1974 МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА № 1

УДК 539.3:534.1

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ НАГРУЖЕНИИ ИМПУЛЬСОМ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

Л. В. АНДРЕЕВ, И. Н. КРУШЕЛЬНИЦКИЙ, И. Д. ПАВЛЕНКО,
Ю. К. ПРИВАРНИКОВ, Е. Ф. ПРОКОПАЛО

(*Днепропетровск*)

Приведены результаты экспериментального и теоретического исследования устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении. Исследована эффективность подкреплений кольцевого и вафельного типов. Методика расчета подкрепленных оболочек на динамическое радиальное давление построена на основе теории течения полубезмоментных оболочек. Получено удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных.

При создании тонкостенных конструкций, обладающих малым весом и высокой несущей способностью, широкое применение находят оболочки с различными типами подкреплений в виде ребер жесткости. Эффективность таких подкреплений для случая статического нагружения не вызывает сомнений и подтверждается многочисленными экспериментами [1, 2]. Влияние подкрепления на критические нагрузки при нагружении импульсом давления практически не изучено. Теоретические исследования для упругой области [3] показывают, что эффективность подкрепления при динамическом нагружении снижается.

Насколько известно, работы, посвященные экспериментальному исследованию динамической устойчивости подкрепленных оболочек, в литературе вообще отсутствуют.

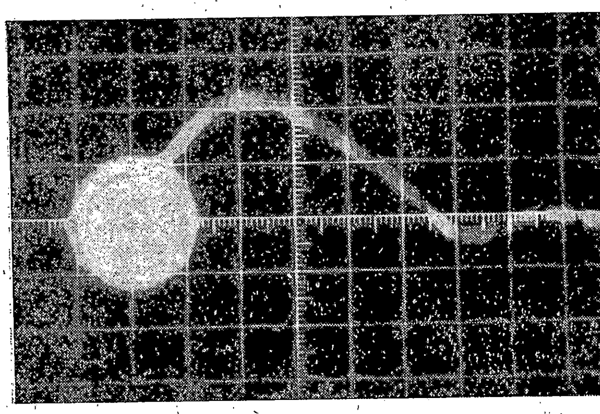
Ниже представлены некоторые экспериментальные и теоретические исследования по оценке влияния различных типов подкреплений на динамическую устойчивость цилиндрических оболочек, нагружаемых импульсом внешнего давления. Проведение экспериментальных исследований в широком диапазоне длительности импульса вызывает большие трудности в связи со сложностью возбуждения и регистрации динамических нагрузок. Тем не менее, некоторые характерные особенности динамического выпучивания подкрепленных оболочек и оценку эффективности различных типов подкреплений удается установить.

1. Экспериментальные исследования проводились на цилиндрических оболочках пяти типов: гладкие оболочки (I), вафельные оболочки с постоянной жесткостью продольных и кольцевых ребер (II), вафельные оболочки с увеличивающейся к их середине жесткостью продольных и кольцевых ребер (III), оболочки с кольцевыми ребрами одинаковой жесткости (IV), оболочки с кольцевыми ребрами, жесткость которых увеличивается от края к середине (V).

Таблица 1

Тип оболочк	Вес, *кг*	h, *мм*	$n_1 \times n_2$	$h_1 \times d_1$, *мм·мм*	$h_2 \times d_2$, *мм·мм*	b_1, *мм*	b_2, *мм*
I	0.669	1.0	—	—	—	—	—
II	0.802	0.5	11×4	2×4	2×4	41.5	40
III	0.885	0.5	11×4	$\frac{3.5\times4}{0.5\times9}$	$\frac{3.5\times4}{2.0\times7}$	41.5	40
IV	0.714	0.5	0×19	—	3.0×1.5	—	10
V	0.732	0.5	0×19	—	$\frac{4.5\times1.5}{1.5\times1.5}$	—	10

Все оболочки имели внутренний радиус $R=70$ *мм* и длину рабочей части $L=200$ *мм*. Оболочки I, IV и V типов были изготовлены механической обработкой, а II и III типов — механической обработкой с последующим химическим фрезерованием. Материал оболочек — алюминиевый сплав АМГ-6 с характеристиками $\gamma=2.64$ *кг/дм³*, $E\approx6.8\cdot10^5$ *кг/см²*, $\sigma_{0.2}=1600$ *кг/см²*, $\sigma_b=3200$ *кг/см²*. Параметры оболочек и подкреплений приведены в табл. 1, где приняты следующие обозначения; h — толщина оболочки, n_i, h_i, d_i, b_i — число, высота, ширина ребер и расстояние между ними; $i=1,2$; $i=1$ соответствует продольным ребрам, $i=2$ — кольцевым. Для оболочек III и V типов указаны минимальные и максимальные параметры подкрепляющих ребер.



