

УДК 521.93

© 2007 г. **В.В. БОНДАРЕНКО, В.В. ПЕРЕПЕЛКИН**

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПОЛЮСА ЗЕМЛИ

На основе данных Международной службы вращения Земли [1] методом наименьших квадратов построена интерполяция и дан прогноз движения полюса с помощью основной модели, рассмотренной в [2–9]. На базе основной модели рассматривается расширенная модель движения полюса Земли, учитывающая колебания, вызванные лунным воздействием. На периоде биений установлено проявление высокочастотных лунных колебаний и возможность их интерполирования на коротком интервале времени. Проводится сравнительный анализ моделей, учитывающих месячную и двухнедельную частоты.

1. Введение. В конце XX столетия в области навигации произошли огромные изменения в связи с появлением искусственного навигационного поля, создаваемого системой глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. Использование данного поля дало возможность существенно улучшить функционирование навигационной аппаратуры потребителя, работающей по сигналам ГЛОНАСС/GPS, и позволяющей определять координаты и время с невиданной ранее точностью. Разрабатываемые инновационные технологии должны быть ориентированы на существенное повышение точностных характеристик отечественной спутниковой навигационной системы ГЛОНАСС и массовое применение при решении прикладных задач в областях навигации, геодезии и геофизики [5, 6]. В связи с этим актуальным является вопрос о достижении высокой точности координатно-временного обеспечения.

Данная задача, как известно, напрямую связана с фундаментальной астрометрической проблемой вращения Земли вокруг центра масс и непосредственно с колебанием полюса и его прогнозом.

Анализ траектории полюса и прогноз его движения представляют существенный интерес в естественнонаучном и прикладном аспектах. Построение высокоточной теоретической модели колебательного процесса полюса Земли на основе данных Международной службы вращения Земли (МСВЗ) и надежный прогноз движения весьма важны при решении задач навигации [5].

Обобщение основной модели колебаний полюса [7] осуществляется с помощью небесно-механических подходов, при этом существенное внимание уделяется механической постановке задачи. С учетом спектрального анализа временных рядов МСВЗ проводится идентификация параметров модели методом наименьших квадратов.

2. Выбор базовых функций для построения модели движения полюса Земли. Создание математических моделей вращательно-колебательного движения деформируемой Земли, которые с высокой точностью идентифицируют ее параметры вращения на основе данных измерений МСВЗ и дают надежный прогноз движения полюса, является основополагающим при исследовании ряда астрометрических, геодинамических и навигационных задач. Поиск компромисса между основными элементами колебаний полюса при построении теоретической модели требует глубокой детальной проработки задачи. Математическая модель должна быть в какой-то степени сбалансирована, усложнение

модели Земли (в частности многослойность внутреннего строения) не является оправданным, поскольку определение требуемых геометрических и физических характеристик планеты на основе статистической обработки косвенных данных измерений не может быть проведено с требуемой точностью и полнотой.

Адекватная астрометрическим данным теоретическая модель, построенная в [6, 7], содержит небольшое число неизвестных параметров (малопараметрическая модель), подверженных малым вариациям вследствие нестационарности возмущающих факторов. По данным МСВЗ за последние 15–20 лет в сложном движении полюса выделяются следующие основные составляющие – чандлеровское колебание (свободная нутация), амплитуда которого достигает величин 0."20–0."25, а период 430 ± 12 звездных суток, годичное колебание с амплитудой $\sim 0."07\text{--}0."08$ и периодом равным одному году (365 звездных суток). Принципиальное значение для построения математической модели движения полюса Земли на больших промежутках времени (50 лет и более) имеет тренд полюса Земли (0."5 по направлению 90° на запад от Гринвича). Оптимальные значения этих параметров находятся с помощью метода наименьших квадратов на основе статистической обработки астрометрических результатов высокоточных измерений угловых параметров движения Земли. В итоге удается установить высокую точность интерполяции колебательного процесса полюса в интервалах времени 10–15 лет.

