

УДК 539.374:51.001.572

© 2006 г. Ф.Ф. САТДАРОВА

СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИЯ ТЕКСТУРЫ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ЛИСТА. II. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ¹

На холоднодеформированном листе малоуглеродистой стали проведено моделирование деформационных процессов при растяжениях в плоскости листа. Получена картина пластической анизотропии материала, которая соответствует ожидаемой. Установлено существование в металлическом листе разных уровней микронеоднородности пластического течения и деформационного упрочнения, связанных с его кристаллографической текстурой.

Решение уравнений динамики поликристаллической системы при известных начальных условиях и заданном механическом воздействии описывает макроскопический деформационный процесс как следствие взаимосвязанных микропроцессов в системе. Микропроцессы регулируются анизотропным деформационным упрочнением различно ориентированных кристаллов и упругой релаксацией в поликристаллической среде, зависящей от формоизменения ее зерен.

Предположим, что механическое воздействие на поликристаллическую систему соответствует условиям пропорционального стационарного нагружения: $\mathbf{P}(t) = \kappa t \mathbf{n}$, где \mathbf{n} – направление нагружения со скоростью κ , которому соответствует неизменный тензор напряженного состояния n_{ij} . В этих условиях макроскопические напряжения в образце однородны и нарастают с постоянной скоростью: $\langle \dot{s}_{ij} \rangle = \kappa n_{ij}$.

Введем вектор $\mathbf{Z} = \{ \dot{\mathbf{E}}, \mathbf{U} \}^T$, полностью определяющий состояние системы в момент времени t . Здесь $\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}(\mathbf{H})$ – вектор сферических гармоник наблюдаемых скоростей деформации различно ориентированных кристаллов $\dot{\mathbf{e}}(\mathbf{g})$, связанный с вектором управления $\mathbf{H}(\dot{\mathbf{E}})$, в котором отображены пластические свойства неоднородно упрочняющихся кристаллов в текущем состоянии системы; \mathbf{U} – вектор сферических гармоник распределения вероятностей ориентировок кристаллов, т.е. текстурной функции $f(\mathbf{g})$ (\mathbf{g} – элемент группы вращений трехмерного евклидова пространства).

Представим уравнение неравновесной поликристаллической системы, подвергающейся механическому воздействию $\mathbf{P}(t)$ (с постоянными внешними параметрами), в обобщенном виде

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Z} = \Phi(\mathbf{Z}, \mathbf{H}), \quad \frac{d}{dt} \mathbf{H} = \Psi(\mathbf{H}, \mathbf{Z})$$

¹ Уравнения динамики поликристаллической системы, подвергающейся механическому воздействию, сформулированы в фурье-представлении в первой части данной статьи (см: Изв. РАН. МТТ. 2005. № 6. С. 86–96).

Для деформационного процесса в поликристаллической системе, описываемого решением этого уравнения, может быть получена лишь разностная модель, устанавливающая зависимость текущего вектора состояний \mathbf{Z} от его значений в предшествующие моменты времени $(t_0, t_1, \dots, t_k, t_{k+1}, \dots)$:

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{Z}_k + \mathbf{L}_k[\Phi(\mathbf{Z}_k, \mathbf{H}_k)] \Delta t_k$$

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \mathbf{L}_k[\Psi(\mathbf{H}_k, \mathbf{Z}_{k+1})] \Delta t_k$$

Здесь \mathbf{L}_k – интерполяционный многочлен метода конечных разностей (\mathbf{L}_0 – формула Эйлера, \mathbf{L}_1 – формула трапеций, \mathbf{L}_2 – формула третьего порядка, \mathbf{L}_k ($k \geq 3$) – формула Адамса [1]).

Явный вид эволюционных функций (Φ, Ψ) определен уравнениями (5.1)–(5.3) первой части данной статьи. Вектор \mathbf{Z}_0 соответствует начальному состоянию с $\dot{\epsilon}(\mathbf{g}) = 0$ при известной текстуре, описываемой функцией $f(\mathbf{g})$; \mathbf{H}_0 представляет собой вектор начальных коэффициентов пластичности кристаллов $\mathbf{h}_0 = (h_1^0, h_2^0)^T$ по данным измерений пределов упругости (или текучести) при растяжении монокристалла в направлениях $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$.

