

КИНЕТИКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ДИСКОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ
НАГРУЖЕНИИ

И. В. ДЕМЬЯНУШКО, Ю. М. ТЕМИС

(Москва)

Рассматривается напряженно-деформированное состояние вращающихся дисков при циклическом изменении частоты вращения, нагрузок и температурного поля. В работах [1, 2] изложен метод расчета напряжений и деформаций в дисках при неизотермическом нагружении с учетом эффектов пластичности и ползучести на основе соотношений теории пластического течения и теории течения в ползучести. Здесь предлагается развитие этого метода для расчета дисков при повторных нагружениях. Описаны некоторые особенности, появляющиеся при расчетах из-за накопления ошибок. Анализируется кинетика напряженно-деформированного состояния дисков при циклическом нагружении.

1. Весь процесс работы диска за цикл разбивается на ряд малых этапов по времени с шагом Δt_k (k — номер этапа).

На фиг. 1 показан график изменения частоты вращения, n об/мин, температуры центра T_a , °С и обода T_b , °С диска газотурбинного авиационного двигателя, где один цикл нагружения соответствует одному полету.

Используем метод переменных параметров упругости [3, 4] для линеаризации физически нелинейной задачи пластического течения в диске.

Уравнения связи между приращениями полных деформаций и напряжений в течение k -го этапа нагружения при тех же обозначениях, что и в работах [2, 4], имеют следующий вид:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \Delta \varepsilon_r &= c_{11} \Delta \sigma_r + c_{12} \Delta \sigma_\theta + \Delta \varepsilon_{rT} \Delta T_k + \Delta \varepsilon_{r\theta} \Delta t_k \\ \Delta \varepsilon_\theta &= c_{21} \Delta \sigma_r + c_{22} \Delta \sigma_\theta + \Delta \varepsilon_{\theta T} \Delta T_k + \Delta \varepsilon_{\theta\theta} \Delta t_k \end{aligned}$$

Деформации ползучести $\Delta \varepsilon_{r, \theta}$ рассматриваются как дополнительные деформации. При решении задачи в напряжениях, используя уравнения равновесия диска и уравнения совместности деформаций, справедливые и для приращений напряжений и деформаций, при помощи несложных преобразований можно получить разрешающее интегральное уравнение для определения приращений усилий в цилиндрических сечениях диска [4, 4]

$$(1.2) \quad \Delta N_r(r) = L[\Delta N_r(r)] + \Delta N_{\theta a} F_1(r) + \Delta N_{r a} F_2(r) + F_q(r) + F_T(r) + F_c(r)$$

Для диска с отверстием и без отверстия краевые условия имеют вид

$$(1.3) \quad \Delta N_{ra} = f_a(t), \quad \Delta N_{rb} = f_b(t); \quad \Delta N_{ra} = \Delta N_{\theta a}, \quad \Delta N_{rb} = f_b(t)$$

2. Уравнение (1.2) позволяет получить приращения усилий на каждом этапе нагружения. По значениям приращений усилий определяются приращения напряжений и деформаций по (1.1), а также величины полных напряжений и деформаций.

Далее производится проверка условий нагружения для определения пути деформирования. Используются условия неизотермического нагружения, сформулированные в работах [4, 5] и для активного нагружения

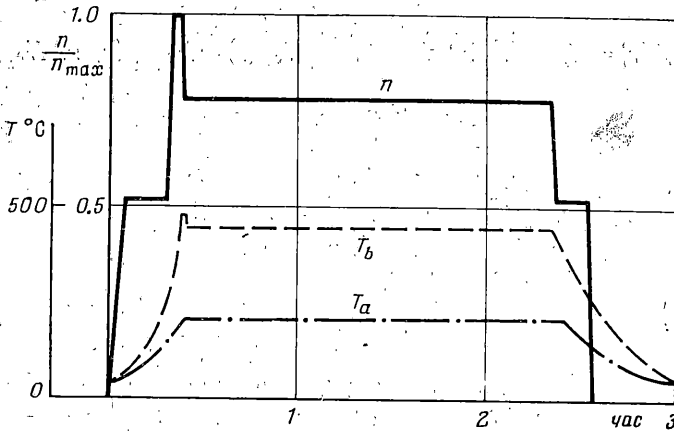
имеющие вид

$$(2.1) \quad (\sigma_i = \sigma_T) \text{ и } \left(d\sigma_i > \frac{\partial \sigma_T}{\partial T} dT \right)$$