Упрощенные уравнения движения полюса Земли получаются из классических динамических уравнений Эйлера – Лиувилля и имеют вид [8]:

$$\begin{aligned} \dot{p} + N_p q &= M_p, & \dot{q} - N_q p &= M_q \\ p(0) &= p^0, & q(0) &= q^0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь p, q – проекции вектора мгновенной угловой скорости вращения Земли на связанные оси; $N_{p,q} \cong N$ – чандлеровская частота; $M_{p,q}$ – основные возмущающие гравитационно-приливные моменты сил, вызывающие нутационные колебания полюса.

Вводя переменные $x(\tau) = p(t), y(\tau) = q(t)$, где $\tau = t/T_n$ – время, измеряемое годами, приведем выражения координат полюса

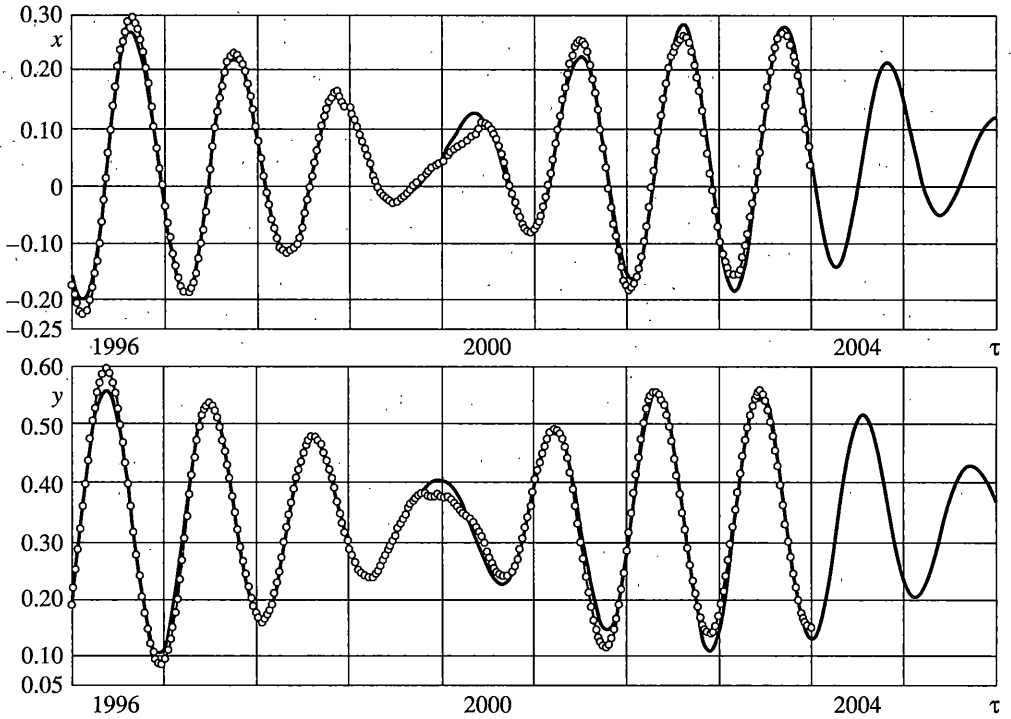
$$\begin{aligned} x(\tau) &= c_x(\tau) - a_x^c \cos 2\pi N\tau + a_x^s \sin 2\pi N\tau - N d_x^c \cos 2\pi\tau - d_x^s \sin 2\pi\tau \\ y(\tau) &= c_y(\tau) + a_y^c \cos 2\pi N\tau + a_y^s \sin 2\pi N\tau - N d_y^c \cos 2\pi\tau + d_y^s \sin 2\pi\tau \\ N &= 0.845\text{--}0.850 \end{aligned} \quad (2.2)$$

где N – чандлеровская частота, численное значение которой выбирается на основе дисперсионного анализа. Неизвестные $a_{x,y}^{c,s}, c_{x,y}, d_{x,y}^{c,s}$ – вычисляются с помощью метода наименьших квадратов по данным МСВЗ [1]. При определении этих коэффициентов следует иметь в виду равенства $a_x^{c,s} \approx a_y^{s,c}, d_x^{c,s} \approx d_y^{s,c}$, являющиеся структурным свойством модели, что также указывает на взаимосвязанность процессов x и y . Это следует учитывать при статистической обработке данных измерений.

