

УДК 531:061.3

## ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР СЕМНАРЫ

**Семинар по теории оптимального управления движением под руководством  
Ф. Л. Черноусько и Г. К. Пожарицкого.**

3 I 1974. В. Б. Колмановский (Москва) *О приближенном синтезе оптимального управления для некоторых стохастических квазилинейных систем.*

Рассмотрена задача об оптимальном управлении квазилинейными стохастическими системами. Предложен алгоритм построения последовательных приближений к оптимальному управлению. Этот алгоритм основан на разложении решения уравнения Беллмана по степеням малого параметра и известном, явном виде решения для соответствующей линейной системы.

Установлены оценки погрешности нулевого и первого приближений по функционалу и управлению.

10 I 1974. Ю. С. Митрохин (Рязань) *Об управляемости нелинейных систем оптимального регулирования.*

Рассматриваются задачи управляемости систем с аналитическими правыми частями, не являющихся вполне управляемыми в первом приближении. Сформулирован ряд достаточных условий стабилизируемости указанных систем аналитическими управлениями.

14 II 1974. Г. К. Пожарицкий (Москва) *Игровая задача импульсного сближения на заданное расстояние.*

Две точки (первый и второй игроки) движутся в пространстве под действием сил притяжения  $F_{1,2} = -m_{1,2}r_{1,2}$  к неподвижному центру и управлений  $u_{1,2}$ , произвольных по направлению и ограниченных по импульсу. Все пространство позиций разделено на две области. В первой области построен минимаксный синтез игры на время сближения до заданного расстояния  $R$ . Во второй области построено управление второго игрока, препятствующее сближению до расстояния  $R$  в течение всей игры.

21 II 1974. Ю. А. Зленко (Москва) *Некоторые задачи исследования точности стохастического управления.*

Рассмотрена задача анализа оптимального стохастического управления конечным состоянием некоторых управляемых объектов. Невозмущенное движение управляемых объектов описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений трех типов. Уравнениями таких типов могут быть описаны, например, многооборотные маневры материальной точки в центральном гравитационном поле под действием малого реактивного ускорения. Предполагается, что некоторое детерминированное программное управление переводит управляемый объект из одной точки фазового пространства в другую. На величину программного управления накладывается аддитивный «белый шум». Для уменьшения отклонений возмущенной траектории от невозмущенной вводится корректирующее управление. Коррекция осуществляется путем изменения в заданных пределах величины программного управления. Корректирующее управление выбирается оптимальным в смысле минимума конечного значения дисперсии одной из координат. Получены приближенные аналитические описания зависимости элементов корреляционной матрицы возмущенного движения от интенсивности белого шума, от величины ограничений, наложенных на стохастическое управление, и от выбранной номинальной (невозмущенной) траектории. Рассмотрена задача о выборе номинальной траектории, минимизирующей конечное значение дисперсии одной из координат при любых значениях интенсивности шума и ограничений, наложенных на корректирующее управление. Показано, что для минимизации дисперсии номинальное управление и положение левого конца невозмущенной траектории должны выбираться таким образом, чтобы минимизировать значение некоторой известной функции положения правого конца возмущенной траектории.

Рассмотрены примеры.

28 II 1974. **В. К. Горбунов** (Ташкент) *К оптимизации процессов с разрывными фазовыми траекториями.*

Рассмотрена задача оптимального управления системой, когда часть фазовых координат терпит разрыв, запаздывающий от разрыва других координат. Получены условия оптимальности в форме принципа максимума Л. С. Понтрягина. Предложен численный метод, основанный на этих условиях. В качестве приложений решены некоторые модельные задачи планирования производства с перемещением средств производства между отраслями.

7 III 1974. **В. К. Горбунов** (Ташкент) *Минимаксная импульсная коррекция демпфированного осциллятора.*

Рассмотрен линейный демпфированный осциллятор, подверженный непрерывно действующему возмущению.

Решена задача синтеза импульсной коррекции с критерием качества, гарантированным конечным отклонением осциллятора от нулевого положения.

21 III 1974. **В. Б. Колмановский** (Москва) *Об оптимальных быстродействиях в системах с неполной информацией.*

Исследуется задача о наискорейшем приведении системы, находящейся под действием случайных сил, в заданное множество за минимальное среднее время.

