepsilon^{(0)} + p$ .

Для описания деформирования материала, находящегося в условиях ползучести, используется теория течения, наиболее распространенные соотношения которой укладываются в формулу [4, 5]

$$\dot{p} / \dot{t} = B(t) \psi(T) f(\sigma) \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $T$  — температура,  $\sigma$  — напряжение,  $B(t)$ ,  $\psi(T)$ ,  $f(\sigma)$  — функции, характеризующие влияние времени действия нагрузки, температуры и напряжения на скорость деформации ползучести, определяемые из опыта. Соотношение (2) для определенных диапазонов изменения напряжений и температур и при достаточно плавном изменении напряжения и температуры удовлетворительно описывает поведение ряда конструкционных материалов при ползучести.

Нелинейная составляющая мгновенной деформации  $\varepsilon^0(\sigma) = \varphi(\sigma, T)$  описывается реальной диаграммой  $\sigma \sim \varepsilon$ . В практически интересном диапазоне изменения температуры и времени для многих конструкционных материалов составляющая мгновенной деформации, определяемая диаграммой  $\sigma \sim \varepsilon$ , изменяется существенно слабее с изменением температуры, чем составляющая деформация ползучести. Об этом свидетельствуют кривые изменения модуля упругости  $E$ , предела пропорциональности  $\sigma_{1p}$ , предела текучести  $\sigma_{0.2}$ , временного сопротивления  $\sigma_b$  в зависимости от температуры  $T$  и найденная известным методом по кривым ползучести функция  $\psi(T)$  для сплава Д16АТ (фиг. 1;  $E$ ,  $\sigma$  —  $[кг/мм^2]$ ). Аналогичная зависимость имеет место для АК41 и других сплавов. Поэтому можно при проекторочных расчетах считать диаграмму  $\sigma \sim \varepsilon$  не зависящей от температуры  $\partial \varphi / \partial T = 0$ , и в зависимости от решаемой задачи принимать в качестве ее диаграмму  $\sigma \sim \varepsilon$  при некоторой температуре  $T$ . Чтобы получить решение с учетом запаса прочности, следует в качестве диаграммы  $\sigma \sim \varepsilon$  взять диаграмму, соответствующую самой высокой температуре из рассматриваемого диапазона.

Используя вышеупомянутые предположения, введем модифицированное время  $\tau$ , являющееся температурно-временным параметром по формуле  $d\tau = B(t) \psi(T) dt$ . Тогда свойства материала при неустановившейся неизотермической ползучести будут описываться уравнениями

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \frac{d\sigma}{d\tau} + f(\sigma) \quad (2)$$

$$\tau = \int_0^t B(t') \Psi(T(t')) dt' \quad (3)$$

В случае, если напряжения в конструкции не превышают предела пропорциональности,  $\partial \varphi / \partial \sigma = 1/E$ .

К уравнению (2) можно применить метод последовательных приближений [1, 2], ранее сформулированный для задачи о неустановившейся ползучести при постоян-

ной температуре. Тогда сложное напряженное состояние материала при неустановившейся неизотермической ползучести будет описываться уравнениями

$$s_{ij} = 2Le_{ij} + f_{ij} + f_{ij}^{\circ} \quad (4)$$

где  $s_{ij}$  — компоненты девиатора напряжений,  $Lz$  — линейный оператор

$$Lz = \mu_1 z - 3\mu_1^2 D \exp[-3\mu_1 D(\tau - \tau_0)] \int_{\tau_0}^{\tau} z \exp[3\mu_1 D(\tau - \tau')] d\tau'$$

$$f_{ij} = -2\mu_1 \exp[-3\mu_1 D(\tau - \tau_0)] \int_{\tau_0}^{\tau} \varphi_{ij} \exp[3\mu_1 D(\tau' - \tau_0)] d\tau'$$

$$\varphi_{ij} = -\frac{3}{2} D \eta s_{ij} + \frac{1}{2\mu_1} \frac{d}{d\tau} (s_{ij} \omega), \quad f_{ij}^{\circ} = [s_{ij}(\tau_0) - 2\mu_1 e_{ij}(\tau_0)] \exp[-3\mu_1 D(\tau - \tau_0)] \quad (5)$$

$$\eta = 1 - f(\sigma_u) / D \sigma_u, \quad \omega = (\varphi(\sigma_u) - \sigma_u) / (3\mu_1) (3\mu_1 / \sigma_u)$$

$\sigma_u$  — интенсивность напряжений,  $D, \mu_1$  — некоторые условные постоянные.