Фиг. 1

Динамическое нагружение оболочек проводилось в цилиндрической камере, заполненной водой. Импульс давления создавался при помощи высоковольтного разряда в воде. Величина импульса регистрировалась пьезоэлектрическим датчиком давления, сигнал от которого поступал на электроннолучевой осциллограф и фиксировался фотоприставкой. Фотография типичного импульса давления приведена на фиг. 1. Длительность импульса давления при испытаниях всех оболочек изменялась в пределах $\pm5\%$ и составляла в среднем $3\cdot10^{-5}$ *сек*. Нагружение оболочек статическим давлением проводилось в той же камере. В залитой водой камере давление создавалось сжатым воздухом, поступавшим через редуктор.

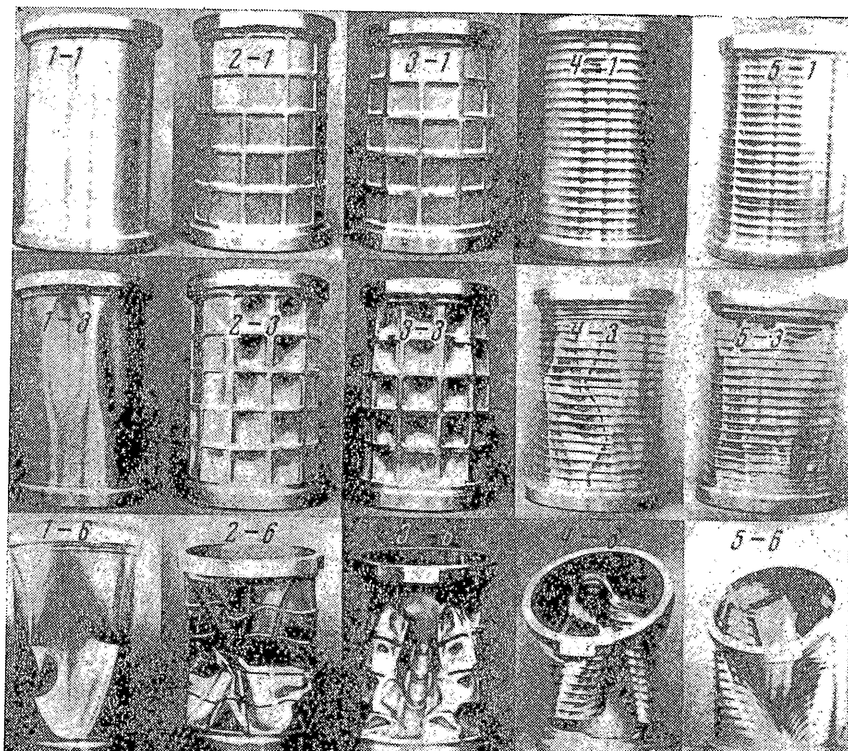
Потеря устойчивости оболочек при статическом нагружении сопровождалась резким хлопком и значительным падением давления в испытательной камере, что позволяло довольно точно фиксировать величину критической нагрузки по образцовому манометру.

Как при динамических, так и при статических испытаниях оболочки устанавливались соосно с камерой. Осуществлялось две схемы нагружения: всестороннее внешнее давление; радиальное внешнее давление. В первом случае торцы оболочек герметизировались заглушками, во втором — осевая сила, действующая на заглушки, воспринималась жестким металлическим стержнем, помещенным внутрь оболочки между заглушками. Условия заделки торцов в обоих случаях соответствуют жесткому защемлению.

Испытания оболочек каждого типа проводились в следующей последовательности. Вначале оболочка нагружалась импульсом давления $I=10^{-2}$ *кг·сек/см²*. Затем действующий импульс увеличивался этапами по

$\Delta I=0{,}8\cdot 10^{-3}$ *кг·сек/см*^{2} до критической величины. Под критическим понимался импульс, в результате действия которого гладкая оболочка получала видимые вмятины со стрелой прогиба порядка толщины и больше, а для подкрепленных наступала общая потеря устойчивости с изгибом ребер (фиг. 2, оболочки 1—3÷5—3). Далее на двух оболочках производилась проверка и уточнение полученного критического значения импульса и, наконец, четвертая оболочка подвергалась статическому нагружению для определения критического давления (фиг. 2, оболочки 1—6÷5—6).