На вектор состояний \mathbf{Z}_k ($k = 0, 1, \dots$), помимо текущих коэффициентов пластичности различно ориентированных кристаллов $\mathbf{h}(\mathbf{g})$, представленных в сферических гармониках \mathbf{H}_k , влияют коэффициенты стесненности деформации в поликристаллической среде $\{\Gamma, \Pi\}$, зависящие от формы деформирующегося зерна. Расчет исходных коэффициентов $\{\Gamma, \Pi\}$ и новых (по мере появления значимых изменений формы среднего зерна на поле неоднородных по размерам зерен) осуществляется по формулам, которые можно извлечь из решения задачи теории упругости об эллипсоидальном включении в матрице [2].

Пусть зерно в форме эллипсоида, ориентированного по осям симметрии металлического листа, имеет размеры $a_1 > a_2 > a_3$. Составив матрицу \mathbf{D} с элементами $d_{ij} = (a_j/a_i)^2$ ($i, j = 1, 2, 3$) вычислим следующие коэффициенты:

$$\Gamma_{1111} = \alpha[1 - (A_2 - A_1)/(1 - d_{12}) - (A_3 - A_1)/(1 - d_{13})] + \beta A_1$$

$$\Gamma_{1122} = \alpha[(A_2 - A_1)d_{12}/(1 - d_{12}) - \beta A_1]$$

$$\Gamma_{2211} = \alpha[(A_2 - A_1)/(1 - d_{12}) - \beta A_2]$$

$$2\Gamma_{1212} = \alpha[(A_2 - A_1)(1 + d_{12})/(1 - d_{12}) + \beta(A_1 + A_2)], \quad \Gamma_{2112} = \Gamma_{1212}$$

$$2\Pi_{1212} = -2\Pi_{2112} = A_2 - A_1$$

$$\alpha = 1/2(1 - \nu), \quad \beta = 1 - 2\nu$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 1$$

$$A_1 = (L_1 - L_2)d_{12}/(1 - d_{12}), \quad A_3 = (1 - L_2)/(1 - d_{23})$$

$$L_1 = nF(\theta, k), \quad L_2 = nE(\theta, k)$$

$$\theta = \arcsin \sqrt{(1 - d_{13})}, \quad k = \sqrt{(1 - d_{12})/(1 - d_{13})}, \quad n = \sqrt{d_{23}/(1 - d_{13})}$$

где ν – коэффициент Пуассона, $F(\theta, k)$ и $E(\theta, k)$ – нормальные эллиптические интегралы Лежандра первого и второго рода. Остальные ненулевые коэффициенты $\{\Gamma_{ijkl}, \Pi_{ijkl}\}$ получаются циклической перестановкой индексов (1, 2, 3).

Величина шага Δt_k , которая для начала решения гораздо меньше, чем для последующего процесса, автоматически регулируется в ходе функционирования модели: Δt_k ($k \geq 3$) увеличивается так, чтобы погрешность аппроксимации переменных модели нигде не

Таблица 1

| c [ГПа], [3] | s° [МПа], [4] | $\rho(a), \nu_a$ | {hkl} <uvw> | q | $\alpha, ^\circ$ | $\beta, ^\circ$ |
|------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------|------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| c ₁ = 230.1 | s ₁ ^o = 83.0 | a ₁ /a ₃ = 7.5 | {111} <110> | q ₁ = 0.25 ± 0.01 | 0 ≤ α ₁ ≤ 20 | 0 ≤ β ₁ ≤ 20 |
| c ₂ = 134.6 | s ₂ ^o = 132.0 | a ₂ /a ₃ = 5.0 | {112} <110> | q ₂ = 0.75 ± 0.01 | 0 ≤ α ₂ ≤ 29 | 0 ≤ β ₂ ≤ 34 |
| c ₃ = 116.6 | | ν _a = 0.1 | | | | |

Таблица 2

| $\langle \dot{s}_{ij} \rangle$ | κ ₁ [МПа · с ⁻¹] | κ ₂ [МПа · с ⁻¹] | φ, ° | | | | |
|---|---|---|------|----|----|----|----|
| $\begin{bmatrix} \kappa_1 \cos^2 \varphi + \kappa_2 \sin^2 \varphi & (\kappa_1 - \kappa_2) \cos \varphi \sin \varphi & 0 \\ (\kappa_1 - \kappa_2) \cos \varphi \sin \varphi & \kappa_1 \sin^2 \varphi + \kappa_2 \cos^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | 20 | 0 | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 |
| | 30 | 0 | - | - | - | - | - |
| | 20 | 20 | - | - | - | - | - |
| | 30 | 30 | - | - | - | - | - |

превышала допустимой – для поддержания стабильности конечно-разностной процедуры (метод “предсказание-коррекция” [1]).

