

**СЕМИНАР ПО МЕХАНИКЕ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ ИМ. Л.А. ГАЛИНА
ПОД РУКОВОДСТВОМ В.М. АЛЕКСАНДРОВА,
В.Н. КУКУДЖАНОВА, А.В. МАНЖИРОВА**

8.10.2004 (633-е заседание). **Л.П. Вовк** (Украина, Донецк). *Теоретические и экспериментальные методы расчета деталей машин из неоднородных и анизотропных материалов.*

Работа посвящена решению актуальной научно-прикладной проблемы – развитию теории и совершенствованию математической, численной и экспериментальной методики исследования особенностей динамического напряженно-деформированного состояния неоднородных деталей, находящихся в вибрационном поле, с учетом неоднородности и анизотропии их внутренней структуры. Разработан универсальный модифицированный численно-аналитический метод суперпозиции для исследования всех особенностей волнового поля в деталях с кусочно-неоднородным и анизотропным составным сечением. Введен и научно обоснован новый обобщенный критерий прочности составных тел – параметр локальной особенности по напряжениям, который характеризует интенсивность локальной концентрации напряжений в опасных зонах сечения детали. Выполнена оценка влияния анизотропии, упругих и геометрических параметров сечения на характеристики волнового поля, в том числе, и на тонкие динамические эффекты граничного и краевого резонансов.

22.10.2004 (634-е заседание). **Ш.С. Хубежти** (Владикавказ). *Квадратурные формулы для сингулярных интегралов и их применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений.*

Основной целью решения задач плоской теории упругости является определение компонентов напряжений и смещений в любой точке заданного тела. Как известно из монографии Н.И. Мухелишвили "Сингулярные интегральные уравнения", указанные величины определяются по потенциалам Колосова–Мухелишвили, в которых плотность определяется через решения граничной задачи, сводимой к сингулярным интегральным уравнениям. Автору удалось построить новые квадратурные формулы для численного решения сингулярных интегральных уравнений и для приближенного вычисления интегралов типа Коши высокого порядка точности. С помощью построенных формул решаются следующие задачи: задача о кручении призматического бруса при наличии концентратора напряжений; задача Дирихле для уравнения Лапласа в случае конечной области; первая и вторая основные задачи теории упругости; задачи теории трещин.

5.10.2004 (635-е заседание). **С.А. Гришин, А.В. Шаранюк** (Москва). *Модальный анализ автомобильных узлов.*

Дан обзор проблематики и технологии экспериментального исследования вибрационных свойств конструкции автомобиля в условиях испытаний на полигоне и на стенде. Освещены математические основы методики, особенности ее аппаратной и программной реализации, возникающие трудности. Представлены результаты работы по созданию измерительно-обрабатывающего комплекса для указанных испытаний. Продемонстрирована авторская программа визуализации экспериментальных данных. Приведены примеры спектральных портретов высокочастотной и низкочастотной механических систем. Выполнено сравнение с результатами обработки данных общепризнанными пакетами программ. Описаны перспективы развития работы для нужд автомобилестроения и иных отраслей промышленности.

19.11.2004 (636-е заседание). **А.М. Шукуров** (Узбекистан, Ташкент). *Нестационарные волновые процессы в упругих двусвязных областях, ограниченных сферическими поверхностями и полостью.*

Построены решения нового класса нестационарных динамических задач для двусвязных областей, ограниченных сферами и полостями: полупространство со сферическим включением; безграничное пространство с двумя сферическими включениями; тело, ограниченное двумя эксцентричными сферическими поверхностями. Разработан метод решения указанных задач, основанный на методе неполного разделения переменных, использовании преобразования Лапласа и представлении искомым функций в виде сумм отраженных от граничных поверхностей обобщенных сферических волн. Предложенный способ не требует применения метода редукции бесконечных систем. Исследовано влияние отражающих поверхностей на напряженно-деформированное состояние среды в окрестности сферического включения.

19.11.2004 (637-е заседание). **А.Д. Полянин** (Москва). *Неклассические (неинвариантные) решения типа бегущей волны и автомоделные решения.*

Описан широкий класс нелинейных уравнений математической физики, которые не инвариантны относительно преобразований сдвига независимых переменных, но имеют точные решения типа бегущей волны. Получено точное решение нелинейных уравнений конвективного тепло- и массопереноса в осесимметричном сдвиговом потоке при произвольной зависимости главных коэффициентов теплопроводности от температуры. Описан широкий класс нелинейных уравнений математической физики, которые не инвариантны относительно преобразований растяжения, но имеют автомоделные решения. Указанные решения не могут быть получены методами группового анализа дифференциальных уравнений.