Введенные параметры могут в пределах достаточно длительного интервала $0 \leq \tau \leq \theta$ (где θ , например, составляет 10–15 лет) подвергаться коррекции вида $c_{x,y} = c_{x,y}^0 + c_{x,y}^1 \tau + \dots$

и аналогично для $a_{x,y}^{c,s}, d_{x,y}^{c,s}$. Для улучшения интерполяции процесса колебаний вековые члены должны учитывать медленную эволюцию основных параметров системы.

На фиг. 1 представлена интерполяция наблюдаемого процесса и прогноз на 2 года (до конца 2005 г.) колебаний полюса на основе 8-летних ежедневных данных наблюдений МСВЗ (1996–2003 гг.) посредством шестипараметрической модели. Исследование эффективности интерполяции и прогноза движения полюса на основе данных измерений



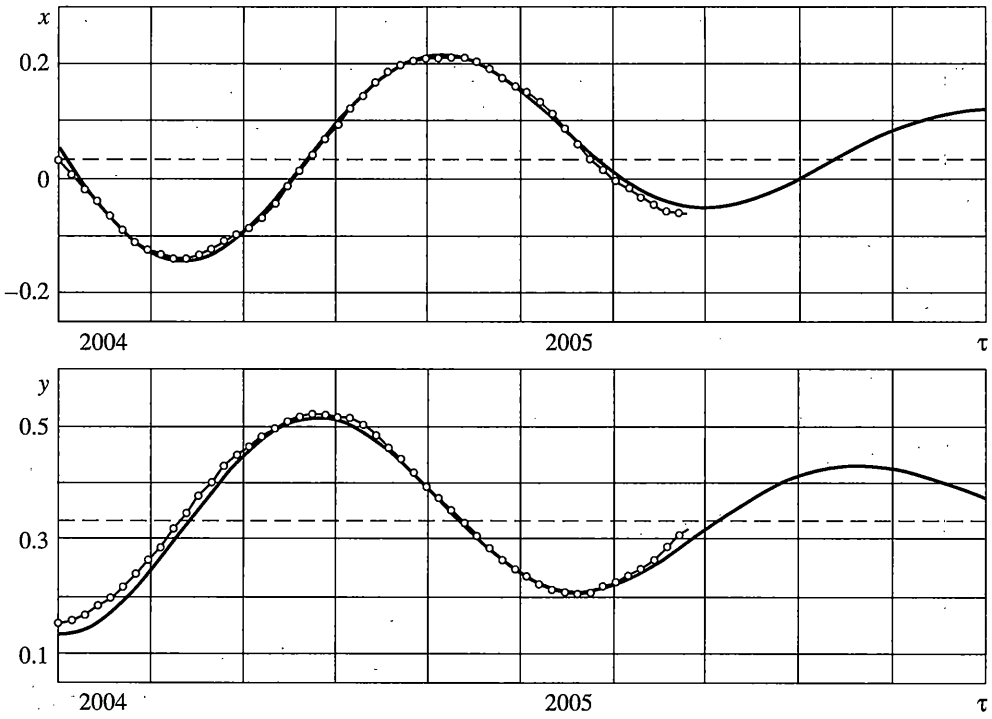
Фиг. 1

МСВЗ оказались высокоточными и привели к максимальной погрешности $0.''02$, т.е. 60 см при $\Delta t = 500$ суток. Сопоставление двухлетнего (2004–2005 гг.) прогноза (сплошные линии) и данных измерений МСВЗ (светлые кружки) на интервале (01.01.2004–14.05.2005) приводится на фиг. 2. Среднеквадратичная угловая ошибка составляет величину, меньшую $0.''01$, что соответствует линейной ошибке 20 см.