Для разгрузки и нейтрального деформирования

$$(2.2) \quad (\sigma_i \leq \sigma_T) \text{ или } \left(d\sigma_i \leq \frac{\partial \sigma_T}{\partial T} dT \right)$$

Здесь σ_i — интенсивность напряжений, $\sigma_T = \sigma_T(\varepsilon_{i*}^p)$ — мгновенный предел текучести — функция накопленной пластической деформации.



Фиг. 1

В случае активного нагружения (2.1) (при возникновении пластических деформаций) переменные параметры упругости определяются итерационным процессом, например, по следующей схеме:

$$\langle c_{ij(k)} \rangle = 1/2 (\langle c_{ij(k-1)} \rangle + c_{ij(k)})$$

где $\langle c_{ij(k-1)} \rangle$ — значения переменных параметров предыдущего этапа, $c_{ij(k)}$ — текущее значение параметров, соответствующее концу данного k -го этапа.

Расчет повторяется до тех пор, пока разница между двумя последовательными приближениями $c_{ij(k)}$ не будет удовлетворять заданной точности расчета δ . Такой же способ используется для уточнения дополнительных деформаций.

3. Для численного решения уравнения (1.2) используется метод последовательных приближений [9]. Уравнение (1.2) на i -м приближении примет вид

$$(3.1) \quad [\Delta N_r(r)]_i = L\{[\Delta N_r(r)]\}_{i-1} + \Phi$$

Процесс последовательных приближений прекращается при условии

$$(3.2) \quad \|[\Delta N_r(r)]_i - [\Delta N_r(r)]_{i-1}\| \leq v \|[\Delta N_r(r)]_i\|$$

где v — заданная точность решения интегрального уравнения.

Итерационный процесс (3.1) сходится, если интегральный оператор L является сжимающим, т. е. его норма $\|L\| = g < 1$. При этом выполняется следующее соотношение:

$$(3.3) \quad (1-g) \|[\Delta N_i(r)] - [\Delta N_r(r)]_i\| \leq \|[\Delta N_r(r)]_i - [\Delta N_r(r)]_{i-1}\|$$

Соотношение (3.3) позволяет произвести оценку погрешности аппроксимации разностной схемы. При решении стационарных задач строительной механики, в частности задач растяжения дисков в упругой и пластической областях, вопрос определения погрешности аппроксимации не является существенным, так как задание достаточной точности ($\nu=10^{-3}-10^{-5}$) позволяло получать решения, которые хорошо совпадали с имеющимися экспериментальными данными и точными решениями некоторых частных задач. При решении нестационарной задачи погрешность аппроксимации является существенной составляющей ошибки, накапливаемой в решении. Другая составляющая ошибки является функцией ошибок округления, накапливающихся в процессе шагового расчета от этапа к этапу, и погрешностей схемы линеаризации физической нелинейности задачи.

Здесь исследовалась явная схема определения радиальных и окружных усилий в диске

$$N_{r_k}(r) = N_{r_{k-1}}(r) + \Delta N_{r_k}(r), \quad N_{\theta_k}(r) = N_{\theta_{k-1}}(r) + \Delta N_{\theta_k}(r).$$

Из (3.2) и (3.3) для погрешности аппроксимации δ , накапливаемой в процессе счета, нетрудно получить

$$(1-g_k)\delta \leq \nu \sum_k \|\Delta N_r(r)\|_{n_k}$$

где n_k — число итераций на k -м шаге по времени.