19.11.2004 (638-е заседание). **А.В. Манжиров, К.Е. Казаков** (Москва). *Износ упругого основания с тонким продольно неоднородным покрытием.*

Предложена математическая модель износа упругого основания с тонким продольно неоднородным упругим покрытием. Рассмотрена плоская задача об износе такого основания жестким штампом. Дана постановка задачи, получено разрешающее двумерное интегральное уравнение специального вида, содержащее операторы Фредгольма и Вольтерра, а также функцию неоднородности покрытия. Предложен новый метод решения двумерного интегрального уравнения с учетом дополнительных условий равновесия штампа под действием силы и момента. На его основе построено решение задачи в аналитическом виде. Проведены расчеты процесса износа основания с продольно неоднородным покрытием для различных функций неоднородности покрытия.

11.02.2005 (639-е заседание). **Бурого Н.Г.** (Москва). *Применение адаптивных сеток для повышения точности численных решений задач математической физики.*

Для управления подвижными адаптивными сетками применены уравнения нелинейной термоупругости. Норме локальной ошибки отведена роль температуры и эффект температурного расширения использован для сгущения сетки с целью уменьшения ошибок аппроксимации и повышения точности решений. Выпуклость ячеек сетки обеспечивается зависимостью модулей упругости от третьего инварианта деформации, создающей барьер на невыпуклых ячейках по методу С.А. Иваненко. Оценка ошибок аппроксимации определяется численно из решений на вложенных сетках. Даны примеры расчета уточнения решений для течений сплошной среды с ударными волнами и погранслоями.

25.02.2005 (640-е заседание). **В.М. Александров** (Москва). *Продольная трещина в ортотропной упругой полосе.*

Рассмотрена задача о плоской деформации полосы с продольной трещиной конечной длины, берега которой нагружены равномерным давлением. Предполагается, что

трещина симметрично расположена относительно свободных от напряжений граней полосы. С помощью интегрального преобразования Фурье задача сведена к интегральному уравнению первого рода с сингулярным ядром относительно производной от функции, описывающей раскрытие трещины. Регулярным и сингулярным асимптотическими методами построены решения указанного интегрального уравнения соответственно при больших и малых значениях безразмерного параметра, характеризующего толщину полосы.

Характерной особенностью этой задачи в отличие от задач для продольных трещин в полосе, грани которой жестко или шарнирно защемлены, является то, что при построении асимптотического решения при малых значениях указанного выше безразмерного параметра пришлось выйти в пространство неинтегрируемых в обычном смысле функций, имеющих особенность на краях трещины порядка три вторых.

11.03.2005 (641-е заседание). **Андреев А.В.** (Электрогорск). *Методы решения задач о трещинах с контактирующими поверхностями в двумерных телах.*

В реальных условиях конструкции и природные объекты часто находятся в сложно-напряженном состоянии, характеризуемом чередованием областей растяжения, сжатия и сдвига. Как следствие, трещины в элементах конструкций оказываются в зонах, где наряду с растягивающими напряжениями действуют сжимающие и сдвиговые напряжения. Анализ процессов разрушения при наличии трещины в этом случае требует учета возможного контакта их поверхностей. Границы зон налегания и раскрытия подлежат определению в процессе построения решения. Кроме того, при наличии трения на поверхности контакта, необходимо также определять границы областей сцепления и взаимных сдвиговых смещений. Это обстоятельство обуславливает нелинейность задачи о трещине в условиях сжатия и ее отличие от традиционных задач с фиксированными линиями раздела краевых условий разного типа. Анализ равновесия упругих систем с трением показывает, что в общем случае напряженно-деформированное состояние не определяется конечными значениями приложенных нагрузок, а существенно зависит от истории нагружения. Связано это с тем, что в областях налегания в результате взаимодействия поверхностей по закону сухого трения Кулона возникают зоны скольжения и сцепления. При квазистатическом изменении внешних нагрузок в зависимости от некоторых параметров, скольжение на части трещины или на всей ее поверхности может прекратиться. В результате возможно образование зон сцепления двух типов – с нулевым и ненулевым скачком смещений. Таким образом, для корректного исследования предельного равновесия трещин с областями налегания необходима разработка методов решения задач об эволюции полостей и трещин-разрезов в процессе нагружения.

В рамках двумерной задачи линейной теории упругости исследована эволюция равновесного состояния гладкой криволинейной трещины (уплощенной полости) со взаимодействующими с трением поверхностями в процессе сложного нагружения. Разработан инкрементальный метод анализа изменения напряженно-деформированного состояния плоскости с криволинейной трещиной или уплощенной полостью в процессе нагружения. Развита численный метод отыскания границ областей раскрытия и контакта, скольжения и сцепления поверхностей трещины. Одновременно определены нормальные и касательные компоненты скачков смещений поверхностей трещины посредством численного решения системы сингулярных интегральных уравнений методом механических квадратур. На основе разработанных методов получены решения задач об эволюции равновесного состояния криволинейных трещин-разрезов и уплощенных полостей конкретной геометрии при нагружении по заданной траектории.