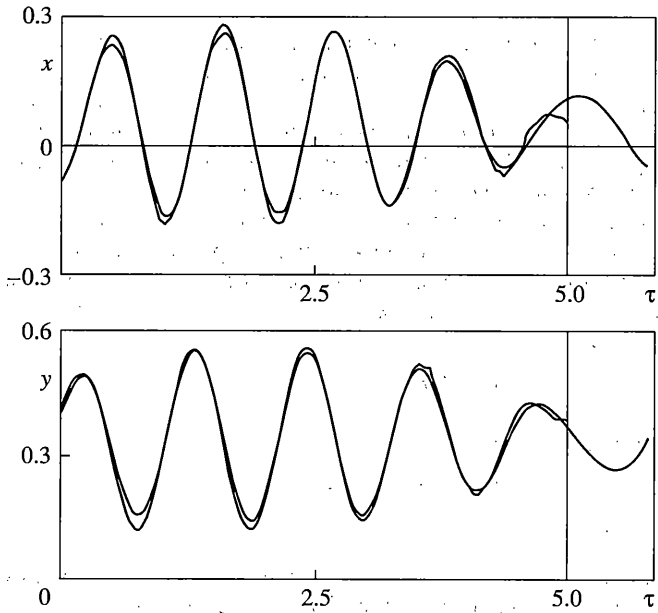
На фиг. 3 приводятся результаты интерполяции с начала 2001 г. до конца 2005 г. и прогноза на 10 месяцев.

3. Учет высокочастотных составляющих в колебаниях полюса по расширенной модели. На базе полученной ранее 5–6-ти параметрической модели [7, 8] делается попытка создания более полной расширенной теоретической модели, учитывающей воздействие с более высокими частотами. Это лунные, полугодные и, возможно, комбинационные гармоники гравитационно-приливных сил. Обобщение модели осуществляется на основе небесно-механических подходов, с учетом спектрального анализа временных рядов Международной Службы вращения Земли, проводится идентификация параметров модели методом наименьших квадратов. В работе рассматриваются лунные воздействия, приводящие к высокочастотным колебаниям полюса, среди которых наиболее существенны колебания с месячной ($M_m = 27.667$ суток) и двухнедельной ($M_f = 13.661$ суток) частотами.

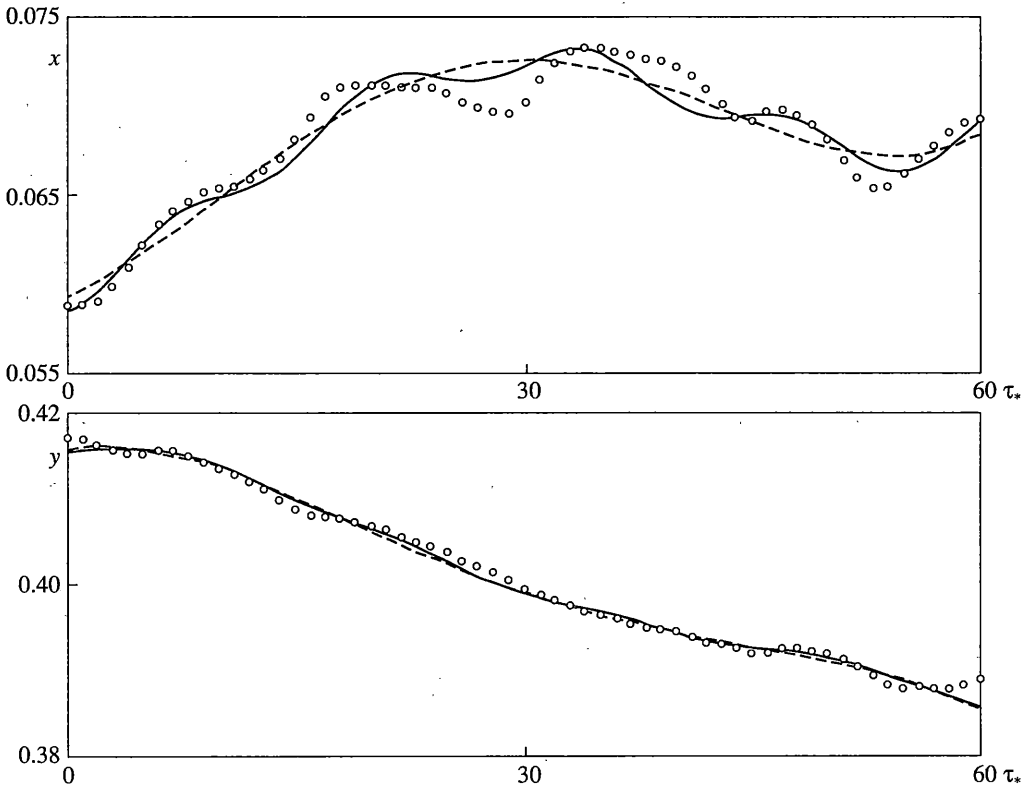
Ранее в [7, 8] при построении математических моделей движения полюса Земли с целью получения долгосрочного прогноза (3–5 лет) моменты сил гравитации от Луны не учитывались из-за относительной малости их влияния на годовичные нутационные колебания вследствие значительного различия частот. Эти воздействия оказываются заметными при детальном исследовании экстремумов отклонений полюса по каждой компоненте и в особенности на периоде биений. Колебания полюса на периоде биений пред-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