Исследована соответствующая граничная задача для уравнения Беллмана и вопрос о точном и приближенном решении ее.

Рассмотрены конкретные примеры.

28 III 1974. **Ю. А. Арутюнов** (Москва) *Некоторые задачи оптимального управления объектом, описываемым системой уравнений в частных производных первого порядка.*

Рассматриваются обобщения задачи оптимального управления объектом, описываемым системой уравнений в частных производных первого порядка, впервые изученной К. А. Лурье, на случай ограничений: а) изопериметрического типа; б) на функцию управления и фазовых координат; в) на функцию фазовых координат и при наличии разрывов правых частей.

Методами классического вариационного исчисления получены необходимые условия оптимальности управления в форме необходимых условий стационарности.

Приведено необходимое условие Вейерштрасса сильного относительного минимума функционала.

4 IV 1974. **А. С. Братусь** (Москва) *Синтез оптимального управления для некоторых систем, имеющих погрешность в исполнении управляющих воздействий.*

Рассматривается задача оптимального управления конечным состоянием системы. Погрешность исполнения управляющего воздействия задается гауссовским белым шумом. При помощи анализа соответствующего уравнения Беллмана построен синтез оптимального управления.

В отличие от решения задачи синтеза без учета погрешностей управления в синтезе стохастической задачи существуют такие положения системы, при которых производить управление не выгодно. Это объясняется тем, что ошибки в исполнении могут приводить к ухудшению положения системы в смысле выбранного критерия качества.

Приведены примеры.

11 IV 1974. **Л. Д. Акуленко, Ф. Л. Черноусько** (Москва) *Метод осреднения в задачах оптимального управления.*

Рассматриваются задачи оптимального управления существенно нелинейными колебательными системами, содержащими малый параметр и приводящимися к виду систем с вращающейся фазой. Управления входят в возмущающие члены, так что в невозмущенном состоянии система неуправляема. Скорость изменения быстрой переменной (фазы) существенно зависит от медленных переменных. Интервал времени предполагается достаточно длительным, таким, что фазовые переменные успевают измениться существенно. Вектор управления принадлежит выпуклой фиксированной области. Предполагается также, что условие окончания процесса управления и минимизируемый функционал не зависят от фазы движения.

Развит асимптотический метод осреднения для построения в первом приближении (по функционалу и медленным переменным) решения задачи оптимального управления. Для ряда случаев приближенное решение удастся построить в явном виде.

Приводится решение ряда задач оптимального управления для нелинейных колебательных и вращательных систем, в частности нелинейные управляемые колебания и вращения маятника.

18 IV 1974. Г. Р. Сазыкин (Москва) *Вариационная задача на максимальную дальность планирования.*

Рассматривается задача о максимальной дальности  $L$  полета летательного аппарата, планирующего в атмосфере Земли с выключенным двигателем и управляемого только углом атаки  $\alpha(t)$ .

Решение с использованием ЦВМ проведено двумя методами.

Первая часть доклада основывается на результатах, полученных в 1957 г. совместно с Т. М. Энеевым (см. Космические исследования, 1966, т. 6, вып. 5, стр. 651-659).

Задача нахождения максимума функционала  $L$  сводится к решению системы дифференциальных уравнений, включающих в себя уравнения движения и уравнения для функций Лагранжа, причем для первой группы условия заданы при  $t_0$ , а для второй — при  $t_k$ .

Первая вариация функционала представима в виде

$$\delta L = \int_{t_0}^{t_k} \Phi \delta \alpha dt$$

Задавшись первоначально функцией  $\alpha(t)$ , интегрируют уравнения движения до  $t_k$ . Определив условия для уравнений Лагранжа, проводят интегрирование всей системы уравнений от  $t_k$  до  $t_0$  и вычисляют функцию влияния  $\Phi(t)$ . В зависимости от знака  $\Phi(t)$  конструируется вариация  $\delta \alpha$  управляющей функции и определяется новая «улучшенная»  $\alpha(t)$ . Рассмотренным итерационным методом был найден максимум  $L$ , имеющий локальный характер.

Во второй части доклада к той же задаче применен метод проб и поправок, позволяющий выявить неоднозначность решения. Задавшись условиями на правом конце траектории ( $t_k$ ) для уравнений движения и определив условия для уравнений Лагранжа, интегрируют всю систему до заданных начальных условий. Для получения управляющей функции  $\alpha(t)$  используется условие  $\Phi=0$ . Изменяя условия на правом конце, добиваются выполнения условий при  $t_0$ .