Задавая параметры внешнего воздействия, удовлетворяющие условиям статических испытаний на растяжение, будем наблюдать макроскопический процесс деформации металлического листа на ЭВМ, точно так, как при натуральных испытаниях.

Разработанная модель использована для имитации испытаний на растяжение холоднодеформированного листа малоуглеродистой стали. Характеристики объекта имитационных механических испытаний сведены в табл. 1. Сюда входят параметры структуры поликристаллического образца (коэффициенты формы среднего зерна ρ(a) и вариации его размеров ν_a), физические свойства кристаллов (константы упругости c и пределы текучести s° при растяжении по <100> и <111>), а также информация о кристаллографической текстуре листа.

Распределение вероятностей ориентировок кристаллов f(g) определено методом [5] по рентгеновским измерениям, выполненным Д.А. Козловым [6]. В табл. 1 представлены типы наиболее вероятных кристаллографических ориентировок {hkl}<uvw> и их весовые доли q_μ (μ = 1, 2) в смешанном распределении вероятностей f(g). Рассеяние ориентировок отображено 90-процентными доверительными интервалами для угла α наклона {hkl} относительно нормали к плоскости листа (ось z) и угла β поворота <uvw> относительно направления прокатки (ось x).

Условия имитационных испытаний на растяжение в плоскости листа указаны в табл. 2, где $\langle \dot{s}_{ij} \rangle$ – тензор скорости роста напряжений при плоско напряженном состоянии, κ₁ и κ₂ – скорости нагружения по ортогональным осям образца, φ – угол между направлением растяжения и направлением прокатки (последние две строки относятся к двухосному растяжению).

Сопrotивление началу пластического течения σ₀(φ) и коэффициент анизотропии начальных пластических деформаций² r₀(φ), где φ – угол вращения вокруг нормали к плоскости листа, рассчитываются по формулам Хилла [7]. В качестве тензора пластичности

² Коэффициент r есть отношение приращений пластических деформаций во взаимно перпендикулярных направлениях, каждое из которых перпендикулярно к оси растяжения.

металлического листа, имеющего ромбическую симметрию, для расчета возьмем средний тензор пластичности кубических кристаллов по всем ориентировкам \mathbf{g} с учетом распределения вероятностей ориентировок $f(\mathbf{g})$:

$$\langle h_{ijkl}(\mathbf{g}) \rangle = -h_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + 1/4 h_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + (3h_1 - 1/2 h_2) \langle \rho_{ijkl}(\mathbf{g}) \rangle$$

$$\langle \rho_{ijkl}(\mathbf{g}) \rangle \equiv \langle \rho_{pq}(\mathbf{g}) \rangle = R_{pq}^0 + \sum_{l=4}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{n=0}^l R_{pq}^{lmn} U_{lmn}$$

где U_{lmn} – нормированные сферические гармоники текстурной функции $f(\mathbf{g})$, т.е. элементы вектора \mathbf{U} ; $\{R_{pq}^{lmn}\}$ – матрица сферических гармоник оператора $\rho_{pq}(\mathbf{g})$ ($p = 1, \dots, 6$, $q = 1, \dots, 6$) преобразования тензоров четвертого ранга при вращении кристаллов кубической симметрии. В ней при каждом $l = (l, m, n)$ есть шесть независимых элементов (см. табл. 3), т.к. $R_{44}^{lmn} = R_{23}^{lmn}$, $R_{55}^{lmn} = R_{31}^{lmn}$, $R_{66}^{lmn} = R_{12}^{lmn}$. Коэффициенты R_{pq}^{lmn} порядка $m = 6, 8, \dots, l$; $n = 8, 12, \dots, l$, а также нечетных степеней l равны нулю. (Слагаемые с $m = 0$, $n = 0$ входят с весом $1/2$.)

Для изотропного железа, т.е. когда $U_{lmn} = 0$ при $l > 0$ расчет дает $\sigma_0 = 104$ МПа. Измеренное значение предела текучести электролитического железа $100 \leq \sigma_{0,2} \leq 140$ МПа [8].