Эта зависимость иллюстрирует процесс накопления погрешностей, однако не позволяет в практических расчетах производить оценку погрешности аппроксимации. Приближенную оценку погрешностей, накапливаемых из-за трех рассматриваемых факторов, можно произвести, если учесть, что краевые условия, заданные на границе зависимостями (1.3), в процессе счета определяются из решения самой задачи. И если предположить, что погрешности аппроксимации в каждой расчетной точке r_j пропорциональны $\Delta N_r(r_j)$, то на каждом шаге погрешность δ_{kj} может быть определена из соотношения

$$(3.4) \quad |f_b(t_k) | \delta_{ks}(r_j) = \Delta N_s(r_j) | \Delta N_{r_b} - f_b(t_k) |$$

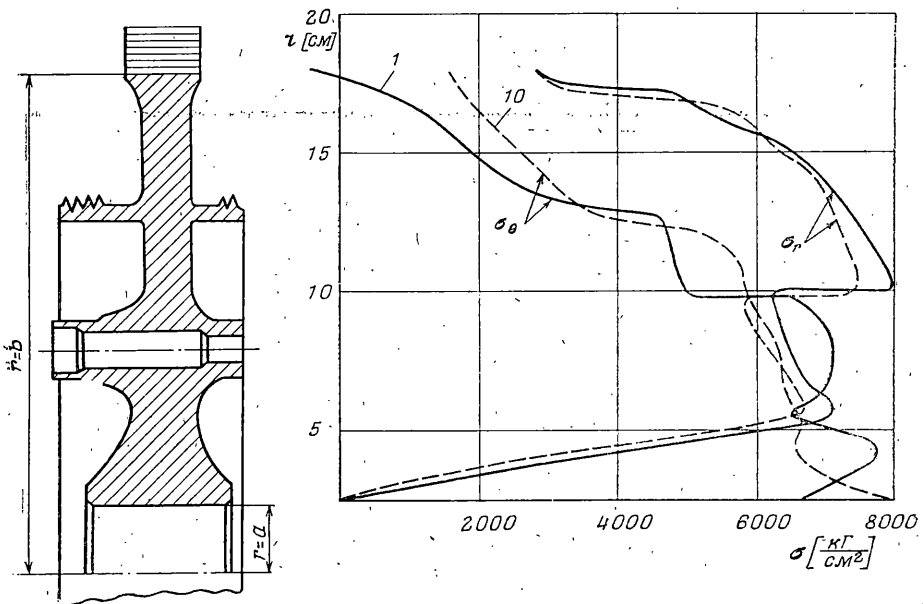
где s может принимать значения r или θ .

Зависимости (3.4) позволяют на каждом шаге производить коррекцию решения. Как показала практика вычислений на машине БЭСМ-6, при решении задач растяжения дисков использование алгоритмов, не учитывающих погрешностей, приводит к значительной ошибке в результатах.

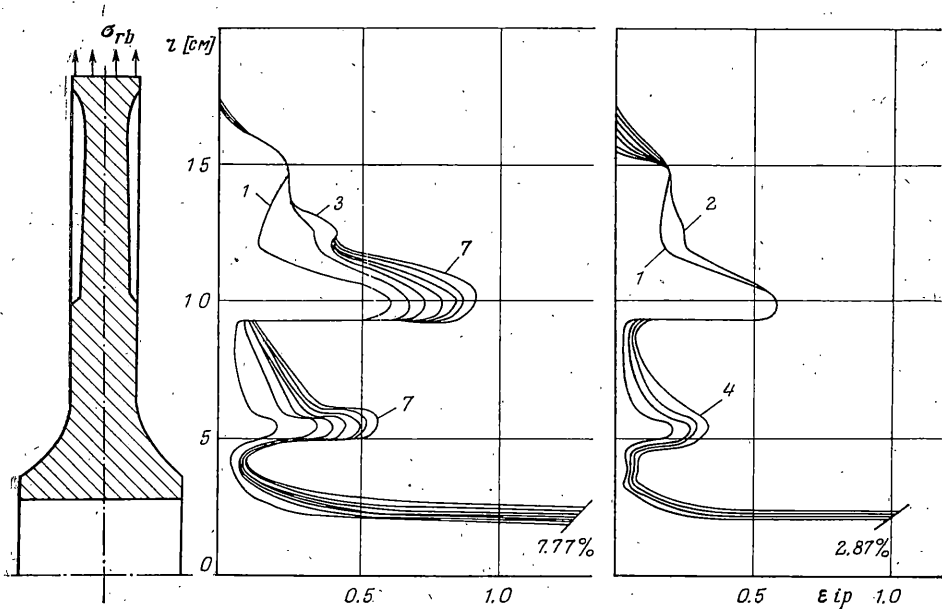
При решении упругой задачи напряжения и деформации в диске в начале и конце цикла нагружения с последующей разгрузкой должны совпадать. Однако при численной реализации шагового расчета без учета коррекции накапливаемая ошибка в упругом решении составляет 1% от максимального размаха напряжений за 100 шагов, соответствующих одному циклу (для сетки с равномерным шагом $\Delta r=0.04$ (r_b-r_a) и точностью $\nu=10^{-3}$).