Уравнения (4), (5) вместе с уравнениями равновесия, совместности деформаций, граничными и начальными условиями полностью определяют напряженно-деформированное состояние конструкции в любой момент модифицированного времени  $\tau$ .

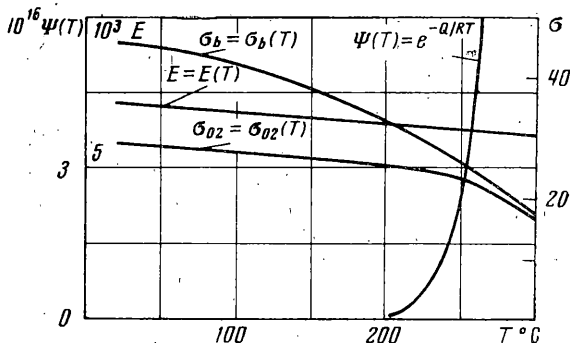
В случае деформирования при различных постоянных температурах из уравнения (3) получаем аналитическое выражение температурно-временной аналогии

$$\tau = \Psi(T) \Omega(t), \quad \Omega(t) = \int_0^t B(t') dt' \quad (6)$$

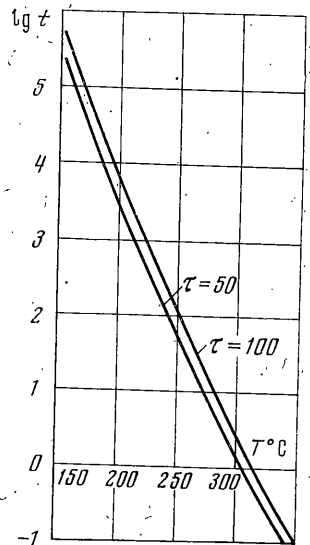
В случае установившейся ползучести  $B(t) = 1$  и при  $\Psi(T) = e^{-Q/RT}$  из уравнения (6) получается известный параметр Дорна [6]  $\tau = e^{-Q/RT} t$ .

Напряженно-деформированное состояние конструкции, соответствующее некоторому параметру  $\tau = \tau_1$ , может быть реализовано при бесконечном множестве совокупностей значений температуры  $T$  и физического времени  $t$ . Связь температуры и времени для  $\tau = 100$  мин и  $\tau = 50$  мин для сплава Д16АТ (для которого  $Q = 37500$  кал/моль) изображена на фиг. 2. Одно и то же напряженно-деформированное состояние для  $\tau = 100$  мин реализуется при  $T = 200^\circ \text{C}$  за 4630 мин, при  $T = 300^\circ \text{C}$  за  $t = 2$  мин, для  $\tau = 50$  мин реализуется при  $T = 200^\circ \text{C}$  за  $t = 2210$  мин, при  $T = 300^\circ \text{C}$  за  $t = 1.25$  мин.

Проводя расчет напряжений, деформаций и перемещений конструкции по параметру  $\tau$  и лишь пересчет окончательных результатов с модифицированного времени на физическое время по формуле (6), получим результаты расчета для каждой рассматриваемой



Фиг. 1



Фиг. 2

температуры. Температурно-временная аналогия позволяет существенно экономить время расчета конструкций на ползучесть, является одной из немногих возможностей прогнозирования поведения материала и конструкции в течение длительного времени и основой для проведения экспресс-испытаний.