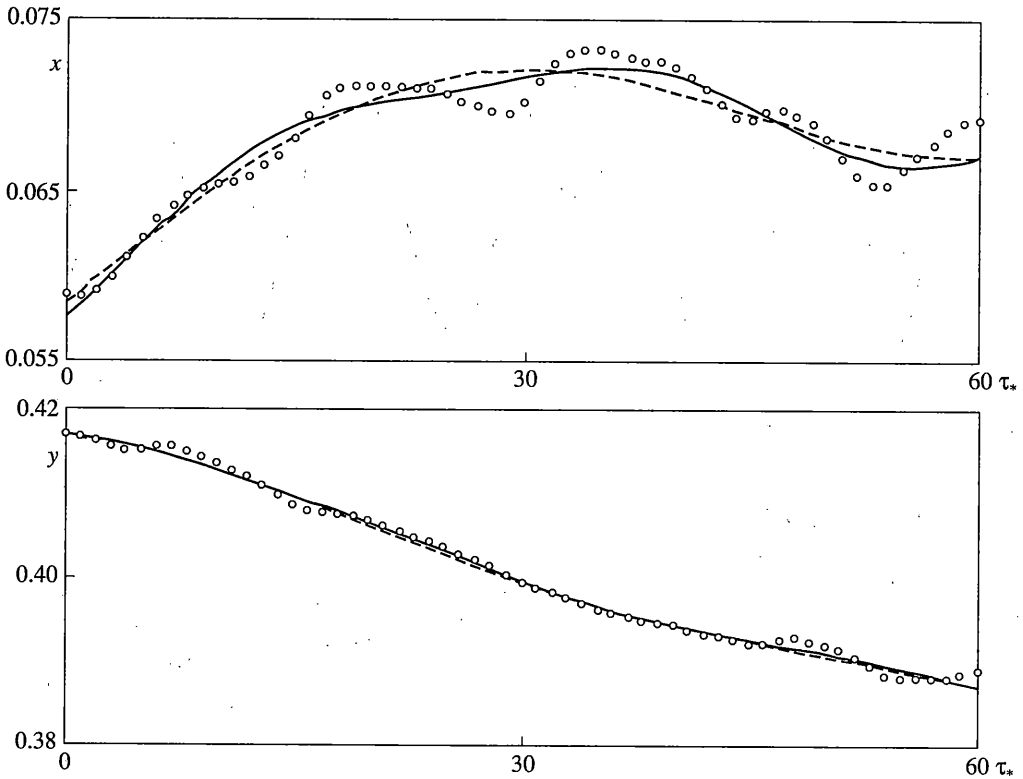
ставляют особый научный и практический интерес. На основе полученных в [7, 8] графиков интерполяции и прогноза сложного процесса колебаний полюса деформируемой Земли, которые построены обработкой 8-летних ежедневных данных измерений, наблюдаются аномалии (отклонения) траектории полюса. Они происходят на периоде биений (1999–2000 гг.) (фиг. 1). На интервале биений, когда амплитуда колебаний полюса минимальна, значимыми могут быть возмущения двух видов: возмущения гравитационного характера и нерегулярные воздействия геофизического происхождения.