Как при статическом, так и при поэтапном динамическом нагружениях у оболочек вафельной конструкции вначале наблюдалась локальная поте-

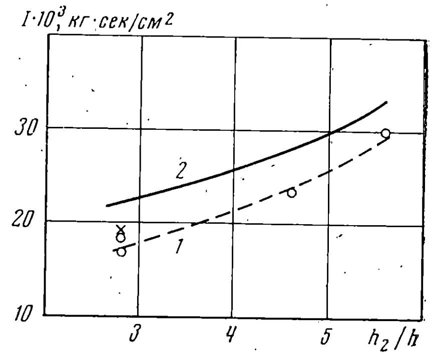


Фиг. 2

ря устойчивости между подкрепляющими ребрами. Величина нагрузки при этом составляла 50—70% нагрузки, соответствующей изгибу ребер. Потеря устойчивости оболочек с равномерным распределением жесткости по длине (типы II и IV) происходила, как правило, с образованием волн, захватывающих все кольцевые ребра. Для оболочек с неравномерным распределением жесткости (типы III и V) образование вмятин наблюдалось в зоне слабых ребер.

Некоторые количественные результаты для оболочек, нагружавшихся всесторонним давлением и импульсом, приведены в табл. 2, где обозначено I[*кг·сек/см*^{2}] — критический импульс давления, q[*кг/см*^{2}] — критическое всестороннее статическое давление, p_0[*кг / см*^{2}] — амплитудная величина давления, вычисленная в предположении, что импульс, показанный на фиг. 1, можно представить полуволной синуса; η_d, η_s — отношения критических величин импульса и давления для подкрепленных оболочек к соответствующим величинам для гладких оболочек 1 и 4, ξ — отношение средних весов подкрепленной и гладкой оболочек.

Из табл. 2 следует, что при статическом и динамическом нагружениях критические значения, соответствующие общей потере устойчивости, для подкрепленных оболочек выше, чем те же величины для гладких оболочек. Существенное различие коэффициентов η_d и η_s указывает на значительное снижение эффективности подкрепления при динамическом нагружении по сравнению со статическим, однако это снижение неодинаково для разных типов подкреплений. Наиболее рациональным из исследованных типов подкреплений, по-видимому, следует считать равномерное кольцевое (тип IV), поскольку выигрыш в несущей способности для оболочки типа III не оправдывается значительным проигрышем в весе (32,6%) по сравнению с гладкой. При испытаниях оболочек на радиальное нагружение было установлено, что отсутствие осевой составляющей нагрузки оболочек приводит к увеличению критического им-



Фиг. 3

Таблица 2

№	Тип оболочки	$I \cdot 10^2$	q	p_0/q	η_d	η_s	$I_*^T \cdot 10^2$
1		1.43	—	117	1.0	—	
2	I	1.72	—	140	1.21	—	2.2
3	1.0	1.72	—	140	1.21	—	
4		—	6.4	—	—	1.0	
5		1.84	—	64	1.29	—	2.9
6	II	2.22	—	77	1.56	—	
7	1.20	2.22	—	77	1.56	—	
8		—	15.0	—	—	2.34	
9		2.73	—	58	1.91	—	
10	III	2.95	—	63	2.07	—	
11	1.32	2.72	—	58	1.91	—	
12		—	14.5		—	3.83	
13		2.10	—	51	1.47	—	
14	IV	2.52	—	61	1.77	—	3.3
15	1.08	2.52	—	61	1.77	—	
16		—	21.5	—	—	3.36	
17		1.93	-	51	1.35	—	
18	V	2.32	-	61	1.63	—	
19	1.11	2.32	-	61	1.63	—	
20		—	20		—	3.13	

пульса давления в 1.3—1.5 раза по сравнению с соответствующим всесторонним импульсом. Характер потери устойчивости при действии импульса всестороннего давления показан на фиг. 2. На фиг. 3 показана экспериментальная 1 и теоретическая 2 зависимости критического импульса от жесткости ребер при чисто радиальном нагружении. Уменьшение высоты ребер в два раза приводит почти к такому же уменьшению критического импульса. На одной из испытанных оболочек ребра высотой $h_2=2.8$ *мм* чередовались с ребрами $h_2=1.4$ *мм*. В этом случае вмятины образовались на участках между высокими ребрами и захватывали уменьшенное ребро. Критический импульс радиального давления близок к соответствующей величине для оболочки с ребрами $h_2=1.4$ *мм* (звездочка на фиг. 3).