Использование фильтра, построенного на основе зависимостей (3.4), привело к тому, что результаты расчетов в упругой области за 100 шагов отличались в 9–10 знаке разрядной сетки. Применение коррекции ошибок дало возможность получить решения нелинейных задач растяжения дисков с учетом пластичности и ползучести для 50–100 циклов нагружения, что соответствует 10 000–20 000 шагов по времени. При этом существенными оказались вопросы устойчивости. Следует отметить, что при решении задач шаг Δt_k выбирался автоматически таким образом, чтобы условие (2.1) или (2.2) за время Δt_k не изменялось.

Так как явления неустойчивости счета проявляются при расчете первых циклов нагружения, то несколькими расчетами удается подобрать



Фиг. 2

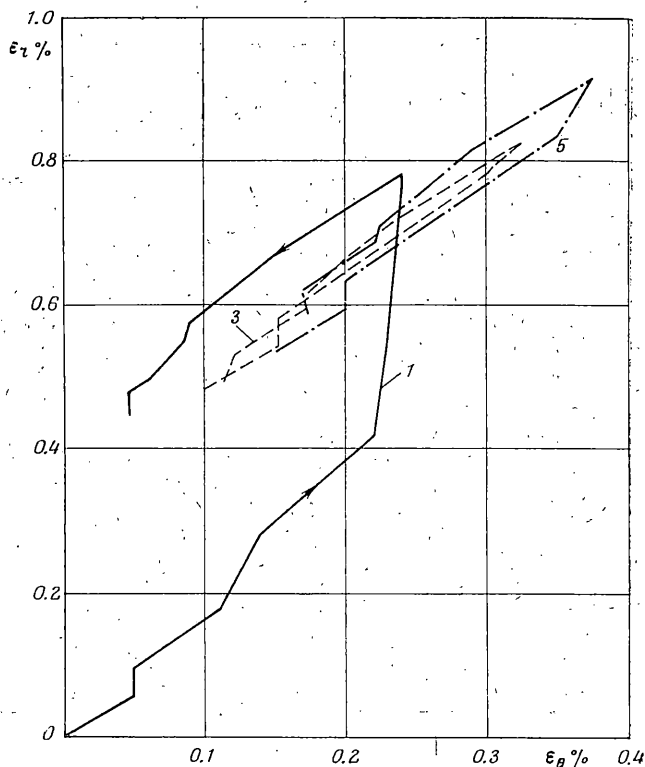


Фиг. 3

область возможных значений Δt и Δt_k , приводящих к устойчивому счету.

На основании полученных таким образом соотношений на величину шага Δt_k при постоянной сетке накладывалось ограничение $\Delta t_k \leq \Delta t_{\max}$, где Δt_{\max} — выбранное значение максимального шага, обеспечивающее устойчивый счет данной задачи, на постоянной сетке с минимальным шагом Δt .