25 IV 1974. В. Б. Ларин (Киев) *Передвижение двуногих систем.*

Рассматриваются динамические процессы в простейшем двуногом шагающем аппарате. Задача сводится к исследованию предельного цикла на цилиндрическом фазовом пространстве. Анализируются вопросы боковой стабилизации аппарата.

16 V 1974. А. П. Маслов (Москва) *Игровой подход к решению задачи взаимного противодействия двух движущихся объектов.*

Рассматривается процесс взаимного противодействия двух движущихся в пространстве объектов на конечном интервале времени сближения  $[t_0, t_B]$ . В канале связи противников действует нестационарный случайный сигнал-помеха. Динамика одного из противников описывается векторным дифференциальным уравнением в форме Коши в инерциальной системе координат, другого — матрицей импульсных переходных функций.

Функционал, оценивающий эффективность игрового противодействия, — среднее значение квадрата ошибки наведения в момент времени встречи  $t_B$ .

Предлагается метод решения рассматриваемой задачи в классе бесконечных антагонистических игр с нулевой суммой. Используются результаты теории оптимальной фильтрации и нелинейного программирования.

23 V 1974. А. П. Сейранян (Москва) *Оптимальное проектирование балки с ограничениями на частоту собственных колебаний и силу потери устойчивости.*

Рассматривается задача оптимизации веса упругой балки при ограничениях в виде неравенств, наложенных на частоту собственных поперечных колебаний и силу потери устойчивости. Получены необходимые условия оптимальности. Иссле-

дуются поведение оптимального решения вблизи границ. Численное решение задачи производится итерационным методом, при этом на каждом шаге решаются интегральные уравнения.

Исследуются области значений  $\omega$ ,  $p$ , в которых существенно лишь одно ограничение, а также область, в которой оба ограничения выходят из равенства.

Приводится простой способ построения квазиоптимальных решений.

23 V 1974. А. С. Братусь (Москва) *Метод малого параметра для построения приближенных стратегий одного класса дифференциальных игр.*

Рассматривается класс задач, в которых платой является некоторая функция конечного состояния конфликтно-управляемой системы. В случае, когда возможности одного из игроков являются малыми по отношению к возможностям другого, предложены методы построения приближенных оптимальных стратегий игроков, основанные на решении уравнения Беллмана, содержащего малый параметр. Показано, что приближенные оптимальные стратегии игроков могут быть построены, если известны решения соответствующих задач оптимального управления. Доказаны оценки погрешности методов. Приведены примеры.

30 V 1974. В. А. Строков (Москва) *Необходимые условия оптимальности в задачах с ограничениями на траекторию движения.*

Для управляемых систем достаточно общего вида с фазовыми ограничениями и траекториями, допускающими скачки, сформулирована теорема, являющаяся обобщением принципа максимума Л. С. Понтрягина.

6 VI 1974. Л. Д. Акуленко (Москва) *Асимптотическое решение некоторых задач оптимального быстрогодействия.*

Рассмотрена задача оптимального управления системой с нефиксированным моментом окончания процесса. Система содержит малый параметр и приводится к виду систем с вращающейся фазой. Предполагается, что частота зависит от «медленного времени», а управление входит только в малые члены, так что система формально является слабо управляемой.

При помощи развитой методики канонического усреднения строится приближенное решение задачи оптимального управления, причем предполагается, что интервал времени по величине порядка  $1/\varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — малый параметр. Это предположение оказывается естественным, если конечно многообразие зависит лишь от медленных переменных.

Таким образом, исследованы некоторые интересные для практики случаи управляемых систем с малыми, но длительными управляющими воздействиями.

При помощи общей схемы решены некоторые конкретные задачи оптимального управления квазилинейными колебательными системами с одной и двумя степенями свободы.

13 VI 1974. Н. В. Банчук, Ф. Л. Черноусько (Москва). *Определение оптимальных и квазиоптимальных управлений в одной колебательной механической системе.*

Рассмотрены задачи оптимального управления колебательными системами, возникающие при исследовании работы некоторых крановых установок. Система состоит из двух масс, одна из которых (тележка) перемещается по горизонтальной прямой, а другая (груз) подвешена к ней на подвесе постоянной длины. Управление осуществляется при помощи силы, ограниченной по величине и приложенной к точке подвеса груза.