2. Для испытанных оболочек типов I, II и IV был проведен расчет величины критического импульса радиального внешнего давления. Система уравнений устойчивости при действии динамического внешнего давления получена, исходя из полубезмоментной теории конструктивно-ортотропных оболочек с учетом эксцентричности расположения ребер [4].

В отличие от исследований [3] задача решалась в упруго-пластической постановке. Связь между приращениями напряжений и деформаций в пластической зоне принималась в соответствии с законом ассоциативного течения [5]. Граница упругой и пластической зон определялась из условия Мизеса с учетом упрочнения материала.

Напряженно-деформированное состояние оболочки под действием импульсной нагрузки представляется в виде суммы осесимметричной (W°, N_y° и т. д.) и изгибной (возмущенной W, δN_x и т. д.) составляющих. Если учесть малость возмущений, то при таком представлении система линеаризуется относительно изгибной составляющей и принимает вид

$$\frac{1}{R}N_y^\circ=-\rho h(1+\omega_1+\omega_2)\frac{\partial^2 W^\circ}{\partial t}+P(t) \tag{2.1}$$

$$R\frac{\partial^4\delta M_y}{\partial y^4}+\frac{1}{R}\frac{\partial^2\delta M_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\delta N_x}{\partial x^2}+RN_y^\circ\frac{\partial^4(W-W_0)}{\partial y^4}=$$

$$=-\rho h(1+\omega_1+\omega_2)\frac{\partial^2 W^\circ}{\partial t\,\partial y^2}$$

где $\omega_i=F_i/b_ih$ $(i=1,2)$, F_i — площадь ребра, ρ — плотность материала оболочки, E_t — касательный модуль.

Вычисление приращений погонных усилий δN_x, δN_y и момента δM_y с учетом зависимостей приращений в упругой и пластической областях приводит к следующим выражениям:

$$\frac{\delta N_x(1-\nu^2)}{Eh}=a_{11}\delta\varepsilon_x+a_{12}\delta\varepsilon_y+k_{12}\delta\varkappa_y \tag{2.2}$$

$$\frac{\delta N_y(1-\nu^2)}{Eh}=a_{21}\delta\varepsilon_x+a_{22}\delta\varepsilon_y+k_{22}\delta\varkappa_y$$

$$\frac{12\delta M_y(1-\nu^2)}{Eh}=k_{21}\delta\varepsilon_x+k_{22}^*\delta\varepsilon_y+\mu_2\delta\varkappa_y$$

Для случая внешнего подкрепления прямоугольными ребрами жесткости коэффициенты a_{ij}, k_{ij}, μ_2 имеют вид:

а) если граница упругой и пластической зон приходит по подкреплению (обшивка — в упругой области)

$$a_{11}=1+\omega_1(1-\nu^2),\qquad a_{12}=\nu,\qquad a_{12}=a_{21} \tag{2.3}$$

$$a_{22}=\left\{1+\omega_2\left[\frac{1}{\varphi_k}-\left(1-\frac{1}{\varphi_k}\right)\frac{Z_0+{}^1/_2}{\gamma_2}\right](1-\nu^2)\right\},\qquad k_{12}=k_{21}=0$$

$$k_{22}=-\omega_2h\left\{\frac{(Z_0+{}^1/_2)(Z_0-{}^1/_2)}{2\nu}\left(1-\frac{1}{\varphi_k}\right)+\frac{\gamma_2+1}{2\varphi_k}\right\},\qquad k_{22}^*=\frac{12}{h^2}k_{22}$$

$$\mu_2=1+\frac{EI_2}{b_2D}\left\{\frac{1}{\varphi_k}+\left(1-\frac{1}{\varphi_k}\right)\frac{(Z_0+{}^1/_2)\left[(Z_0+{}^1/_2)^2+3(Z+{}^1/_2)^2\right]}{\gamma_2\left[\gamma_2^2+3(\gamma_2+1)^2\right]}\right\}$$