Об изменении первоначальной анизотропии металлического листа в результате деформации можно судить по экстремальным точкам зависимости свойств от направления в плоскости листа. Данные о них из кривых деформации, полученных при имитационных испытаниях на растяжение листа холоднодеформированной малоуглеродистой стали, сведены в табл. 4. В ней показаны абсолютные и относительные изменения сопротивления пластическому течению σ и коэффициента нормальной пластической анизотропии r с величиной деформации ϵ при разных скоростях нагружения: $20 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$ – первая строка, $30 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$ – вторая строка (в скобках данные для коэффициентов формы зерна $a_1/a_3 = 7.5$; $a_2/a_3 = 7.5$ при коэффициенте вариации $v_a = 0.01$).

Вид анизотропии механических свойств материала при имеющейся кристаллографической текстуре изображен на фиг. 1, где (а) – деформационное упрочнение, МПа; (б) – коэффициент нормальной анизотропии деформаций; (с) – статическая вязкость, кДж/м²; (д) – скорость деформации, с⁻¹ (скорость нагружения $30 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$, величина деформации 10%; стрелкой показано направление прокатки).

Представление о флуктуациях пластического течения и деформационного упрочнения в процессе деформации поликристаллического материала дает фиг. 2. Показано, как меняются со степенью деформации ϵ [%] средние квадраты флуктуаций скорости деформаций – Q_ϵ (1–4) и коэффициентов пластичности – Q_h (5–8) различно ориентированных кристаллов при растяжении холоднодеформированного листа малоуглеродистой стали с разной скоростью нагружения: (а) – $20 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$, (б) – $30 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$; угол оси растяжения к направлению прокатки: (1, 5) – 0° , (2, 6) – 45° , (3, 7) – 90° , (4, 8) – симметричное двухосное растяжение. Фиг. 3 демонстрирует зависимость микронеоднородности пластического течения (а) и деформационного упрочнения (б) от направления растяжения в плоскости листа (скорость нагружения $30 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$, величина деформации 10%).

Систематизируем информацию, которую можно извлечь из результатов экспериментирования на имитационной модели³:

1. Анизотропия деформационного упрочнения металлического листа $\delta\sigma(\varphi)$ имеет тот же вид, что и $\sigma_0(\varphi)$ (табл. 4). Изменение скорости макроскопической деформации в за-

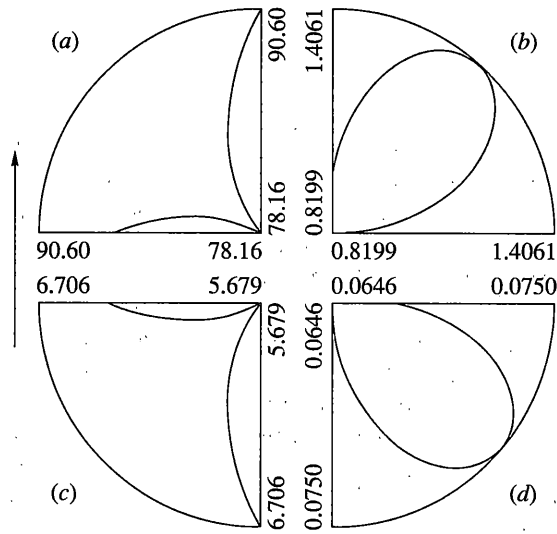
³ Имитационные эксперименты и их обработка выполнены на IBM PC при содействии А.А. Петрункова.