25.03.2005 (642-е заседание). **Калякин А.А.** (Москва). *О взаимодействии штампа со слоистым упругим основанием.*

Рассмотрены плоская и осесимметричная контактные задачи для трехслойного упругого полупространства. Для плоской задачи построена функция Грина, и затем она

сведена к сингулярному интегральному уравнению первого рода, приближенное решение которого получено с помощью модифицированного метода коллокации Мультопа–Каландия. Показано, что в осесимметричной задаче функция Грина может быть легко построена, если известна функция Грина для плоской задачи. Осесимметричная задача сведена к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, приближенное решение которого получено специально разработанным методом коллокации по узлам полинома Лежандра.

Рассмотрена осесимметричная задача о действии штампа на трансверсально-изотропный упругий слой, полностью сцепленный с упругим изотропным полупространством. Решена вспомогательная задача о равновесии полупространства сцепленного со слоем. В результате здесь также построена функция Грина. Контактная задача решена тем же методом, что и в случае трехслойного основания.

В качестве примера взят штамп с параболической формой основания. Получены графики контактного давления, а также зависимости связи между размером области контакта, вдавливающей силой и поступательным перемещением штампа.

8.04.2005 (643-е заседание). **Головин Н.Н., Кувыркин Г.Н.** (Москва). *Термомеханика элементов конструкций из композитных материалов.*

Для нашедших широкое применение в конструкциях термонапряженных узлов современных машин и аппаратов углерод-углеродных композитов (УУК) и углепластиков (УП) характерны высокая степень анизотропии и температурная зависимость характеристик, способность к неупругому деформированию, разнесопротивляемость растяжению и сжатию. Внешнее высокотемпературное воздействие вызывает изменение геометрической формы деталей, терморазложение связующего УП и заставляет учитывать различие характеристик компонентов УУК.

Предложена математическая модель композитных материалов на основе углерода, представляющая их в виде смеси двух компонентов. Основная система уравнений УУК, рассматриваемого как совокупность упругой разнесопротивляющейся растяжению и сжатию арматуры и изотропной упругопластической матрицы, включает в себя связанные уравнения нестационарной теплопроводности матрицы и наполнителя, уравнения равновесия, выражения для компонентов тензора напряжений и вектора усилий межкомпонентного взаимодействия. Идентификация параметров модели производится на основании информации, получаемой из испытаний макрообразцов композита, путем численного решения задачи минимизации функции ошибок, определенной как норма рассогласования теоретических и экспериментальных результатов. Численное моделирование представительного элемента УУК позволяет определить значение параметра межкомпонентного теплообмена в законе Генри. Для термореактивных УП, представляемых в виде анизотропного каркаса с расположенной в его порах газовой фазой, разрешаемая система уравнений включает в себя связанные уравнения нестационарной теплопроводности пористой насыщенной среды и нестационарной фильтрации продуктов терморазложения связующего, уравнения равновесия и выражения для компонентов тензора напряжений. Замыкание системы уравнений в этом случае достигается введением описывающего производство массы продуктов терморазложения связующего выражения аррениусовского типа и установлением на основании химического состава продуктов теплового эффекта этой реакции. Такой подход позволяет учесть влияние темпа нагрева на распределение термонапряжений при высокоинтенсивном нагружении.

Приводятся результаты численных исследований термонапряженного состояния реальных термонагруженных составных конструкций, одновременно включающих в себя детали из УУК, УП и традиционных гомогенных материалов, с помощью программных комплексов MAPAT/Composite и ORT-OPLASCON/Composite.

22.04.2005 (644-е заседание). **Кириллова И.В., Коссович Л.Ю., Усанов Д.А.** (Саратов). *Развитие биомеханики в Саратовском государственном университете.*

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского на протяжении многих лет тесно сотрудничает с медицинскими учреждениями Саратовской области, Москвы, Санкт-Петербурга и других Российских городов.

Так, в сотрудничестве с НЦССХ им. А.Н. Бакулева и Саратовским государственным медицинским университетом коллективом кафедры математической теории упругости и биомеханики были построены модели, описывающие биомеханику различных составляющих сосудистой системы человека. В частности, были построены модели артериальной системы бедра, модели височной и грудной артерий, построена трехмерная модель геодинамики кровотока в области бифуркации сонной артерии реальной геометрии с учетом податливости стенок сосуда. Прделана работа по экспериментальному определению механических свойств сосудов, получены и проанализированы механические параметры материалов, применяемых для протезирования заплат. Результаты работы позволят оптимизировать форму и материал накладываемой заплаты для каждого конкретного пациента. Создаются модели различных вариантов кишечного анастомоза и разрабатываются методы анализа физико-механических свойств кишечной стенки.