б) если граница упругой и пластической зон проходит по обшивке

$$a_{11}=1+\omega_1(1-\nu^2)-\frac{(\varphi_k-1)(1-2\nu)^2}{(5-4\nu)\varphi_k-(1-2\nu)^2}\left(\frac{1}{2}+Z_0\right) \tag{2.4}$$

$$a_{12}=\nu+\frac{(\varphi_k-1)(2-\nu)(1-2\nu)}{(5-4\nu)\varphi_k-(1-2\nu)^2}\left(\frac{1}{2}+Z_0\right) \qquad a_{12}=a_{21}$$

$$a_{22}=1-\frac{(\varphi_k-1)(2-\nu)^2}{(5-4\nu)\varphi_k-(1-2\nu)^2}\left(\frac{1}{2}+Z_0\right)+\frac{\omega^2(1-\nu^2)}{\varphi_k}$$

$$k_{12}=\frac{h}{2}\frac{(\varphi_k-1)(1-2\nu)(2-\nu)}{(5-4\nu)\varphi_k-(1-2\nu)^2}\left(\frac{1}{4}-Z_0^2\right), \qquad k_{21}=\frac{12}{h^2}k_{12}$$

$$k_{22}=-\frac{h}{2}\frac{(\varphi_k-1)(2-\nu)^2}{(5-4\nu)\varphi_k-(1-2\nu)^2}\left(\frac{1}{4}-Z_0^2\right)+\frac{\omega_2(\gamma_2+1)h}{2\varphi_k}$$

$$k_{22}^*=\frac{12}{h^2}k_{22}$$

$$\mu_2=\frac{EI_2}{b_2D\varphi_k}+1-\frac{(\varphi_k-1)(2-\nu)^2}{(5-4\nu)\varphi_k-(1-2\nu)^2}\left(\frac{1}{2}+4Z_0^3\right)$$

$$\varphi_k=E/E_t, \qquad \gamma_i=h_i/h, \qquad Z_0=Z_0^*/h$$

где EI_2, Z_0^* — изгибная жесткость шпангоута относительно срединной поверхности обшивки и расстояние от той же поверхности до границы упругой и пластической зон. Значения коэффициентов a_{ij}, k_{ij} приведены для случая внешнего подкрепления и выпучивания внутрь. Как показали расчеты, такой форме выпучивания соответствуют меньшие критические нагрузки.

В дальнейшем предполагается, что положение границы раздела упругой и пластической зон не зависит от координат x, y, а величина Z_0 определяется из условия текучести Мизеса.

Связь между деформациями и нормальным прогибом определяется уравнением совместности деформаций, которое с учетом допущений полубезмоментной теории [6] имеет вид

$$\frac{\partial^2\delta\varepsilon_x}{\partial y^2}=-\frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \tag{2.5}$$

Связь между приращениями $\delta\varepsilon_y$, $\delta\varepsilon_x$ и $\delta\varkappa_y$ устанавливается из выражения для приращения кольцевого погонного усилия

$$\delta\varepsilon_y=\frac{1}{a_{22}}\left(\frac{\delta N_y(1-\nu^2)}{Eh}-a_{21}\delta\varepsilon_x-k_{22}\delta\varkappa_y\right) \tag{2.6}$$

причем δN_y определяется из уравнения осесимметричного движения оболочки.

Подставив (2.3) в (2.2), с учетом соотношений (2.3) – (2.6) получим

$$\frac{N_y^\circ}{R}=-\rho h(1+\omega_1+\omega_2)\frac{\partial^2 W^\circ}{\partial t^2}+P(t) \tag{2.7}$$

$$DR\left(\mu_2-\frac{k_{22}^*k_{22}}{a_{22}}\right)\frac{\partial^8 W}{\partial y^8}+\frac{D}{R}\left(\mu_2-\frac{k_{22}^*k_{22}}{a_{22}}\right)\frac{\partial^6 W}{\partial y^6}+$$

$$+\left[\left(\frac{k_{22}^*a_{21}}{a_{22}}-k_{21}\right)D+\left(\frac{a_{12}k_{22}}{a_{22}}-k_{12}\right)B\right]\frac{\partial^6 W}{\partial x^2\,\partial y^4}+$$

$$+B\frac{a_{11}}{R}\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+N_yR\frac{\partial^6(W-W_0)}{\partial y^6}=-\rho h(1+\omega_1+\omega_2)\frac{\partial^6 W}{\partial y^4\,\partial t^2}$$

$$B=Eh/(1-\nu^2),\ D=Eh/12(1-\nu^2)$$

где B, D — жесткости на изгиб и растяжение обшивки.