Использование упрощенной линейной аппроксимации для определения переменных параметров $c_{ij}(\epsilon_i, \epsilon_j^p)$ вносит, безусловно, существенную по-



Фиг. 4

грешность. Однако использование более сложных методов аппроксимации с переменным, автоматически выбираемым шагом, обеспечивающее улучшение устойчивости счета, требует значительного увеличения объема хранимой оперативной информации и увеличивает время счета. Поэтому описанный метод фильтрации ошибки по граничному условию, предполагающий пропорциональное накопление ошибки во всех расчетных точках, оказывается вполне приемлемым для расчета дисков при циклическом нагружении.

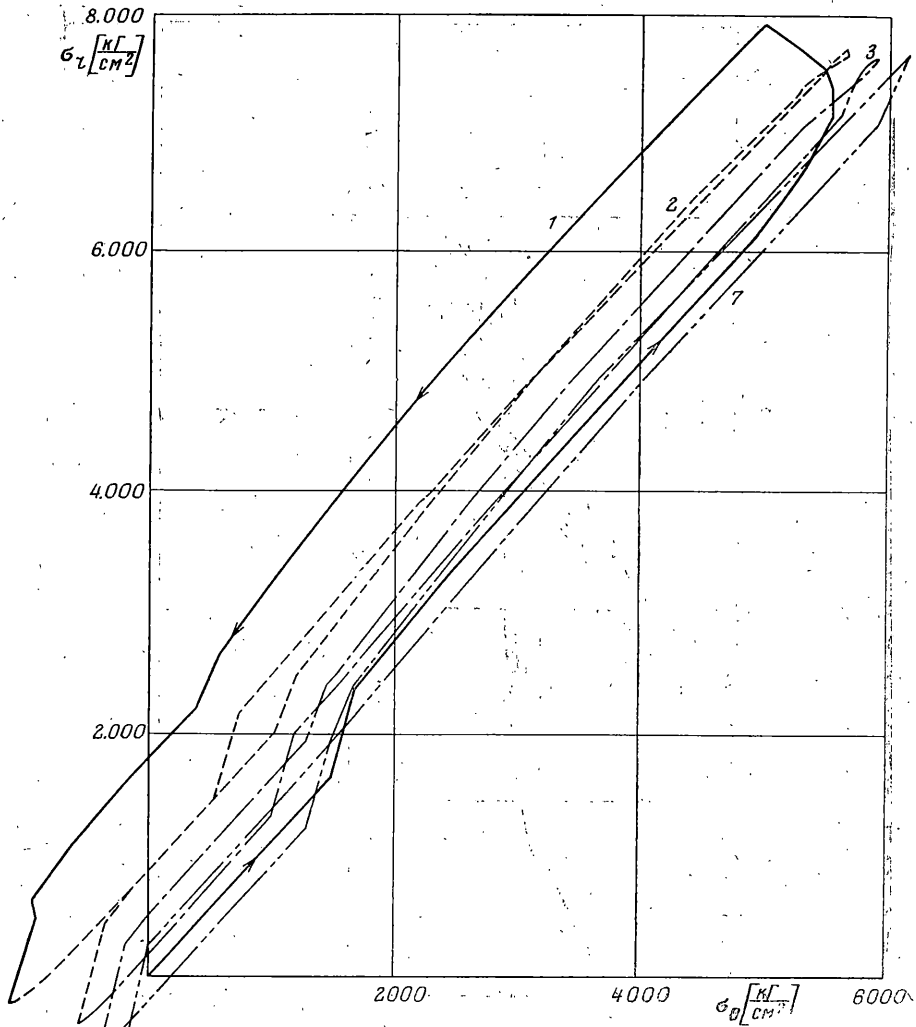
4. Рассмотрим результаты расчета диска газовой турбины, диаметрального сечения которого показано на фиг. 2. Материал диска — сплав ЭИ 437Б. Программа нагружения диска показана на фиг. 1.

Напряженное состояние в диске в конце этапа с максимальной частотой вращения ($n/n_{\max}=1$, $\Delta T=T_b-T_a=\max$) показано на фиг. 2 для первого и десятого циклов.