Таблица 3

| lmn | R_{11}^{lmn} | R_{22}^{lmn} | R_{33}^{lmn} | R_{44}^{lmn} | R_{55}^{lmn} | R_{66}^{lmn} |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0 0 0 | 0.60000000 | 0.60000000 | 0.60000000 | 0.20000000 | 0.20000000 | 0.20000000 |
| 4 0 0 | 0.00312500 | 0.00312500 | 0.00833333 | -0.00416667 | -0.00416667 | 0.00104167 |
| 4 0 4 | 0.02988072 | 0.02988072 | 0.07968191 | -0.03984096 | -0.03984096 | 0.00996024 |
| 4 2 0 | 0.01317616 | -0.01317616 | 0.00000000 | 0.01317616 | -0.01317616 | 0.00000000 |
| 4 2 4 | 0.00968200 | -0.00968200 | 0.00000000 | 0.00968200 | -0.00968200 | 0.00000000 |
| 4 4 0 | 0.06972167 | 0.06972167 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.06972167 |
| 4 4 4 | 0.04166667 | 0.04166667 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.04166667 |
| 6 0 0 | 0.03380204 | 0.03380204 | 0.09013879 | -0.04506939 | -0.04506939 | 0.01126735 |
| 6 0 4 | 0.04818121 | 0.04818121 | 0.12848320 | -0.06424161 | -0.06424161 | 0.01606040 |
| 6 2 0 | 0.06597483 | -0.06597483 | 0.00000000 | 0.06597483 | -0.06597483 | 0.00000000 |
| 6 2 4 | 0.00410107 | -0.00410107 | 0.00000000 | 0.00410107 | -0.00410107 | 0.00000000 |
| 6 4 0 | 0.11242280 | 0.11242280 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.11242280 |
| 6 4 4 | 0.01001542 | 0.01001542 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.01001542 |
| 8 0 0 | 0.01449529 | 0.01449529 | 0.03865412 | -0.01932706 | -0.01932706 | 0.00483176 |
| 8 0 4 | 0.00622967 | 0.00622967 | 0.01661247 | -0.00830623 | -0.00830623 | 0.00207656 |
| 8 2 0 | 0.01633435 | -0.01633435 | 0.00000000 | 0.01633435 | -0.01633435 | 0.00000000 |
| 8 2 4 | 0.00022124 | -0.00022124 | 0.00000000 | 0.00022124 | -0.00022124 | 0.00000000 |
| 8 4 0 | 0.01453591 | 0.01453591 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.01453591 |
| 8 4 4 | 0.00039045 | 0.00039045 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.00039045 |
| 10 0 0 | -0.01790069 | -0.01790069 | -0.04773516 | 0.02386758 | 0.02386758 | -0.00596690 |
| 10 0 4 | -0.00312344 | -0.00312344 | -0.00832917 | 0.00416458 | 0.00416458 | -0.00104115 |
| 10 2 0 | -0.01313867 | 0.01313867 | 0.00000000 | -0.01313867 | 0.01313867 | 0.00000000 |
| 10 2 4 | -0.00005704 | 0.00005704 | 0.00000000 | -0.00005704 | 0.00005704 | 0.00000000 |
| 10 4 0 | -0.00728802 | -0.00728802 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00728802 |
| 10 4 4 | -0.00007948 | -0.00007948 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00007948 |
| 12 0 0 | 0.01556396 | 0.01556396 | 0.04150391 | -0.02075195 | -0.02075195 | 0.00518799 |
| 12 0 4 | 0.00131181 | 0.00131181 | 0.00349817 | -0.00174908 | -0.00174908 | 0.00043727 |
| 12 2 0 | 0.00803318 | -0.00803318 | 0.00000000 | 0.00803318 | -0.00803318 | 0.00000000 |
| 12 2 4 | 0.00001396 | -0.00001396 | 0.00000000 | 0.00001396 | -0.00001396 | 0.00000000 |
| 12 4 0 | 0.00306090 | 0.00306090 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.00306090 |
| 12 4 4 | 0.00001612 | 0.00001612 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | -0.00001612 |

Таблица 4

| ε [%] | $\sigma(\varphi)$ [МПа] | | | $r(\varphi)$ | | |
|---------------------------------------|-------------------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|
| | $\varphi = 0$ | $\varphi = 45$ | $\varphi = 90$ | $\varphi = 0$ | $\varphi = 45$ | $\varphi = 90$ |
| 0.0 | 114.70 | 102.98 | 109.12 | 1.1641 | 1.4225 | 0.9488 |
| 0.1 | 121.94 | 109.25 | 116.01 | 0.9796 | 1.4101 | 0.8187 |
| 10 | 123.56 | 110.61 | 117.60 | 0.9796 | 1.4109 | 0.8181 |
| | 188.70 | 166.98 | 179.82 | 0.9790 | 1.4054 | 0.8204 |
| | 205.30 | 181.43 | 195.60 | 0.9786 | 1.4061 | 0.8200 |
| | (205.32) | (181.40) | (195.64) | (0.9784) | (1.4061) | (0.8203) |
| $\delta\sigma/\sigma_0, \delta r/r_0$ | 0.6452 | 0.6215 | 0.6479 | -0.1590 | -0.0120 | -0.1353 |
| | 0.7899 | 0.7618 | 0.7925 | -0.1594 | -0.0115 | -0.1358 |



Фиг. 1

висимости от направления растяжения в плоскости листа обратно изменению деформационного упрочнения (фиг. 1).