Ниже изложены результаты расчётов на основе упрощенной процедуры согласно методу наименьших квадратов. Алгоритм применялся независимо к переменным $x(\tau)$, $y(\tau)$ в виде восьмимерных аппроксимаций в соответствии с расширенной моделью, учитывающей лунное воздействие:

$$\begin{aligned}
 x(\tau) &= (\xi, f(\tau)), & y(\tau) &= (\eta, f(\tau)) \\
 \xi &= (\xi_1, \dots, \xi_8)^T, & \eta &= (\eta_1, \dots, \eta_8)^T \\
 f(\tau) &= (1, \tau, \cos 2\pi N\tau, \sin 2\pi N\tau, \cos 2\pi\nu\tau, \sin 2\pi\nu\tau, \cos 2\pi\nu\tau, \sin 2\pi\nu\tau)^T \\
 N &= 0.845 - 0.850
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Здесь N – чандлеровская частота; ν – частота колебаний, обусловленных лунным возмущением; τ – время, измеряемое годами (365.25 звездных суток).

На фиг. 4, 5 приводятся теоретические кривые с учетом двухнедельной ($\nu = 26.72$) и месячной ($\nu = 13.19$) составляющей соответственно. Они построены на основе данных

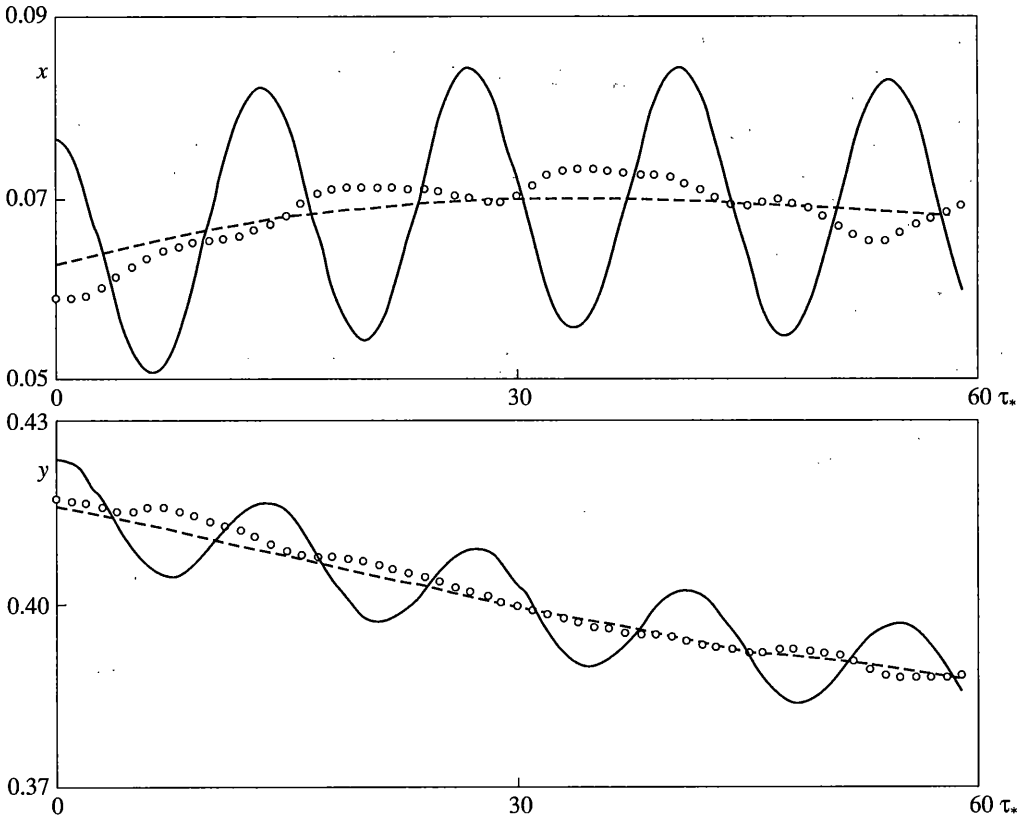


Фиг. 5

измерений на 60-ти суточном интервале времени (с 01.10.2005 по 30.11.2005). Кривые получены последовательным независимым применением метода наименьших квадратов для определения коэффициентов годичной и чандлеровской составляющих (штриховые линии) и высокочастотной лунной составляющей (сплошные линии). Время по оси абсцисс $\tau_* = 365.25t$ измеряется в сутках.