Как показали расчеты, в десятом цикле напряженное состояние можно считать практически установившимся. Легко видеть, что величины напряжений в одних и тех же сечениях существенно отличаются, причем на наружном контуре диска (ободе) при $r=b$ напряжения даже меняют знак. Это тем более следует учитывать, так как обычный расчет с учетом пластичности и ползучести по теориям деформационного типа дает результаты, близкие к полученным в первом цикле.

Результаты расчетного определения долговечности дисков на основе напряженного и деформированного состояния только одного первого цикла могут существенно отличаться от долговечности диска, определенной по напряженному и деформированному состоянию установившегося цикла, который реализуется в течение всего ресурса работы за исключением нескольких первых циклов.

Проследим кинетику напряженного и деформированного состояния в диске, рассчитанную без учета деформаций ползучести. На фиг. 3, а показано развитие пластических зон в диске, для чего построено распределение накопленной пластической деформации в зависимости от радиуса и номеров циклов, отмеченных цифрами. Макси-



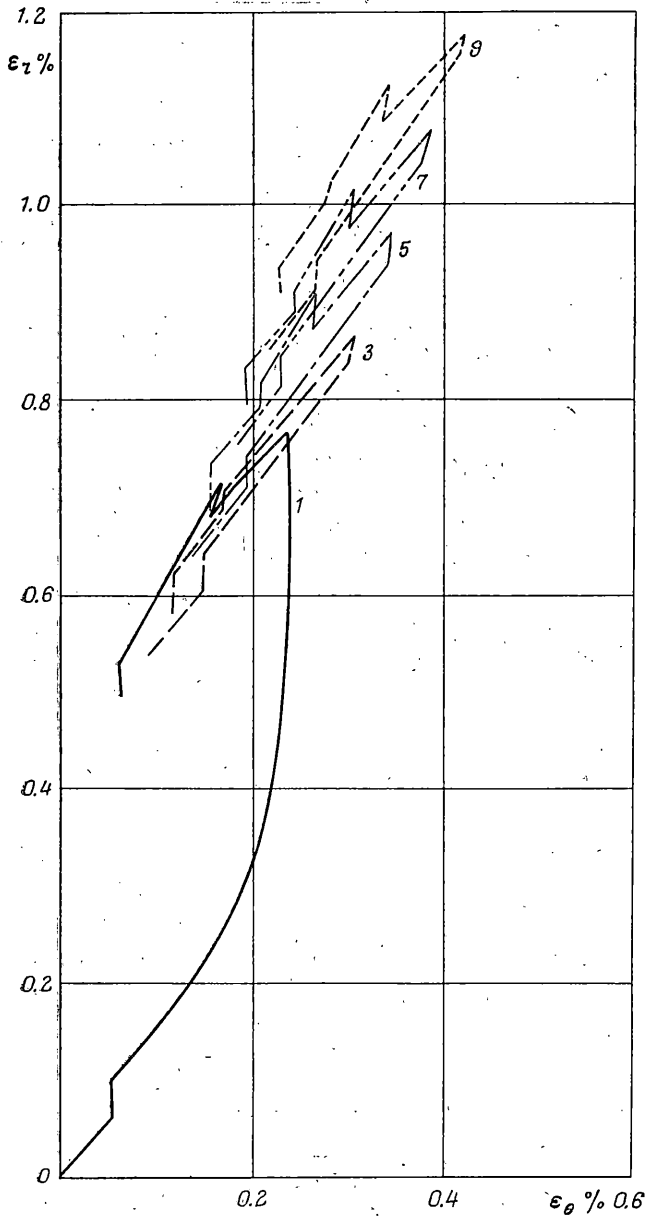
Фиг. 5

мальные пластические деформации от цикла к циклу развиваются в трех зонах. Наибольшие пластические деформации имеют место у внутреннего контура диска, причем, как показано на фиг. 3, а, за семь циклов и далее пластические деформации не стабилизируются и продолжают накапливаться в отмеченных трех зонах.