Исследованы управления, оптимальные по быстродействию, и определены режимы движения с минимальным расходом энергии.

Показано, что точные решения, найденные из необходимых условий экстремума, удовлетворяют также достаточным условиям оптимальности.

Для задач оптимального быстрогодействия дано также построение квазиоптимальных режимов управления.

20 VI 1974. Н. В. Банчук, В. М. Мамалыга (Москва). *Исследование оптимальных управлений в одной нелинейной механической системе.*

Рассмотрены задачи оптимального управления механическими системами с переменными инерционными характеристиками, представляющие интерес в связи с изучением оптимальных режимов работы элементов манипуляторов и некоторых крановых установок. Исследуются необходимые условия оптимальности и возможные типы оптимальных движений. Подробно рассматривается случай активных управлений и доказываются теоремы о числе точек переключения. Изучены особые режимы управления. Дано аналитическое решение задачи оптимального быстрогодействия для крановой установки, совершающей поворотные движения с выносом стрелы.

17 X 1974. Н. В. Баничук, А. А. Миронов (Москва) *Оптимизация частот колебаний упругого тела в идеальной жидкости.*

Рассматриваются задачи о колебаниях упругих пластин в идеальной жидкости. Приводится формулировка и исследование соответствующей задачи гидроупругости. Внешняя гидродинамическая задача решается аналитически, и по найденному решению определяются силы, действующие со стороны жидкости на пластинку.

С использованием выражения для реакции жидкости рассматриваемая задача о колебаниях пластинки в жидкости сводится к отысканию собственных значений и собственных функций интегро-дифференциального уравнения. Дается постановка и исследование задачи об отыскании распределения толщин пластинки, для которого достигается максимум первого собственного значения (фундаментальной частоты). Для пластинок с линейной зависимостью жесткости от конструкционного параметра (толщины несущих слоев) в ряде случаев решение оптимизационной задачи находится аналитически. Для решения задач в общем случае предлагается численный алгоритм определения оптимальных форм пластин и приводятся результаты расчетов на ЭВМ.

24 X 1974. А. де Патер (Нидерланды). *Задача о брахистохроне при наличии сухого трения.*

Рассмотрена классическая задача о брахистохроне при условии, что на движущуюся точку действует сила трения. В предположении, что сила трения является малой величиной, получены первые члены разложения для решения уравнения Эйлера при начальных условиях.

14 XI 1974. В. А. Корнеев, А. А. Меликян (Москва). *Дифференциальная игра с импульсным управлением одного игрока.*

Рассмотрена игра сближения двух объектов, первый из которых импульсно управляет своим ускорением, второй — непрерывно скоростью.

Решена игра на минимакс расстояния при фиксированных моментах импульсов; найдено оптимальное распределение моментов импульсов при фиксированном их числе. Рассмотрен предельный переход к случаю бесконечного числа импульсов.

21 XI 1974. Г. К. Пожарицкий (Москва). *Импульсная погоня за противником, ограниченным по энергии.*

Две точки (игроки) движутся под действием сил  $F_{1,2} = -m_{1,2}(k_{1r,2} - k_{2r}^*{}_{1,2})$  притяжения к неподвижному центру и скоростью сопротивления. Управление  $f_1 = m_1 u$  первого (минимизирующего) игрока стеснено по полному импульсу, а управление  $f_2 = m_2 v$  второго игрока стеснено по энергии. Синтезирована задача на минимакс расстояния к заданному моменту времени.

28 XI 1974. М. Ю. Бороодовский, А. С. Братусь, Ф. Л. Черноусько (Москва). *Многоразовая и одnorазовая импульсная коррекция случайных возмущений.*

Рассматривается задача синтеза оптимального импульсного управления движением при случайных возмущениях. Предполагается, что ресурс управляющих сил ограничен. Минимизируется математическое ожидание заданной функции радиус-вектора в конечный момент времени.

Рассматривается как случай многоразовой коррекции, когда число управляющих импульсов неограничено, так и одnorазовая коррекция. Такой подход позволяет установить верхнюю и нижнюю оценки качества управления при произвольном ограниченном числе импульсов.