Из сравнения графиков можно заключить, что наибольший вклад в высокочастотные колебания полюса вносят возмущения с двухнедельной частотой. Известно [9], что амплитуда лунной деклинационной (двухнедельной) волны M_f в несколько раз превосходит амплитуду лунной месячной волны M_m : $M_f = 13.661$, $A_{M_f} = 121 \cdot 10^{-5}$ с; $M_m = 27.667$, $A_{M_m} = 45 \cdot 10^{-5}$ с.

Выбор короткого интервала времени для определения коэффициентов годичной и чандлеровской составляющих обусловлен необходимостью получения некоторой “средней” кривой, относительно которой можно выявить высокочастотные колебания. Следует отметить, что в этом случае значения коэффициентов долгопериодических составляющих не являются истинными, т.е. не пригодны для составления долгосрочного прогноза. В противном случае при выборе длительного интервала интерполяции, кривая, определяемая долгопериодическими составляющими, будет далека от средней и выявить высокочастотные колебания не удастся, что видно из фиг. 6. Здесь приводятся результаты интерполяции с помощью расширенной модели, учитывающей двухнедельные колебания. Для определения коэффициентов долгопериодических и двухнедельной



Фиг. 6

составляющих интервалы интерполяции выбирались равными семи месяцам (с 01.5.2005 по 30.11.2005) и 60-ти суткам (с 01.10.2005 по 30.11.2005) соответственно.

Таким образом, на периоде биений установлено проявление высокочастотных лунных колебаний и возможность их интерполирования на коротком интервале времени. Исследованы точностные свойства расширенной модели движения полюса деформируемой Земли. Получены результаты интерполяции процессов на 60-ти суточном интервале времени. Дальнейшее повышение точности на коротком интервале времени связано с уточнением данных МСВЗ и математической модели. Расширенная теоретическая модель должна, как показывает сравнительный анализ траекторий и спектральной плотности мощности временных рядов, позволять учитывать гравитационные воздействия с более высокими частотами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 07-02-01010).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IERS annual reports. 1990 July 1991 bis 1999 July 2000. Central Bureau of IERS. Observatoire de Paris. 2000 July 2001 bis 2002 July 2003. Verlag BKG Frankfurt am Mein.
2. Манк Н., Макдональд Г. Вращение Земли. М.: Мир, 1964, 384 с.
3. Мориц Г., Мюллер А. Вращение Земли: теория и наблюдения. Киев: Наук. думка. 1992. 512 с.

4. *Нестеров В.В.* Стандарт основных вычислений астрономии. Основные алгоритмы спутниковой геодинамики. М.: Янус-К. 2001. 84 с.
5. *Бартенев В. А., Звонарь В.Д., Козлов А.Г. и др.* Глобальная космическая навигационная система ГЛОНАСС: перспективы развития // *Космонавтика и ракетостроение.* 2004. Вып. 4. С. 29–36.
6. *Климов В.Н., Персев В.С., Почукаев В.Н. и др.* Основные положения концепции единой системы навигационно-временного обеспечения Российской Федерации // *Космонавтика и ракетостроение.* 2005. Вып. 4. С. 7–18.
7. *Акуленко Л.Д., Дасаев Р.Р., Кумакишев С.А. и др.* Высокоточный прогноз движения полюса Земли в коротком интервале времени // *Космонавтика и ракетостроение.* 2005. Вып. 4. С. 93–102.
8. *Акуленко Л.Д., Кумакишев С.А., Марков Ю.Г. и др.* // *Астрон. ж.* 2005. Т. 82. № 10. С. 950–960.
9. *Мельхиор П.* Физика и динамика планет (в 2-х ч., 4 т.). Ч. 2. М.: Мир, 1975. 567 с.

Москва

Поступила в редакцию
17.11.2006