На фиг. 4 показан путь пластического деформирования при циклическом нагружении диска в координатах ϵ_r и ϵ_θ для расчетной точки, находящейся на радиусе $r=10$ см. Из фиг. 3, а и 4 следует, что наибольшее приращение компонент пластической деформации происходит в первом цикле нагружения, величины накапливаемых в последующих циклах пластических деформаций от цикла к циклу изменяются незначительно.

Изменение напряженного состояния в этой же точке в координатах σ_r и σ_θ показано на фиг. 5. Числа указывают номера циклов. Как следует из фиг. 5, нагружение диска в первом цикле существенно отличается от простого. В последующих циклах нагружение становится близким к пропорциональному.

Рассмотрим кинетику напряжений и деформаций в диске, определенных с учетом деформаций ползучести при той же программе нагружения. На фиг. 3, б показано развитие пластической деформации в диске. Из сравнения с результатами, полученными без учета ползучести, следует, что ползучесть оказывает заметное влияние на накопление пластической деформации. Практически по всему полю диска пластическая деформация меньше по величине, и к четвертому циклу накопление ее

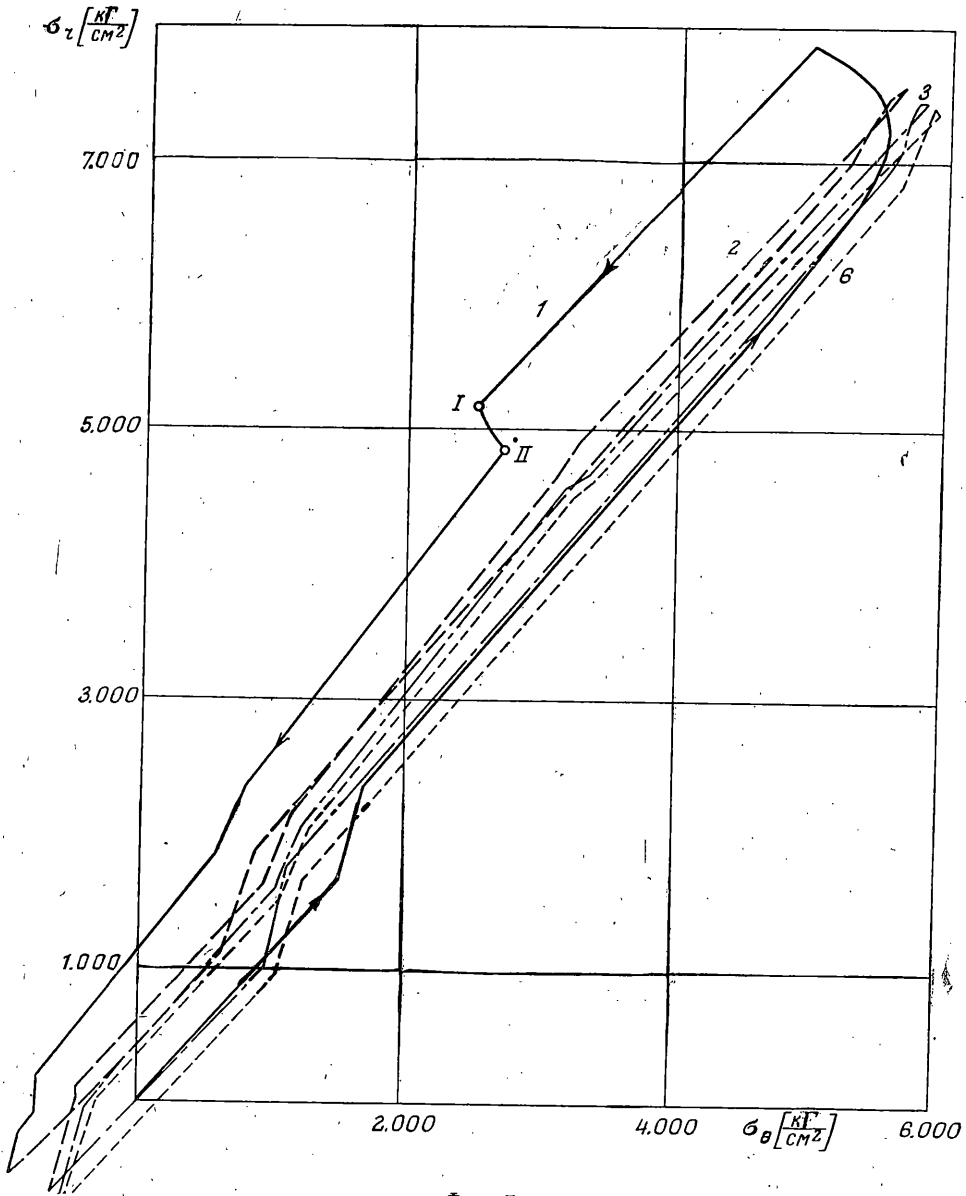


Фиг. 6

прекращается. В области шейки происходит более интенсивное накопление пластической деформации, вызванное перераспределением напряжений по полотну диска из-за ползучести.

На фиг. 6 показаны пути нагружения для точки $r=10$ см, построенные в координатах ϵ_r и ϵ_θ . Как следует из фиг. 3, б, приращение пластических деформаций в этой точке происходит только в первом цикле нагружения. Постоянное накопление остаточных деформаций (фиг. 6) в точке вызвано ползучестью.

На фиг. 7 показано изменение напряжений σ_r и σ_θ . Участок I—II соответствует изменению напряжений σ_r и σ_θ в результате ползучести на стационарном этапе работы диска. Таким образом, ползучесть может существенно изменить путь нагружения. Петли $\sigma_r(\sigma_\theta)$, начиная с шестого цикла, совпадают, и петли $\epsilon_r(\epsilon_\theta)$, показан-



Фиг. 7