В сотрудничестве с клиникой глазных болезней СГМУ и НИИ глазных болезней им. Гельмгольца кафедрой физики твердого тела была разработана методика диагностики вибраций и перемещений отдельных органов биологических объектов с использованием лазерной автодиной системы. Предложенная методика использована для регистрации микродвижений глаза и сердца пресноводного рачка – дафнии. Показана возможность наблюдения явления синхронизации этих движений внешним электрическим полем. Полупроводниковой лазерной автодин использован для диагностики микросаккадических движений глаза человека, известных под названием тремор глаза. Изучено влияние внешнего периодического воздействия на амплитуду и частоту произвольных колебательных движений глаза человека при глазодвигательной патологии – нистагме. Для контроля за движением глаз предложен новый способ и устройство для его реализации, основанные на телевизионной компьютерной диагностике. Обнаружено, что периодические световые воздействия могут изменять амплитуду и частоту нистагма. При этом в ряде случаев внешнее воздействие приводит к уменьшению амплитуды нистагма или к полному его исчезновению, а иногда к возникновению явления синхронизации, заключающегося в захвате частоты нистагма частотой внешнего светового раздражителя. Наблюдавшиеся закономерности послужили основой для разработки нового метода лечения некоторых форм нистагма. Результаты проведенных исследований открывают новые возможности для проектирования совершенной диагностической аппаратуры и основанных на ее использовании методов лечения.

13.05.2005 (645-е заседание). **Ковалев А.В., Коссович Л.Ю.** (Москва, Саратов). *Асимптотический анализ нестационарного состояния оболочек вращения при торцевых нагрузках.*

В докладе впервые представлена полная математическая модель нестационарных волновых процессов в оболочках вращения, основанная на использовании асимптотических методов. Приведена классификация асимптотических приближений. Изложено построение низкочастотного и коротковолнового приближений, погранслоев в окрестности квазифронта, в окрестностях фронтов волн расширения и сдвига, а также в окрестности условного фронта поверхностных волн Релея. Описана схема расчленения нестационарного напряженно-деформированного состояния (НДС) в случае ударных торцевых продольных воздействий тангенциального и изгибающего типов, а также воздействий нормального типа, представлены решения для составляющих НДС.

Особое внимание было уделено недавно полученным результатам в построении приближенных уравнений для погранслоя в окрестности условного фронта поверхностных волн Релея. Эти результаты основаны на асимптотическом анализе решения классической задачи Лэмба для полуплоскости и позволяют свести решения трехмерных уравнений теории упругости к двум последовательным решениям эллиптических уравнений для потенциалов Ламе.

Представлено использование предложенных методов для новых классов задач в случае оболочек произвольного очертания, подкрепленных оболочек вращения, оболочек из трансверсально-изотропного упругого материала и оболочек из вязкоупругих материалов, что подтверждает универсальность разработанных методов.

27.05.2005 (646-е заседание). **Радаев Ю.Н., Бахарева Ю.Н.** (Самара). *Пространственная задача математической теории пластичности.*

Предложен оригинальный подход к изучению пространственной задачи математической теории пластичности. Основные соотношения теории идеальной пластичности для напряженных состояний, соответствующих ребру призмы Треска, сформулированы в изостатической системе координат. Установлено, что поле направлений наибольшего (наименьшего) главного напряжения обладает важным геометрическим свойством расслоенности, которое позволяет представить уравнения равновесия в форме трех интегрируемых вдоль изостатических траекторий соотношений.

В рамках данного подхода произведен групповой анализ трехмерных уравнений теории идеальной пластичности, сформированных в изостатической системе координат. Найдены группы симметрий и алгебра симметрий указанных уравнений. Построены оптимальные системы одномерных подалгебр алгебры симметрий и найдены соответствующие им инвариантно-групповые решения. Показано, что групповой анализ позволяет получить все найденные ранее автомодельные решения осесимметричных и пространственных задач математической теории пластичности.

Предложен численный метод расчета пространственных и осесимметричных напряжений состояний, основанный на редукции физической краевой задачи к математической задаче Коши. Доказана (на основе условия t -гиперболичности Петровского) корректность (разрешимость, единственность и устойчивость решения) постановки указанной математической задачи Коши. Рассмотрен новый подход к классификации существенно нелинейных систем уравнений в частных производных. Разработанный метод проиллюстрирован на примере задачи о локализации пластических деформаций в пределах шейки одноосно растягиваемого цилиндрического образца в осесимметричной постановке. Установлено удовлетворительное согласование значений предельной нагрузки со значениями, полученными ранее Бриджменом.