При изменении температуры по некоторому закону используется тот же самый расчет на ползучесть по параметру  $\tau$  и пересчет окончательных результатов счета с модифицированного времени на физическое по формуле (3).

Снимем предположение о том, что диаграмма  $\sigma \sim \varepsilon$  не зависит от температуры и учтем изменение мгновенных характеристик деформирования с изменением температуры. В этом случае параметры, определяющие диаграмму  $\sigma \sim \varepsilon$  с помощью формулы (3), будут известными функциями модифицированного времени  $\tau$ , и к решению задачи о неустановившейся неизоотермической ползучести может быть применен метод последовательных приближений [1, 2].

Тогда уравнения, описывающие механические свойства материала, имеют вид

$$s_{ij} = 2Le_{ij} + f_{ij} + f_{ij}^{\circ}, \quad Le_{ij} = \mu_1(\tau)e_{ij} - \gamma_1 \int_{\tau_0}^{\tau} e_{ij} \frac{d}{d\tau'} (\mu_1(\tau')\gamma_2) d\tau'$$

$$f_{ij} = -2\gamma_1 \int_{\tau_0}^{\tau} \mu_1(\tau) \Phi_{ij} \gamma_1 d\tau, \quad f_{ij}^{\circ} = \gamma_1 [s_{ij}(\tau_0) - 2\mu_1(\tau_0)e_{ij}(\tau_0)] \quad (7)$$

$$\mu_2(\tau) = \mu_1(\tau) \left[ 3D + \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\mu_1(\tau)} \right) \right], \quad \Phi_{ij} = -\frac{3}{2} D \eta s_{ij} + \frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \left[ \frac{\omega s_{ij}}{\mu_1(\tau)} \right]$$

$$\omega = \left[ \varphi(\sigma, T(\tau)) - \frac{\sigma}{3\mu_1(\tau)} \right] \left( \frac{3\mu_1(\tau)}{\sigma} \right)$$

$$\gamma_1 = \exp \left[ - \int_{\tau_0}^{\tau} \mu_2(\tau') d\tau' \right], \quad \gamma_2 = \exp \left[ \int_{\tau_0}^{\tau} \mu_2(\tau') d\tau' \right]$$

Уравнения (7) существенно отличаются от уравнений (4), (5) и совпадают с ними, если  $\partial\varphi/\partial T = 0$ .

Когда в двух рассматриваемых процессах температуры постоянные, но различные, то уравнения (7) сводятся к уравнениям (4), (5) с постоянными, но различными коэффициентами, определяющими мгновенное деформирование материала. В этом случае определяемые с помощью уравнений (7) напряженно-деформированные состояния будут различными для некоторого значения модифицированного времени, и температурно-временная аналогия не имеет места.

Поступила 27 XI 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин А. А., Поспелов И. И. О методе последовательных приближений в задаче о неустановившейся ползучести. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 4.
2. Поспелов И. И. Метод последовательных приближений в задаче о неустановившейся ползучести и нелинейной упругости. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 2.
3. Ильюшин А. А. Метод аппроксимаций для расчета конструкций по линейной теории термовязкоупругости. Механика полимеров, 1968, № 2.
4. Качанов Л. М. Теория ползучести. М., Физматгиз, 1960.
5. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1966.
6. Dorn J. E. Some fundamentale experiments on high temperature creep. J. Mech. and Phys. Solids, 1955, vol. 3, No. 2.

УДК 539.3 : 534.231.1

### ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА ДВУХ СФЕРИЧЕСКИХ ПОЛОСТЯХ В УПРУГОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В. Т. ГОЛОВЧАН

(Киев)

Приведено строгое решение осесимметричной задачи о дифракции упругих волн в пространстве с двумя одинаковыми сферическими полостями. Вектор смещения представлен рядами по сферическим волновым функциям. Для неопределенных постоянных получена бесконечная алгебраическая система, допускающая решение методом редукции. На графиках показаны численные результаты для случая гармонического давления, приложенного к поверхностям полостей.