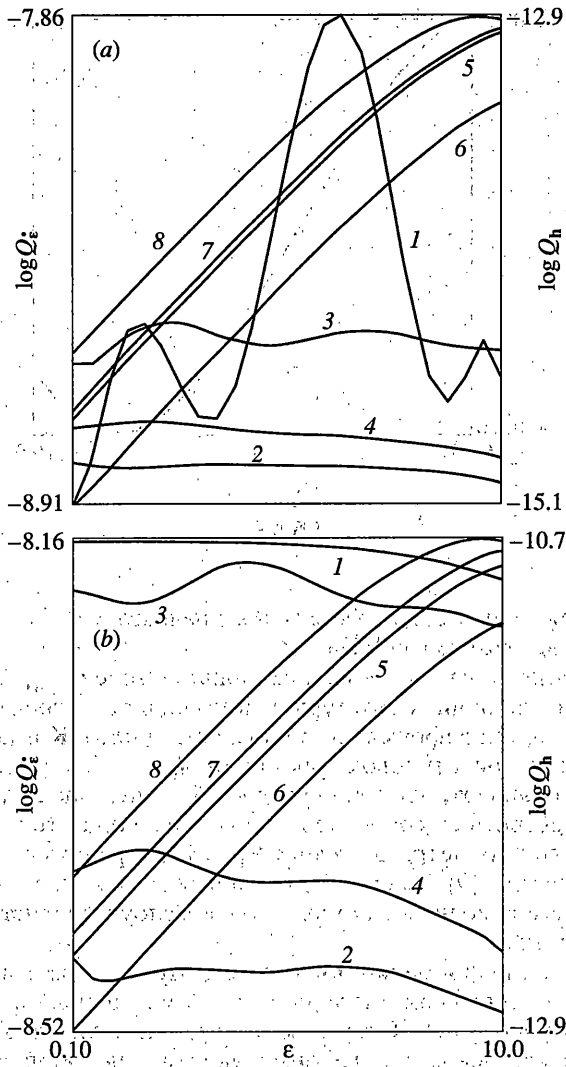
2. Анизотропное деформационное упрочнение $\delta\sigma(\varphi)$ увеличивает анизотропию сопротивления пластическим деформациям $\sigma(\varphi) = \sigma_0(\varphi) + \delta\sigma(\varphi)$: отношение $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ возрастает. Коэффициент начальной пластической анизотропии $r_0(\varphi)$ падает тем больше после начала течения, чем больше сопротивление $\sigma_0(\varphi)$. Эффект формы зерна в анизотропии прочности и пластичности, т.е. в $\sigma(\varphi)$ и $r(\varphi)$, не существенен (табл. 4).

3. С повышением скорости нагружения к возрастает не только макроскопическое деформационное упрочнение металлического листа – $\delta\sigma$, но и микро неоднородность деформационного упрочнения, наблюдаемая по флуктуациям коэффициентов пластичности Q_h различно ориентированных кристаллов (фиг. 2). Анизотропия деформационного упрочнения $\delta\sigma(\varphi)$ на скорость нагружения (ограниченную условиями статических испытаний) почти не реагирует (табл. 4).

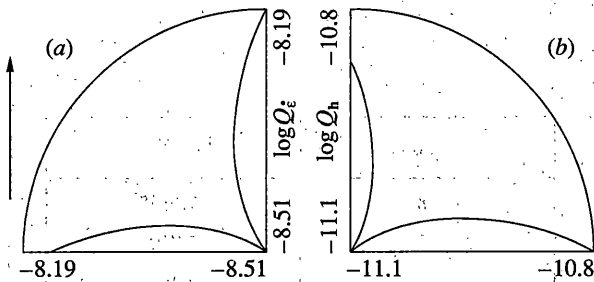
4. Кривая флуктуаций течения $Q_{\dot{\epsilon}}(t)$ испытывает осцилляции с возрастающей с увеличением $\sigma_0(\varphi)$ амплитудой, очевидно, вызванные разным запаздыванием процесса в кристаллах с разной ориентировкой, – отсюда ее сильная чувствительность к скорости нагружения. Развитие процесса ведет к выравниванию пластического течения ($Q_{\dot{\epsilon}}(t)$ спадает) за счет увеличения неоднородности деформационного упрочнения ($Q_h(t)$ возрастает). При симметричном двухосном нагружении наблюдается течение, близкое к наиболее равномерному в системе, но с наибольшей неоднородностью деформационного упрочнения (фиг. 2).