ные на фиг. 6 для пятого, седьмого и девятого циклов, также одинаковы и сдвинуты один относительно другого на величину накоплений за цикл деформации ползучести. Это показывает, что в диске наступает приспособляемость.

Следует отметить, что в реальных дисках, нагружение которых сопровождается резкими пусками и остановами с отсутствующими или небольшими стационарными участками, деформации ползучести не успевают повлиять на характер нагружения, а накопление деформаций пластичности приводит к снижению циклической долговечности дисков, что подтверждается известными экспериментами [7]. Разрушение дисков, имеющих стационарные этапы работы, позволяющие загасить развитие пластических деформаций, происходит по истощению длительной прочности, т. е. больше зависит от продолжительности стационарных этапов нагружения типа I—II, а не от числа циклов.

Поступила 12 VIII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Демьянушко И. В. Расчетные методы исследования прочности дисков турбомашин. Проблемы прочности, 1969, № 2.
2. Демьянушко И. В., Дульнев Р. А., Бильковская Е. П., Бычков Н. Г. К расчету дисковых элементов турбомашин с учетом пластичности и ползучести на основе феноменологической модели материала. В сб.: Тепловые напряжения в элементах конструкций, вып. 10. Киев, «Наукова думка», 1970.
3. Биргер И. А. Расчет конструкций с учетом пластичности и ползучести. Изв. АН СССР. Механика, 1965, № 2.
4. Биргер И. А., Демьянушко И. В., Темис Ю. М. Расчет конструкций при циклическом нагружении. Материалы Всес. симпоз. по малоцикловой усталости при повышенных температурах, вып. 1. Челябинск, Изд-во Челябинск. политехн. ин-та, 1974.
5. Биргер И. А., Демьянушко И. В. Теории пластичности при неизотермическом нагружении. Изв. АН СССР. МТТ, 1968, № 6.
6. Биргер И. А. Некоторые математические методы решения инженерных задач. М., Оборонгиз, 1956.
7. Динерман А. П. О механизме влияния ускоренных режимов пуска турбины на работоспособность ее дисков. В сб.: Тепловые напряжения в элементах турбомашин, вып. 2. Киев, «Наукова думка», 1972.