Задачи синтеза сводятся к решению краевых задач для параболических уравнений с неизвестной границей. Число независимых переменных уменьшается путем выделения классов инвариантно-групповых решений.

Найдены некоторые точные аналитические решения. В общем случае предложен численный метод расчета, использующий построение асимптотических приближений. Получены решения задач синтеза для систем, разной размерности.

28 XI 1974. А. Г. Пашков (Москва). *Об одном подходе к решению нелинейной позиционной игры сближения.*

Рассматривается игровая задача сближения для нелинейной конфликтно-управляемой системы.

Показано, что достаточные условия для успешного завершения рассматриваемой нелинейной позиционной дифференциальной игровой задачи сближения могут быть при определенных предположениях выведены из условий регулярности некоторых вспомогательных дифференциальных игр.

Для иллюстрации предложенного подхода рассмотрено решение задачи о сближении по геометрическим координатам двух объектов (материальных точек), движение которых описывается квазилинейными дифференциальными уравнениями, причем в системе управления первого (догоняющего) объекта имеется «люфт».

12 XII и 19 XII 1974. А. Я. Дубовицкий (Москва). *Принцип максимума для общей задачи оптимального управления со смешанными ограничениями.*

Рассматривается общая задача оптимального управления. Предполагается, что на управляющую функцию наложены как геометрические ограничения, так и смешанные ограничения типа равенств либо неравенств, связывающие управляющие функции и фазовые переменные. Дано обобщение принципа максимума Л. С. Понтрягина для подобных задач. Решено несколько примеров.

26 XIII 1974. Ф. Л. Черноусько (Москва). *Оптимальное перемещение висящего груза.*

Рассматривается управляемая механическая система в виде висящего груза (маятника), точка подвеса которого может двигаться по горизонтальной прямой со скоростью, ограниченной по величине. Построен оптимальный закон движения точки подвеса, при котором груз перемещается на заданное расстояние за кратчайшее время, причем в начале и в конце движения груз покоится, т. е. происходит гашение колебаний. Попутно решена связанная с исходной задачей задача о максимальном перемещении маятника за фиксированное время. Оптимальные законы состоят из чередующихся участков движения в прямом и обратном направлениях с максимальной скоростью, причем число участков зависит от параметров задачи. Показано, что при любых параметрах и начальных данных существует простой режим движения с тремя участками постоянства скорости, который не более чем на 1,2% отличается от оптимального по функционалу. Рассматриваемая в докладе задача поставлена в связи с исследованием оптимальных режимов работы широко распространенных подъемно-транспортных машин типа мостовых кранов.

Решены также некоторые задачи об оптимальном разгоне и торможении груза.

УДК 531:061.3

## ВСЕСОЮЗНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ОПТИМАЛЬНОМУ УПРАВЛЕНИЮ В МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Всесоюзная конференция по оптимальному управлению в механических системах была организована Институтом проблем механики АН СССР и проведена в Москве 2—4 декабря 1974 г.

На конференции обсуждалось современное состояние теоретических и прикладных исследований в области оптимального управления механическими системами и намечены дальнейшие перспективы развития этой проблематики.

В работе конференции приняло участие более 200 специалистов-ученых, работающих в области оптимального управления механическими системами, из многих городов страны: Москвы, Ленинграда, Киева, Свердловска, Казани, Новосибирска, Вильнюса, Риги, Алма-Аты, Кипинева, Фрунзе, Апхабада, Харькова, Одессы, Перми и других городов.

На конференций были заслушаны 4 пленарных и 62 секционных доклада.

### Пленарные доклады

Н. Н. Красовский (Свердловск). *Игровое управление и задачи устойчивости.* В докладе рассмотрены задачи управления в условиях конфликта или неопределенности, формализованные как позиционные дифференциальные игры. Предложен метод стабилизации неустойчивых движений на основе усовершенствования схемы управления с поводырем.

Д. Е. Охотимский, А. К. Платонов, Г. К. Боровин, И. И. Карпов, А. А. Кирильченко, Е. И. Кугушев, Ю. М. Лазутин, В. Е. Павловский, В. Е. Прянчиников, В. С. Ярошевский (Москва) *Интегральный локомотивный робот — сложная механическая управляемая система.* В докладе рассмотрены проблемы механики и управления,