5. Даже при установившемся пластическом течении свойственная поликристаллической системе микро неоднородность деформационных процессов имеет разный уровень для разных направлений в плоскости листа (фиг. 3).

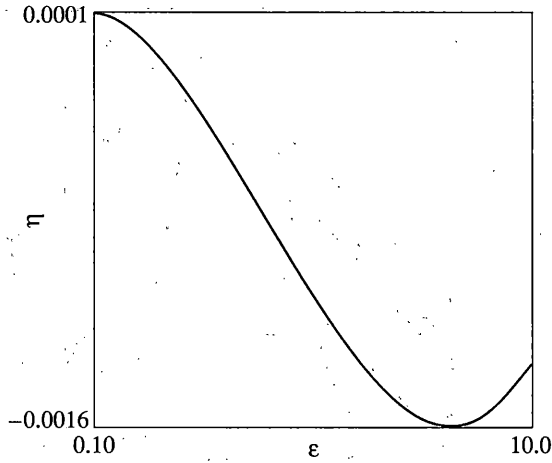
Сходимость решений уравнения модели к решению исходного кинетического уравнения проверим, задавая разные ограничения степени сферических гармоник l_{\max} в бесконечном векторе состояний Z . В табл. 5 сравниваются результаты моделирования



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

деформации при изменении l_{\max} для растяжения в направлении 45° к направлению прокатки со скоростью нагружения $30 \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$.

Имитационная модель, учитывающая гармоники степени $l_{\max} \geq 12$, выявляет эффекты, связанные с эволюцией текстуры (гармоники текстурной функции степени $l_{\max} \leq 10$ сохраняются при деформации в плоскости листа). Когда в микропроцессы включилось движение ориентировок кристаллов ($l_{\max} = 12$ в табл. 5), падение коэффициента начальной анизотропии r_0 оказалось больше, как если бы пластическое течение испытало возросшее сопротивление σ_0 . Эволюция текстуры проявилась в дрейфе обобщенного параметра рассеяния кристаллографических векторов, лежащих в плоскости прокатки [9]. На фиг. 4 показаны его относительные изменения η [%] при растяжении листа холоднодеформированной малоуглеродистой стали в направлении 45° к оси прокатки.

Анализ полученной информации показывает, что моделирование деформационных процессов в металлическом листе дает картину явления, которая согласуется с физическими представлениями. Отсюда можно сделать следующие выводы: решение кинетического уравнения для деформирующейся поликристаллической системы, удовлетворяющее заданным ограничениям, существует и оно допустимо; деформационная модель как аппроксимация решения кинетического уравнения может служить средством изучения упругопластических свойств металлического листа по измеренной текстуре.

Таблица 5

| ϵ [%] | l_{\max} | $\delta\sigma$ [МПа] | r |
|----------------|------------|----------------------|--------|
| 0.1 | 8 | 7.6345 | 1.4109 |
| | 12 | 7.7101 | 1.3948 |
| 10 | 8 | 78.4487 | 1.4061 |
| | 12 | 78.1061 | 1.3901 |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.
2. *Эшелби Дж.* Континуальная теория дислокаций / Под ред. Б.Я. Любова. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. С. 103–139.
3. *Теодосиу К.* Упругие модели дефектов в кристаллах / Под ред. В.Л. Инденбома. М.: Мир, 1985. 352 с.
4. *Микляев П.Г., Фридман Я.Б.* Анизотропия механических свойств материалов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
5. *Сатдарова Ф.Ф.* Современный текстурный анализ на примере холоднодеформированного листа малоуглеродистой стали. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. Т. 68. № 2. С. 21–25.
6. *Козлов Д.А., Петрунчиков А.А., Сатдарова Ф.Ф., Кекало А.И.* Текстура тонкого листа из малоуглеродистой стали при рекристаллизации в условиях быстрого нагрева // Изв. АН СССР. Металлы. 1986. № 5. С. 137–141.
7. *Хилл Р.* Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
8. Конструкционные материалы. М.: Сов. энциклопедия, 1963. Т. 1. С. 298–299.
9. *Сатдарова Ф.Ф., Козлов Д.А., Блехман Б.Н.* Обобщенные параметры рассеяния ориентировок кристаллов в плоскодеформированных металлах. // Физика металлов и металловедение. 1986. Т. 61. Вып. 1. С. 149–152.

Москва

Поступила в редакцию
1.07.2003