Аппроксимирующее выражение полного и начального прогибов принимаются в виде

$$W=W_n(t)\sin\frac{\pi x}{L}\sin\frac{ny}{R},\qquad W_0=W_{n0}\sin\frac{\pi x}{L}\sin\frac{ny}{R} \tag{2.8}$$

Подстановкой (2.8) в (2.7) при помощи метода Бубнова — Галеркина осуществляется переход к системе уравнений движения относительно обобщенных координат

$$\frac{d^2w^\circ}{d\tau^2}+\frac{N_y^\circ}{Eh(1+\omega_2)}=p(\tau)-\frac{a_0\rho_0R}{a\rho h\sqrt{(1+\omega_1+\omega_2)(1+\omega_2)}}\frac{dw^\circ}{d\tau} \tag{2.9}$$

$$\frac{d^2w_n}{d\tau^2}+\frac{1}{k_n}\left\{\frac{h^2}{12R^2(1-\nu^2)(1+\omega_2)}\left[\mu_2^*n^2(n^2-1)-A+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{12a_{11}}{n^4}\left(\frac{\pi^2R^3}{L^2h}\right)^2\right]-\frac{N_yn^2}{Eh(1+\omega_2)}\right\}w_n=\frac{N_yn^2}{Eh(1+\omega_2)}w_{n0}$$

$$\frac{N_y}{R}=\frac{Eh}{R(1-\nu^2)}\int\limits_0^{\varepsilon_0}a_{22}\,d\varepsilon_0,\qquad \varepsilon_0=w^\circ=\frac{W^\circ}{R}$$

$$\tau=\omega_0t,\qquad \omega_0=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{E(1+\omega_2)}{\rho(1+\omega_1+\omega_2)}},\qquad p=\frac{PR}{Eh(1+\omega_2)}$$

$$\mu_2^*=\mu_2-\frac{k_{22}^*k_{22}}{a_{22}},\qquad A=2\left(\frac{k_{22}^*a_{21}}{a_{22}}-k_{21}\right)h\frac{\pi^2R^3}{L^2h}$$

где a_0, a — скорости звука в жидкости и металле, $\rho_0\rho$ — плотности жидкости и металла.

Члены уравнений, содержащие a_0 и k_n, учитывают влияние окружающей среды. При этом для осесимметричного движения вводится гипотеза плоского отражения (гидродинамические силы при движении оболочки задаются выражением $\Delta P=\rho_0a_0dw^0/dt$. Влияние жидкости на изгибные формы учитывается по формуле В. В. Новожилова

$$k_n=1+\frac{\rho_0R}{\rho h(1+\omega_1+\omega_2)}\frac{1}{\sqrt{n^2+\alpha^2}},\qquad \alpha=\frac{\pi R}{L}$$

Система уравнений (2.9) совместно с условием текучести Мизеса $T=\tau_s$ интегрировалась численно методом Адамса на ЭВЦМ. Величина начальной погиби принималась равной 0.01, что соответствует замерам начальной погиби у серий точеных оболочек, проведенных до испытаний. В качестве критерия устойчивости принимался остаточный изгибный прогиб равный толщине оболочки.

При решении системы уравнений (2.9) принимались нулевые начальные условия для нормальных прогибов. Был проведен расчет критических нагрузок гладких и подкрепленных равномерными ребрами оболочек (типы I, II и IV). Результаты расчета критического импульса I_*^T приведены в табл. 2. Наблюдается хорошее качественное согласование результатов расчета и экспериментальных данных. Количественное отличие расчета и эксперимента можно объяснить погрешностями в измерительной схеме и приближенным учетом влияния жидкости. Как показано в [6], применение гипотезы плоского отражения для учета влияния жидкости в осесимметричном движении оболочки в упругом случае занижает осесимметричный прогиб (а следовательно, завышает критические нагрузки) на 20%. Кроме того, расчет не учитывал наличие осевой составляющей динамической нагрузки.

Поступила 29 IX 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформируемых систем. М., «Наука», 1967.
2. *Кабанов В. В.* К расчету на устойчивость конструктивно анизотропных оболочек за пределами упругости. Инж. ж. МТТ, 1967, № 5.
3. *Шумик М. А.* Устойчивость цилиндрических оболочек при действии динамического радиального давления. Тр. VII Всес. конф. по теории пластин и оболочек (Днепропетровск, 1969). М., «Наука», 1970.
4. *Теребушко О. И.* О влиянии расположения ребер на величину критической нагрузки цилиндрической подкрепленной оболочки. В сб.: Расчет пространственных конструкций, вып. 11. М., Стройиздат, 1967.
5. *Качанов Л. М.* Основы теории пластичности. М., «Наука», 1969.
6. *Власов В. З.* Основные дифференциальные уравнения общей теории упругих оболочек. ПММ, 1944, т. 8, вып. 2.